

4 項（4 口）の加法

加法は 2 項演算であろうから、基本的には 2 つの数しかたすことはできない。3 つの数 a, b, c をたすとすれば、まずどれか 2 つをたし、その結果として得られる数と残りの 1 つをたすことになる。ここで結合法則 $(a+b)+c=a+(b+c)$ が成り立つと考えることで、 $a+b$ を先にたしても $b+c$ を先にたしても和は等しくなることが保証されるので、結局、たす順番は問題にならなくなり、括弧も不要ということになり、 $a+b+c$ と書くことができるのであった。

中学校第 1 学年の教科書では、正負の数の加法を学習する際に、加法の結合法則も学習するので、上のような議論により 3 項をたす加法では、括弧をつける必要は確かにないと言える。ただ、教科書によっては結合法則を学習したすぐ後くらいに、4 項をたす加法が扱われることも多く、しかも 4 項についても括弧をつけずに 4 つの数をそのまま並べてたしている。上の 3 項の加法についての議論を想起するならば、本当は 4 項の場合もたす順番によらず和は等しいことを吟味する必要があるのではないだろうか。

a, b, c, d の 4 つの数をたす場合、3 項の和については上の議論から和がたす順序によらないと考えてよいとしても、少なくとも以下の 3 つの和は、まだ等しくなるとは保証されていないように思われる。

$$(a+b+c)+d, \quad (a+b)+(c+d), \quad a+(b+c+d)$$

結合法則から $a+b+c = a+(b+c)$ 、 $b+(c+d) = b+c+d$ であることに注意すると、 $(a+b+c)+d = (a+(b+c))+d = a+((b+c)+d) = a+(b+c+d)$ は言えそうである。

残る $(a+b)+(c+d)$ はどうであろうか。 $c+d$ の和は 1 つの数であるから、やはり 3 項の結合法則から次のように考えることができる：

$$(a+b)+(c+d) = a+(b+(c+d)) = a+(b+c+d)$$

これで、上の 3 つの場合については和が等しくなることがわかった。

こうした説明を中学校 1 年生にするのは、あまり現実的ではない気がする。他方でこれを説明しないということは、4 項の加法について論理的に保証しないということであり、論理的な思考力を育成するという数学の目指すところには合わないようにも思われる。そのバランスをどうとるべきであろうか。