

2つの数の等式（2）

松下大介先生の「循環小数の秘密」(数学セミナー 2006 年 7 月)を見ていたら、次のような「等式」が出てきた。

$$a \equiv \frac{7}{23} \equiv \frac{7+19 \times 3}{23-19} \equiv \frac{64}{4} \equiv 16 \pmod{19}$$

$\equiv$ は合同式の記号なので、上の式は各項が 19 を法として等しいことを示している。19 で割ったときの余りが等しければ合同なので、 $2 \equiv 21 \equiv 40 \pmod{19}$ ということならわかるのだが、恥ずかしながら、それまで分数の入った合同式を見たことがなかったので、上の式を見たときに、最初戸惑ってしまった。特に

$$\frac{7}{23} \equiv \frac{7+19 \times 3}{23-19}$$

の部分の「等式」を見ると、この 2 つの分数がどのような意味で等しいのか、全くピンとこなかった。

上の式も、例えば $a \equiv \frac{7}{23}$ の部分であれば、 $23a$ と 7 が 19 を法として等しいとし

て解釈すればよいのであろうし、同様に $\frac{7}{23} \equiv \frac{7+19 \times 3}{23-19}$ の部分も、 $7 \times (23-19)$ と $23 \times (7+19 \times 3)$ とが 19 を法として等しいことは、それぞれを $7 \times 23 - 19 \times 7$ と $23 \times 7 + 19 \times 3 \times 23$ と変形すれば納得できる。ただ、分数の形のままで理解しようと思うと、なんとなくしっくりこなくなってしまう。分数について 19 で割った余りを考えると思ってしまうと、受け入れにくくなるのだと思われる。

こうした分数の入った「等式」について抱く違和感と同様の違和感を、ひょっとしたら小学生も分数の入った等式に対して持っているかもしれない。例えば

$$\frac{7}{23} = \frac{14}{46}$$

という等式を、数学的に有理数を導入する時によくやる整数の順序対の同値関係のように、 $7 \times 46 = 14 \times 23$ が成り立つことだと解釈をすれば、それほど問題は生じない。しかし、分数のまま解釈しようとして、2 つの数が等しいという意味だとして考えようとする、その意味はよくわからなくなってしまう。

少なくとも上のような「等式」に対して違和感を持つ人は、分数の入った等式を受け入れる難しさに思いをはせてもよいのではないだろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】