

関数の定義における主体性

高木貞治「解析概論」では函数を次のように導入している。

区間 $[a, b]$ が与えられたとき、 $a \leq x \leq b$ となる数 x はこの区間に属するという。もしも我々が x にこの区間に属する任意の数値を与えようとするならば、 x をこの区間における変数という。そのとき x はこの区間内において自由に変動し得るのである。

この区間内における変数 x の個々の数値に対応して、変数 y の数値を確定すべき或る一つの規準が与えられたと仮定するとき、 y を x の函数といい、特定の函数を示すために特定の文字を用いて $y=f(x)$, $y=F(x)$ などと書く。函数 y の値は x の値に伴って変動する。よって x を独立変数、 y を従属変数という。（改定第三版 p. 17 第 1 章 8. 函数）

基本的な内容は、中学校や高校の教科書における関数の定義と同じに見える。ただ細かい点でいくつかの違いも見られる。

- ・変数の定義に先立ち、区間を導入している。つまり、関数の定義域を変数に先立って特定している。
- ・変数の定義において、文字が値を「とる」という表現ではなく、「我々が」文字に数値を「与える」という表現になっている。
- ・変数に関わり「変動する」という性質を明確にことわっている。
- ・ y の「値が決まる」という表現ではなく、「数値を確定する」という表現になっている。
- ・ y の値を確定するための「一つの規準」に言及している。
- ・「 y は x の関数である」という表現ではなく、「 y を x の関数という」という表現になっている。
- ・「関数 y 」という表現を含んでいる。
- ・関数の値が x の値に伴って「変動する」ことに言及している。
- ・2つの変数を「独立変数」「従属変数」として役割を明確化している。

これらは私たち教師にとっては大した違いはないように見えるが、ただ数学を学び始めた中学生からしたら、意外と大きな違いなのではないだろうか。

変数の部分で「我々が」数値を「与える」と表現することは、変数を用いる主体が「我々」であることが明確になるし、その「我々」が変数と向き合ったときに行うのが数値を「与える」ことだとイメージしやすくなる。

同様に「値が決まる」というと y の方で勝手に値が決まってしまう、私たちには手出しする余地がないように聞こえるが、「数値を確定する」と言われると、私たちが主体となり、与えられた「一つの規準」に則って y の値を「確定する」ように聞こえる。つまり私たちが主体であり、その主体が x や y とどう関わったらよいのか、が説明されているような感じになる。

生徒たちにとって関数を理解するのが難しいのであれば、生徒たちがもっと関数やその周辺の登場人物と主体的に関わりやすくなるような説明を、私たちも工夫してみてもよいのではないだろうか。

しかも上の定義では「 y を x の関数という」として「何を」関数というのかが明確であり、しかもそれに応じてちゃんと「関数 y 」という表現もしており、この点で説明全体で整合性がとれている。またそれに伴い、 y を従属変数であるとも述べ、 x と y の関係性をいっそう明確にしている。何を関数というのかも明確にせず、「 y は x の関数である」と言いながら「変数 y が関数」というわけではない、などと整合性のない説明をしているのは、私たちの理解が不十分だからであろうし、そうした説明をしておきながら、生徒が関数をわかってくれないと嘆くとすれば、そっちの方こそ“違う”のではなかろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】