

数 1 の分割 (2)

～ 1 は「等分」できるか～

単位分数 $\frac{1}{3}$ がどのような数かの説明として、「1 を 3 等分した一つ分」というものが考えられるが、「数 1」が 3 等分できるのかが問題になると以前に述べた。1 m のテープを 3 等分にするとか 1 L の水を 3 等分にするというのであれば、テープや L マスを使って示すことができる。しかし「数 1」を 3 等分することは、どのように示せばよいのかはよくわからない。ある教科書のように、線分で「1」を表すことにすれば等分も示しやすいが、今度は、線分を「数 1」だと見なすことが小学生にとって容易なことなのかが、明らかではない。確かに中学校 3 年生で無理数を学習する場面では、「面積 5 の正方形」「1 辺が $\sqrt{5}$ の正方形」といった表現が現れるが、小学校 3 年生に対しても「長さ 1 の線分」という表現を利用できるだろうか。

そもそも、数 1 が何かも明確でないのかもしれない。仮にペアノの公理のように「数 1 とは 0 の後続である」と説明したとしても、「では 0 の後続が 3 等分できるのか」は明らかにはならないように思われる。

このように「数 1」の分割や等分は、少なくとも算数のレベルでは明らかではないし、また話題にされることも少ないように思われる。しかし「数 1」の分割や等分は、上述の分数でも、また小数でも、その理解のための重要なポイントになりそうである。

もしも「数 1」の分割をもとにして、その作り方から $\frac{1}{3}$ や 0.1 がどのような数かを説明ができにくそうであるとすれば、逆にそれらの数が満たすべき特徴から、その数を規定することが考えられる。

例えば 1 m を 3 等分した長さを $\frac{1}{3}$ m と表したいとすると、 $\frac{1}{3}$ m の 3 つ分、つまり 3 倍は 1 m に戻らないとおかしいことになる。ここから、数 $\frac{1}{3}$ もその 3 つ分や 3 倍は 1 になるという特徴を持たないと、長さを表すのに使いにくいことになる。この特徴を持つように、「3 つ分や 3 倍すると 1 になる数を $\frac{1}{3}$ とする」と決めるのである。同様に、「10 個分や 10 倍すると 1 になる数を 0.1 とする」として 0.1 も

決めることになる。

つまり、 $\frac{1}{3}$ や0.1という数が先にあり、 $\frac{1}{3}$ の3つ分や0.1の10個分が1になるのではなく、3つ分や10個分で1になる数を新たに考えて、それを $\frac{1}{3}$ や0.1とするということになる。

これは「2乗すると5になる数を $\sqrt{5}$ とする」と決めるのと似ている。中学校3年生で学習するようなやり方を小学校3年生で用いるのか、となりそうだが、上で見たように「長さ1の線分」という考え方も中学校3年生向けのようなのであれば、どちらを採用しても似たようなものかもしれない。

もちろん、こうした考え方を採らないとする人がいてもおかしくない。ただ自然数だけの世界から分数や小数を含む数の世界と拡張するのであれば、そうした人であっても、 $\frac{1}{3}$ mや0.1 Lがどのような量かではなく、 $\frac{1}{3}$ や0.1がどのような数かを、小学生に対して説明する責任はあるはずであり、したがってどのように説明できるかを提案する義務はある。私たちはそうした責任や義務を果たしているであろうか。それをせずに子どもたちが分数や小数をわかっていないと指摘するのは、おかしいであろう。またそれができないのであれば、実は分数や小数がわかっていないのは、子どもたちだけでなく、私たち教師もそうなのかもしれない。そうした教師の分数や小数の説明は、おそらく、それらがどのような数かを避けたものになるであろう。そして、そうしたポイントをはずした説明しか受けられないのであれば、分数や小数がよくわからなくなるのも仕方ないのである。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】