

合同条件と合同な三角形のかき方と計算法則

中学校第2学年では図形の論証が扱われるが、文字式でも文字式を用いた説明が学習されることになる。前者において重要な役割を果たすのが三角形の合同条件であるし、後者で重要な役割を果たすのが分配法則を中心とした計算法則であろう。

計算法則は、小学校第2学年に既にその萌芽が現れ、4年生では計算のきまりとしてまとめられている。また三角形の合同条件についても、小学校第5学年の合同な図形の学習の中で、合同な三角形のかき方という位置づけではあるものの、三辺相等、二辺夾角相等、二角夾辺相等として学習される。この点では、小中との間がしっかり接続しているように見える。

しかし合同条件に関しては、算数での扱いがあくまで「かき方」であるので、そこには小中との間の不連続性もあるのではないかと考えられる。

実際、算数では「かき方」であるので、実際に作図ができるよう、必要となる辺の長さや角の大きさが具体的な数値として示されている。「かき方」は、示された情報のどれをどう使えばよいかを示唆し、学習者はそれに沿って情報を使い、実際に線を引いたり角を測ったりする。

一方、合同条件が用いられる多くの場面では、辺の長さや角の大きさの数値が示されておらず、ただどこどこが等しいかの情報だけが示される。学習者はこれらの情報から推論によりある三角形の組が合同であることを結論する。実際、単元の最初の方で扱われる二等辺三角形の底角が等しいことの証明でも、辺の長さや角は示されず、ただ2辺の長さが等しいという関係からのみ思考を始め、思考を進めるしかない。いわば、「かき方」では個々の部品のサイズが問題となるのに対し、合同条件では部品どうしのつながり、全体の構造が問題とされる。

しかも合同条件を使う場合、2つの三角形が合同であることを示すこと自体が目的ではなく、そこから構造に関わり他にわかることを増やすことが目的となる。「かき方」の場合は、同じサイズ感の形を実現すること自体が目指される。

計算法則の方は、算数では数式に対して用いるのに対し、中学校では文字式に対して用いることが多い、という違いはもちろんあるものの、式を変形するために用いるという点では算数でも中学校数学でも一緒のように思える。また等号の理解の問題もあるものの、 $(\square + \triangle) \times \bigcirc = \square \times \bigcirc + \triangle \times \bigcirc$ の右辺から左辺への変形、つまり共通因数でくくるという変形は、算数でもしばしば用いられている。

平成 30 年度全国学力・学習状況調査算数 B4(1)でも、この変形が前提とされており、報告書でも分配法則への言及がある(pp. 82-84)ことから、共通因数でくくるとは、算数の段階から認められた変形の仕方だと言えよう。

ただ、分配法則を用いるときの注意の向け方、という点では、多少の違いがあるかもしれない。例えば、令和 5 年度全国学力学習状況調査問題 3 でも分配法則が扱われたが、その(3)では $151 \times 3 + 49 \times 3$ と $(151 + 49) \times 3$ とを計算させている。ここでは、前者の答えが後者の答えと等しくなること、そして後者の方が計算がしやすいことが、背景にあるのであろう。つまり、計算を工夫して行い、結果を楽に求めることに重点がある。答えの数値の大きさに注意が向けられているという意味では、数式のサイズが問題にされていると言えよう。

一方、中学校で文字式による説明をする場合には、例えば $(2m+1) + (2n+1)$ が $2(m+n+1)$ と変形でき、それにより浮き彫りにされる、元の式には $2 \times$ 整数という形が隠されていたという情報が、最も重要となる。いわば、上の和の持つ、整数の 2 倍という構造が問題とされる。

上でふれた平成 30 年算数の問題でも、 $32 + 40$ の中に $(4+5) \times 8$ 、つまり 9×8 という形が潜んでいることが、説明のポイントにはなっている。しかし、 9×8 を最終結果とするのではなく、式の最後を「=72」として提示しているという点では、サイズの方が問題にされているように見えてしまう。

同様の内容が学習されながらも、その扱いに微妙な違いがあり、しかもその違いが「思考において何を問題にしているか」に関わる違いであるとすれば、私たちがその違いを意識し、適切な手立てを打たなければ、小中の移行の中で学習者がつまずくのも仕方ないであろう。表面的にはよく似ていて、違いが微妙なだけに、教える方も学ぶ方も、そうであると気づかないうちにつまずきが起こってしまいそうである。私たちは適切な手立てを打っているであろうか。そもそもこうした違いを意識できているであろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】