辺々相引くは自明なのか？

中学校第２学年で連立方程式を学習する際、加減法の考え方を説明する際に右の筆算のような計算を示し、左辺どうし、右辺どうしをそれぞれ加えて、あるいはそれぞれ引いて、３行目の式になるとする。

$$\begin{array}{rr} & 3x+2y=4 \\ -) & x+2y=1 \\ \hline & 2x \quad\;\; =3 \end{array}$$

同様の提示の仕方は、中学校第３学年で無理数を学習する際に、循環小数を分数に直す際にも見られる。高等学校で数列の和を求める場面で同様の計算の仕方が提示される際には、辺々相引くといった言い方がされるかもしれない。

確かに左辺の引かれるものと右辺の引かれるものが等しく、左辺の引くものと右辺の引くものが等しいので、等しいものから等しいものを引くのだから結果となる差も等しいことは自明のように思える。

ただ中学校第１学年の方程式単元で出てくる等式の性質では、「等式の両辺から同じ数や式を引いても等式は成り立つ」とされている。そして教科書ではこのことを、「A=B ならば A–C＝B–C」として式の形でも示している。

等式の性質で保障されるのが「A=B ならば A–C＝B–C」だけであれば、「A=B、C=D ならば A–C＝B–D」はすぐにはわからないのではないだろうか。例えば、A=B、C=D ならば A–C＝B–C をまず導き、C=D より右辺の C を D で置きかえて A–C＝B–D とすればよいのかもしれない。ただこの場合は、C の部分に D を代入するので、加減法であっても実は背後で代入をしていたことになる。

あるいは C=D より–C＝–D、–C+B＝–D+B であることは等式の性質で言える。つまり B–C＝B–D であることは言えるので、これと A–C＝B–C から推移律により A–C＝B–C＝B–D となり、結局、A–C＝B–D と言ってもよいかもしれない。

等式については等式の性質に基づいて変形するという立場なのか、あるいは大体の感覚でわかるものは無理に論理的であることにこだわらないという立場なのか、私たちはどちらの立場で指導しているのであろうか。後者の場合は、図形の証明で生徒が「見ればわかる」と言うのと、どう違うのだろうか。

いつも「へんぺんあいたす／ひく」と聞くと完全にすっきりしなかったの、考えすぎなんでしょうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】