

## 「マイナス・かける・マイナスはプラス」を作る

中学校第1学年の最初に負の数を学習する。その中で負の数どうしをかける  
と正の数になることも学ぶが、違和感を持つ人も多いらしく、どうしてそうなる  
のかを説明するサイトや動画なども多く見かける。

2025年度に中学校で使われている7社の教科書のうち、6社では、**速さと時間の  
関係を用いて負の数どうしの乗法の積が正の数になることを**、理解してもら  
おうとしている。1社は乗数を3から1ずつ減らしたときの積に着目させ、その  
きまりから、負の数どうしの積が正の数になることを説明している。こうした説  
明に共通しているのは正の数に「なる」理由を、生徒にわかってもらおうとい  
う点であろう。

岩波新書にある彌永昌吉先生の「数の体系」の下巻では、「理論的に $\mathbf{Z}$ [整数の  
集合 ;引用者註]を構成してゆくこと」が「われわれの仕事」だとしながら(p. 6)、ま  
ずは群や環の考察を行っていく。そして自然数と0を合わせた半加群を「対称  
化」したものとして $\mathbf{Z}$ を作り、その要素をまず整数と呼んでいる(p. 27)。さらにそ  
れが環になるように乗法を決めているように見える(p. 34)。 $(-1) \times (-1)$ が1になる  
ことも、環に関する「定理10」(p. 29)に基づけば、その「ように定めねばなら  
ない」のである(p. 34)。

定理10では環であるという前提から、**分配法則が重要な役割を果たしてい  
る**。実際、分配法則が成り立つと想定するならば、 $1 \times (-1) + (-1) \times (-1) = \{1 + (-1)\} \times (-1) = 0 \times (-1)$ である。ここで1が環の乗法についての単位元であること、および0に何をかけても0になること(これは定理10の最初で示されている)を認めれば、結局、次のようになるはずとわかる： $(-1) + (-1) \times (-1) = 0$ 。-1とたして0になるので、 $(-1) \times (-1) = 1$ とならないと、話が合わないことになる。したがって、加法や乗法の入った自然数の集合を整数の集合へと“拡張”する場合、もしも環の構造を持たせようと思うのであれば、 $(-1) \times (-1) = 1$ と「定めねばなら  
ない」し、そう定めるのが自然だということであろう。

ここには「**数の拡張**」という**観点**が、明確に現れている。負の数どうしの積が「どうなるか」というよりも、その積を「どう決めるか」という発想で、考察が進められている。その際、整数の集合が環の構造を持ってほしいという希望も、明確に表明されている。

こうした進め方を考慮した場合、私たちも中学生に「 $(-1) \times (-1)$ はいくつになると決めたらよいか？」と問うことはできないだろうか。もちろん環の話は持ち出せないが、分配法則は計算のきまりの1つとして算数でも学習するので、これ

が負の数でも成り立つようにしたいという方向性は示すことができよう。また、中学1年生の場合には、計算法則との整合性ばかりでなく、現在の教科書で扱われているような、乗数を減らした時の積に見られるパターンや、日常場面に適用した場合の現象との適合性なども、「どう決めたらよいか」を考える判断材料として使うことも考えられる。同じ素材であっても、「どうなるか」の説明のために使うのと、「どう決めるべきか」の判断材料として使うのとでは、生徒から見た時の自然さとか感じ方も違うのではないだろうか。また、その素材だけで納得する必要もなくなる。様々な素材を基に、総合的に判断すればよい。

さらに、「どうなるか」の説明を受け取るのに比べれば、「どう決めるか」と考えることは、**生徒の主体性という点**でも意味があるかもしれない。時間的な問題や、生徒がそうした思考に慣れていないといった懸念は当然あるが、ただ、冒頭で述べたように、結局、従来の説明があまり説得力を持たないのであれば、従来の指導の延長上で改善を考えるよりも、**少し違う方向から検討してみてもよい**のではないだろうか。

ちなみに彌永先生は、負の数どうしの積が正の数になるようなことを数に関する「常識」(p. 256)と呼び、その常識を獲得するのは、「規則を学習し、それに従って計算すれば万事うまくゆく経験を重ねられてのことであろう」(p. 257)とされている。彌永先生は「なぜそうなるのか、なぜそうしなくてはならないのか」を問うことの大切さにも触れ、負の数どうしの積が正の数になることの「根拠」は「 $(\mathbb{Z}; +, \times; \leq)$ が順序環をなすことにある」とされている(p. 257)。ただ中学生に順序環の話を持ち出すわけにはいかないとすれば、分配法則など算数で学習したきまりが負の数でも成り立つように「決める」と判断した後、「うまくゆく経験」を十分に重ねることでその判断の妥当性を確認しながら、それが「常識」となっていくことも、学習において大切な過程であると言えるのではないだろうか。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】