

三角形の合同条件と面積

三角形の3つの合同条件が成り立てば、2つの三角形は合同と言える。合同なのであるから、面積も当然、等しいだろう。ということは、合同条件に出てくる、(a) 三辺、(b) 二辺とその間の角、(c) 一辺と両端の角により、面積が確定するはず。

そう考えて改めて考えてみると、確かに(a) 三辺については、「ヘロンの公式」があるので、三辺だけで面積が求まり、三辺により面積が確定する。

(b) 二辺とその間の角については、高等学校で学習する正弦を用いた面積の公式がこれになっている。したがって、やはり二辺とその間の角だけで面積は確定する。

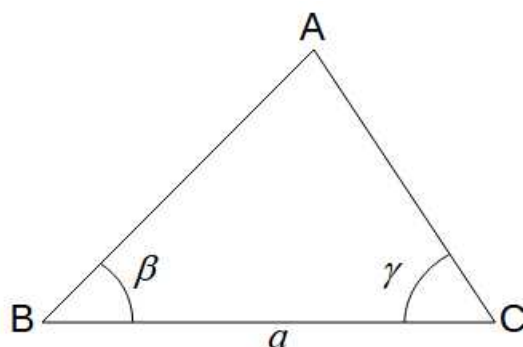
では(c) 一辺と両端の角はどうだろう。

右図のように一辺 a の長さとその両端の角 β と γ がわかっているとすると、正弦定理により

$$\frac{a}{\sin(\pi - \beta - \gamma)} = \frac{AB}{\sin \gamma}$$

これより

$$AB = \frac{a \sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)}$$



したがってこの三角形の面積は次のように表すことができる。

$$\frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin(\beta + \gamma)}$$

この場合も、一辺とその両端の角だけで面積が確定することがわかった。

三つの辺のどれを底辺にとっても 面積が等しくなることとあわせて、小学校で算数を教える先生には、一度は確認しておいて頂くとよいように思うのだが。