わり算のきまりの妥当性

平成 31 年度全国学力･学習状況調査算数の問題３(3)では、600÷15 の商をわり算のきまりを用いて考える問題が出された。ここでの「わり算のきまり」は、被除数と除数に同じ数をかけたり、それらを同じ数で割ったりしても商は変わらないというものである。その正答率は 75.0 %であったので、わり算のきまりをほとんどの児童が適切に使うことができたと考えられる。しかし(4)の 0.6 m の代金が 180 円のリボン 1 m の代金を 180÷0.6 で求めるという場面で、このわり算に上のきまりを用いて得られる 1800÷6 という除法が何 m 分の代金を求めているかを４つの選択肢から選ばせると、正答率は 47.1 %になってしまっている。さらに(2)では２つの事例をもとにわり算のきまりを言葉で説明させているが、記述問題ということもあり、正答率は 31.3 %とさらに下がる。

これらを見ると、児童はわり算のきまりを、ある程度は利用できるものの、その内容を明確には意識できていなかったり、あるいは商が表す 1 m の代金は変わらないから商は等しくなるといった、その妥当性については、十分には理解してきていないように見える。

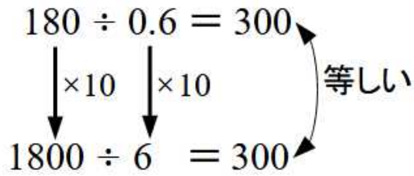
今の問題の(2)と(3)は小学校第 4 学年で、(4)は第 5 学年で学習する内容とほぼ同じになっている。そして(2)、(3)、(4)とでは、同じ「わり算のきまり」に関わる学習でありながら、学習者ときまりとの関わり方には、微妙な違いが見られる。

第 4 学年で２桁の数で割るわり算を学習した後に「わり算のきまり」が扱われるが、その際は、(2)と同様、商が等しくなるいくつかのわり算を観察する中で、学習者がきまりを見出すことが期待されている。

第 5 学年で小数で割るわり算を学習する際には、(3)のように「わり算のきまり」から除数を 10 倍などすることで、除数が自然数のわり算に帰着させ、その商を求めることを考える。教科書でも「わり算のきまり」の適用を示唆するような記述は見られる。ただ、厳密に考えるならば、除数が自然数のわり算をいくつか観察し、帰納的に導いたきまりを、除数が小数のわり算にも適用してよいのかは、本当は自明ではないであろう。教科書もそこを心配するのか、具体的な場面を参照した思考を媒介させている。その時の拠り所になるのが(4)で問われていることである。すなわち、同じリボンであれば、0.6 m で 180 円から 1 m 分の値段を求

めても、6 m で 1800 円から 1 m の代金を求めても、同じ代金になるはずである。だから、180÷0.6 の商と 1800÷6 の商は等しくなるはずだという考え方である。(4)の調査結果は、半数以上の児童がこの点を理解していないことを示唆している。

(4)では 1800÷6 が 1 m 分の代金を求めていることを答えさせているので、リボンを買うという具体的な場面を想定していると考えられるが、他方で右のような「わり算のきまり」を示す際に用いられる図式も示しており、両者が一体となっているような感じを受ける。しかしこの具体的な場面と「わり算のきまり」との関係は、教科書により微妙に異なっている。



確かに 3 社の教科書では、10 倍の長さを求めるという考え方と「わり算のきまり」を同じ考え方として提示しているように見えるが、2 社の教科書ではそれらは異なる考え方として提示している。さらに 1 社は 10 倍の長さに基づく考えで一度考えた後、それを根拠として「わり算のきまり」を適用して考えることができると補足をしている。

除数が自然数の場合に、帰納的とは言え「わり算のきまり」を調査問題(2)のような形で定式化しているので、これを除数が小数の場合にもそのまま適用してよいと考えれば、具体的な場面に基づく考えとは“別の”考えとして提示することができよう。しかし、除数が小数になった場合に、しかも除数が小数のわり算がどのようなものか、またその商はどのように求めたらよいのかも曖昧な状況で、自然数の場合に確認した「わり算のきまり」を“きまりとして”適用するのは危険なので、現実的な場面に補佐させながら適用しようとすれば、両者を“一緒の”考えとして提示することになろう。さらに補佐を越えて現実的な場面での推論を(除数が小数の場合の)「わり算のきまり」の根拠とするのであれば、最後の教科書のように「わり算のきまり」を後で“別に”提示し、その根拠が現実的な場面に基づく考えであることを説明することになる。

教科書により扱いが微妙に異なるということは、算数教育全体として、「わり算のきまり」と現実的な場面との関係について共通した捉え方が定まっていな

いということなのかもしれない。また、除数が自然数の場合の「わり算のきまり」との関係も含めて考えるならば、この「きまり」の妥当性を結局、どこに求めるというつもりで算数のカリキュラムが構成されているかが、十分に明確ではないということかもしれない。

果たして、「わり算のきまり」の妥当性をどこに求めて、私たちは指導にあたればよいのであろうか。

例えば、わり算をかけ算の逆演算と考えるならば、「わり算のきまり」は「かけ算のきまり」の派生形と言える。さらに、その「かけ算のきまり」もかけ算の結合法則から示唆される。$c = a \times b$ というかけ算において、乗数 b を r 倍した時の積は、

$$a \times (b \times r) = (a \times b) \times r = c \times r$$

より、$a \times b$ の積の r 倍となる：$c \times r = a \times (b \times r)$。

$c = x \times b$ となる x を求めることが $c \div b$ というわり算だとすれば、$c = x \times b$ となる x については、上の「かけ算のきまり」より、$c \times r = x \times (b \times r)$も満たすはずであるので、この x は$(c \times r) \div (b \times r)$の商でもある。つまり、被除数と除数に同じ数をかけても商は等しいことになる。

そうなると、「わり算のきまり」の妥当性はかけ算の結合法則の妥当性に帰着されることになるが、今度はその結合法則の妥当性をどう示すかという問題が出てくる。まさか小学生に対して、高木貞治「数の概念」のように証明するわけにもいかないとなると、現実的な場面で示すべきなのか。どうせ現実的な場面に頼るなら、「わり算のきまり」自体を現実的な場面を用いてきちんと示すべきなのか。もしも「わり算のきまり」が算数の学習にとって重要なきまりなのであれば、その妥当性をどう学習者に納得してもらい、またどの部分の学習では既習のきまりとして根拠として使ってもらえるようにしておくのかを、正確に設計する必要があるのではないだろうか。

ちなみに第 6 学年で除数が分数のわり算を学習する際には、５社の教科書において、現実的な場面の補佐もなく、「わり算のきまり」が単なるきまりとして用いられている。つまり、除数が分数の場合にも「わり算のきまり」が成り立つことが前提された展開となっている。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】