

関数の定義（２）

中学校や高等学校の教科書にある定義がわかりにくいと書いた際に、「中学校の教科書で少し異なる定義をしていた時代」もあったことにふれた。

実際、いわゆる数学教育の現代化と言われた時代の教科書を見ると、以下のような定義が見られる。

「2つの集合 A 、 B があって、 A のどの要素 x に対しても、 B の要素 y を1つだけ対応させることができるとき、この対応のきまりを A から B への関数という。」(学校図書 1974 年版中学校 1 年 p. 107)

「2つの集合 X 、 Y があって、 X の要素をきめると、それに対応して Y の要素が1つきまるとき、この対応を、集合 X から集合 Y への関数という。」(啓林館 1974 年版中学校 1 年 p. 109)

「2つの集合 X 、 Y があって、 X の要素 x が決まれば、それに対応して Y の要素 y があるきまりで1つに決まるとき(一意対応)、この X から Y への対応の規則を関数という。」(教育出版 1974 年版中学校 1 年 p. 114)

「変数 x の変域で、 x の値をきめると、それに対応して、変数 y の値が、それぞれ、1つだけきまる。／という関係があるとき、 x の変域である集合 X から、 y の変域である集合 Y への、1つの対応が考えられる。この対応を、集合 X から集合 Y への関数という。」(大阪書籍 1974 年版中学校 1 年 p. 121)

「二つの集合 X 、 Y があって、 X のどの要素 x に対しても、 Y の要素 y がただ一つだけ対応するとき、その対応を X から Y への関数という。」(大日本図書 1974 年版中学校 1 年 p. 183)

「集合 X の要素 x を1つきめると、それにつれて集合 Y の要素 y が1つだけきまるとき、このような対応を集合 X から集合 Y への関数という。すなわち、関数とは、集合 X から集合 Y への一意対応にほかならない。」(東京書籍 1975 年版中学校 1 年 p. 118)

これらの教科書では、「対応のきまり」や「対応の規則」を、あるいは「対応」を関数としている。つまり、**何を**関数というのかが明記されている。確かに、**対応とは何か**については、集合 A の各要素に対して集合 B の要素を「対応させること」や「結びつけること」を対応という、との説明に留まるという問題はある。しかしそれでも、**何を**に配慮した説明にしようとする努力は感じられる。

ただ現代化から次の”Back to the Basics”へ移行する中では、こうした関数の定義にも変化が見られる。例えば啓林館の1980年版では、中学校1年の教科書での説明は、現行(2026年時点)と同様のものとなっている。

「2つの変数 x 、 y があって、 x の値をきめると、それに対応して、 y の値が1つきまるとき、 y は x の関数であるという」(p. 98)。

しかし3年の教科書では、事例を集合の要素間の対応として考察した後、「前ページのように考えると、関数は次のようにみることもできる」として、現代化の時のような定義を提示している。

「数の集合 A 、 B があって、集合 A の要素をきめると、それに対応して集合 B の要素が1つきまるとき、この対応が関数である」(p. 75)。

こうした扱いは、この時期(1978年)に当時の文部省が発行した中学校指導書数学編にある、次のような記述に応じたものではないかと考えられる。

「関数についてのいろいろなとらえ方や考え方は、関数の定義というよりは、関数の内容の把握という観点から、関数についての概念形成の過程として意義のあることである。すなわち、これらのとらえ方や考え方は、関数概念の発達の各段階において、それぞれ意味のあることであり、これらの段階を通して、はじめて、統一的、一般的、**抽象的に**関数の意味をとらえることが可能になる。／従来、第1学年で取り扱われていた『関数の意味』についての内容が、第3学年に移されたのは、一般化・抽象化を急ぎ過ぎないように配慮し、具体的な事象との関連を密にして、着実に関数の概念の理解や**関数的な見方・考え方**の育成が行われることをねらっているのである。」(pp. 65-66)

ここでは、算数における**伴って変わる二つの数量から**現行に近い定義の関数を経て、現代化の時のような関数へと至る段階が想定されているように見える。

この段階の設定や、それを通る理解の過程が効果的かどうかについては、検討の余地があるかもしれないが、現代化の時期を経て、より丁寧に指導しようとはしている。逆に、この時期を通して現行の教科書を見ると、第1学年の説明だけが残り、第3学年の説明は消えてしまったことになる。そうした中で、私たちの指導は関数の統一的、一般的な**理解を生徒に保証**できるようになっているであろうか。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】