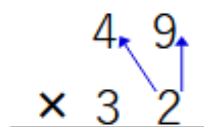
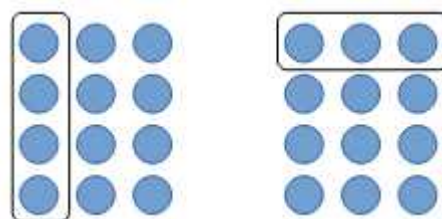


かけ算の順序

数の演算として考えるなら、かけられる数とかける数を入れかえても積は等しくなる。なので、 4×3 も 3×4 も特に区別をする必要はないように思われる。ただ、算数では「1皿に4個ずつリンゴがのっているときに3皿分ではいくつか」という問題に対して、 4×3 なら正答だが 3×4 では誤答になる場合があり、しばしば世間で話題になる。

数の計算では上述のように $4 \times 3 = 3 \times 4$ である。また400 m リレーは 4×100 m であって $100 \text{ m} \times 4$ リレーではないし、スーパーのレシートでは個数 $\times$ 単価なので、算数の教科書とは逆になっている。教科書にある「1つ分の数 $\times$ いくつ分」という順序が絶対的なものでないことは確かである。

また小学校の算数でも、第2学年は九九表から見出される性質として $4 \times 3 = 3 \times 4$ 等に触れているし、第3学年では右のような図を用いてかけ算が可換であることを学習する。そして、第4学年では交換法則が成り立つことを計算のきまりとしてもまとめている。さらに、筆算の仕方の説明では、右図のような



矢印が書かれていることが多いが、これも乗数から被乗数に向かう矢印であり、交換法則が前提となっている。中学校で文字式を学習した場合、 $3x$ は $3 \times x$ と解釈されることもあろうし、逆に $x \times 3$ と解釈した方がわかりやすい場合もある。

このように、学校数学であっても計算の学習や上の学年での学習ではかけ算の順序は問題にされなくなる。そうであるならば、導入時に順序を大切した指導をする段階から順序を問題にしなくなる段階への指導の展開、あるいは順序を問題にする場合としない場合との使い分けの方針が検討されるべきなのかもしれない。少なくとも、数の計算としてかけ算を考えている時と、量を伴う場面を表現する手段としてかけ算を扱っている時とは、区別して議論されるべきであろう。

こうした議論では、順序にこだわる小学校の対応が揶揄されることが多いが、小学校以外でも、文脈によっては順序が重要になることはあるように思われる。

(1) 交換法則が確認される以前の段階

ペアノの公理などから出発して自然数の集合 $\mathbb{N}$ を数学的に構成する議論では、かけ算を関数 $g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ で $g(m, n') = g(m, n) + m$ (n' は n の後者) を満たすものとして決めるようである。さらにこれを $\mathbb{N}$ から $\mathbb{N}$ への関数として $g_m(n)$ と表す人もある。この場合、 m は関数 g_m を決めるパラメータのような感じで、 n はその変数であるから、いわば、かけられる数とかける数の役割は異なっている。そして、かけ算をこのような関数と定義した後、数学的帰納法などを用いて交換法則が成り立つことを証明している。

この場合、交換法則が証明されるまでは、 $g_m(n)$ と $g_n(m)$ を安易に入れ替えることは避けるであろう。つまり、数学的なかけ算の構成においても、導入された直後においては、かけられる数とかける数とは区別されており、それらを入れ替えることも自明とはされていないように見えるのである。

(2) 量の場面でのコミュニケーションツールとして

「1 皿に 4 個ずつりんごがのっているときに 3 皿分ではいくつか」という問題を考える時は、個数や皿の枚数などの量が問題になっている。この場面のようにかけ算により 4×3 と“表現”した場合、4 がどの量で 3 がどの量かはどうでもいいというわけではなかろう。もしも 1 皿あたりの個数を被乗数に、皿の枚数を乗数にすると約束しておけば、今の場面が「 4×3 」で表現できると聞けば、1 皿あたりの量が 4 であり、いくつ分の方の量が 3 であるとすぐにわかる。

こうしたことは、明確に約束されているわけではないが、算数以外でもそれなりにあるのではないか。例えば等速運動について基本的には(移動距離 x m)=(速度 v m/s)×(経過時間 t s)、つまり $x=vt$ と表現し、 $x=tv$ とは表さないようである。ニュートンの第二法則は $F=ma$ であり、 $F=am$ とはあまり書かない。数値計算の際に逆に書いたという理由で誤答にされることはないかもしれないが、ただ順序をある程度固定した方が、読む人の負担を減らすことができるかもしれない。 $f(x)$ を区間 $[0, a]$ で積分するとして、仮にこの区間では $f(x)=k$ と一定の値しかとらないとすると、積分の結果は ka になろう。 ak と書いても値としては同じで

あるが、定数関数の値 k を先にし、区間の長さ a を後に書くのが自然に見えるのではないだろうか。

このように、量に関わる場合には、かけ算の2数の順序が何となく決まっている場合もありそうである。測定値の数値と単位の順序ほど明確に規定されているわけではないが、当該のコミュニティにおける常識のような感じであり、その常識に沿って表現することで、コミュニティのメンバーにとっては解釈がしやすくなる、つまりコミュニケーション的な効果があるということであろう。

算数についても、ある時期やある場面ではそうした“常識”があり、それに習ってもらうことは、コミュニケーションの点ではよいのかもしれない。ただしあるコミュニティの常識が他のコミュニティでも常識であるとは限らないことも、忘れてはならない。

(3) 教育の現状における制約

1人の先生で何人もの子どもたちを評価し、指導する必要があるという制約が、かけ算の順序を必要なものとしている可能性もあろう。

かけ算が量を伴う場面で用いられる時は、かけられる数がある範囲で一定の値をとる量のその一定の値を表し、かける数とその範囲の幅を表すことも多い。算数ではそうした場面を利用して、かけ算の学習を進めるという側面もある。つまり、それらの場面はかけ算が適用できる初歩的な場面であると同時に、かけ算の学習を進める際の拠り所でもある。

そうした場面とかけ算のつながりが理解できていることは、適切な適用を可能とするだけでなく、かけ算を学習しやすくすることにも関わる。そのため、特にかけ算学習の初期の段階では、場面とかけ算とのつながりが理解できているかを評価することが重視されるのだと考えられる。

しかし上のような教育環境上の制約があり、1人の先生が何人もの子どもの理解を評価しようとした時、子どもたち一人一人に「この3は何を表しているのかな」などと確認をして回ることは難しい。そうなると、かけられる数とかける数の役割を決めておき、かけ算の数値の順序を見れば理解の評価が概ねできるという方法を探らざるを得なくなる。

今後、タブレットなどでドリルをする際に、数の順序で評価するのではなく、

それぞれの数の表すものをチェックし、子どもたちの理解を評価できるようになれば、かけ算の順序についても、今以上に緩和される可能性はあろう。

かけ算の順序の問題を数の計算という文脈で論じれば、かけ算の順序を絶対視することに勝ち目はないであろう。ただ、わが国の算数教育で数と計算の学習において量を利用している点を考慮し、量を伴う場面の表現としてのかけ算という面も考慮し、[数の計算の場合と量の表現の場合](#)とは分けて考えるような、きめの細かい議論を行うならば、かけ算の順序を重視することにも一定の理はあるように思われる。さらに教育環境上の制約も考慮すれば、議論も違った展開になるかもしれない。

そうした文脈なり条件なりを明確にせずに自身や相手の正誤だけを議論すれば、自ずと議論は不毛になる。私たち算数教育関係者も算数の外でのかけ算の状況に目を向けることが必要であろうし、算数教育以外の方にも、量の問題や教育環境の問題も考慮した議論をしてもらえると、議論はより生産的になるのではないかと期待するものである。要は、子どもたちがかけ算のことをよりよく理解できるようになれば、どっちでもいいのである。

【[算数・数学教育におけるIAQ](#)に戻る】