

算数と数学の違い

1. 基本的な違い

小学校の算数と、中学校や高等学校で学習する数学との違いは、基本的には「ドキュメンタリー」と「ファンタジー」との違いです。

算数：ドキュメンタリー（起こっている出来事について観察し、そのようすを算数の言葉で記述していく）

数学：ファンタジー（初期の設定に基づいて自分でストーリーを^{つむ}いでいく）

例えば、次のような計算のきまりがあります。

$$(\bigcirc + \square) \times \triangle = \bigcirc \times \triangle + \square \times \triangle$$

算数では、ノートと鉛筆を3人分買う時の代金を、ノートと鉛筆の1人分をまず求めてそれを3倍して求める場合と、ノート3人分の代金と鉛筆3人分の代金を求めてそれらをたして求める場合とをくらべ、「それらが等しくなる」ことを記述して、上のきまりにまとめました。もちろん、このきまりを用いて工夫した計算を行うこともありますが、ただその時も、このきまりを用いずに計算することはできました。きまりはあくまで「どちらでやっても答えは同じになるよ」という、前に見た出来事を記述して残してあるものです。

中学校で文字式を学習する際にも、これと同じ「 $a(b+c)=ab+ac$ 」という計算のきまりが「分配法則」という名前で用いられます。文字が入った式の場合、この法則を用いないと、基本的に式をそれ以上、変形することができないかもしれません。つまり、分配法則は、式を用いて考えていく時に使うことがゆるされたアイテムであり、法則を用いて自分で式を“動かしていく”ことが求められます。それにより式の新しい姿を見出して、式のストーリーを自分で紡いでいくのです。

算数でも数学でも、2つの図形が合同であるとはぴったり重なるということです。また小学校5年では合同な三角形のかき方を学習し、中学校2年生では三角形の合同条件を学習します。それらはとてもよく似ているのですが、ここにも^{びみょう}微妙な違いがあります。かき方の場合は、「こうしてかくと合同な三角形がかけたよ」と、経験した出来事を記述したものです。そして、「このかき方をまねて三

角形をかくといいよ」という、かき方のアドバイスです。

数学では、2つの三角形がある時に、それらが合同であるとしてストーリーを展開してよいかを判断するために、三角形の合同条件を用います。「条件を満たすからこの2つの三角形が合同になって、だからこの辺とこの辺の長さが等しくなっていて、・・・」とストーリーを展開させていきます。その意味で、合同条件はストーリーを展開させるためのアイテムです。このアイテムが使えるかをみきわめ、使えるようになったらそこにたどり着くようなストーリーを考え、そのアイテムを用いてさらにストーリーを展開して先に進みます。

比例や反比例については、小学校6年生で学習し、中学校1年生でも学習します。その時、「 $y=(きまった数) \times x$ 」（中学校では $y=ax$ ）という式がどちらにも現れますが、これも計算のきまりや合同な三角形のかき方と同じような違いがあります。

6年生では、水そうに水を入れた時の時間と水の量といった、ともなっていて変わる量のようなものを観察し、そのようすを表やグラフ、そして「 $y=(きまった数) \times x$ 」という式で記述していきます。

ところが中学校の数学では「 $y=ax$ 」はストーリーの最初の設定です。例えば $y=2x$ という設定から出発して、 $y=2x$ という関係にある x と y について、どのような変化の仕方をするのか、その変化にはどのような特徴があるのかなどを調べて、 $y=2x$ という関係にある x と y というキャラクターのストーリーを紡いでいきます。表やグラフも $y=2x$ という関係にある x と y のようすを表したものであり、このストーリーの一部となっていきます。他の関数、つまり異なる関係にある x と y のストーリーと似ている点や異なる点もストーリーの中で語られるかもしれません。

こうした違いがあるため、算数では日常にあるモノのようすやかかれた図形を観察し、気づくことをさがすことが多いのに対し、数学では式にしる図形にしる何らかのきまりにしたがって自分で“動かしていく”必要が出てきます。目の前にあるモノを観察するというよりも、ある設定から始めて、きまりというア

アイテムを利用しながら、自分でキャラクターを“動かして”ストーリーを展開させるという点に、算数との違いがあり、またむずかしさもあります。ただ待っているだけでは出来事が起こりにくいので、自分から“動かしていく”必要があるのです。

2. 構造や仕組みへの着目

でも算数で筆算や分数の計算をしている時は、計算の仕方にしたがって考えを進めているから、数学の式の計算と同じようにも思えます。これは確かにそうなのです。特に分数の計算については、文字式の理解につながるとも言われています。ただ算数の計算と、数学の計算では、目指すところが違うことが多いようです。

算数では基本的に「結局、いくつになるのか」を求めて計算をします。計算しやすくなるような工夫を考えなければ、途中の進め方はそれほど問題ではなく、計算の仕方をまちがわないように進めることがたいせつでした。

これに対し、数学の計算では、式にかくされた「構造」や「仕組み」がどのようなものかを探ろうとして計算することが多くあります。

例えば、135 が5 で割りきれかを調べる時、算数なら $135 \div 5 = 27$ と計算して、確かに割りきれれることを確かめました。9 で割りきれかを調べるなら、今度は $135 \div 9 = 15$ と計算して確かめればよいでしょう。しかし数学であれば、次のような「構造」が135にかくされていることを見つけようとします。

$$\begin{aligned} 135 &= 27 \times 5 \\ &= 3 \times 9 \times 5 \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 5 \quad (= 3^3 \times 5) \end{aligned}$$

そして「こうした構造があるから、135 は5 でも3 でも9 でも割りきれるんだな」と、ある出来事がおこる仕組みを解明するストーリーを作り上げます。

また135の次のような構造を見つけるかもしれません。

$$\begin{aligned} 135 &= 100 + 10 \times 3 + 5 \\ &= (99 + 1) + (9 + 1) \times 3 + 5 \\ &= (99 + 9 \times 3) + (1 + 3 + 5) \\ &= (11 + 3) \times 9 + (1 + 3 + 5) \end{aligned}$$

ここから、各位の数1、3、5の和が9で割りきれるので、もとの数135も9で割りきれるといふ仕組みが見えてきます。この「仕組み」の目で他の数も考えると、9で割りきれる数の条件が見えてきます。つまり、数の持つ「構造」やそれにより出来事が起こる仕組みに目を向けることで、新たなストーリーを紡ぎ出すことができそうな^{かんしよく}感触が得られます。

中学校の数学では文字の入った式を扱うことがほとんどなので、算数の時のように結果を1つの数で表すことができません。そうしたこともあり、「いくつになるのか」よりも、「どのような構造や仕組みがあるのか」「その構造や仕組みを軸にどのようなストーリーが展開しそうか」という方に目を向けるのがむしろ自然になるのです。135の時のように、まずはどのような構造や仕組みを目指すべきかは、その時の目的によって異なります。そのため、「答えはいくつか」だけを考えていた算数の時とは違い、式の変形で目指す方向も自分で決める必要が出てきます。

なお、式と関わる時に構造や仕組みに目を向けるために、式そのものの見方も少しだけ変える必要があることもむずかしさを生み出す要因の一つです。

(参考：[式の学習のコツ](#))

図形の場合も、画用紙で作ったりノートの上にかいたりした形そのものを調べるといふよりも、そうした形の持つ「構造」や「仕組み」に目を向けます。「この辺とこの辺が平行だから、ここの角とここの角の大きさが等しくなる」などと、構造や仕組みをもとにストーリーを紡いでいきます。そのためには、平行四辺形といった基本の図形についての見方を少し変える必要があり、それがむずかしさを生み出している場合もあると言われています。

(参考：[図形の見方のアップデート](#))

中学校の数学でファンタジーのようにストーリーを紡いでいく時には、主要なキャラクターである式や図形の構造や仕組みに目を向け、それを軸にしてストーリーを考えるとという点に注意してみましょう。

3. ルールの変更

算数と中学校の数学には、ここまで見てきたような違いがあります。ですから、似たような内容を学習していても、求められる考えの進め方にも違いが出てきます。いわば、似たようなゲームをしていたのに、いつの間にかルールが変更になったような感じです。

算数の時には、いざとなったら買い物の場面や水そうに水を入れる場面を持ち出して、その場面をもとに説明することもゆるされました。またノートに図形をかいて定規で測ったり、画用紙で図形を作って折って確かめたりしてもゆるされました。式が出たら、とにかくどんどん計算して答えを出してしまえばすみしました。

しかし、中学校の数学になるとそうはいきません。たよれるのは、出発点となる設定といくつかのきまりというアイテムだけです。それだけしか使ってはいけないようにルールが変更になってしまうのです。そして、そのルールにしたがいながら、自分でストーリーを紡いでいく必要があります。そのストーリーの中でどのような構造や仕組みを登場させたらよいかも、自分で決めなければいけない場合もあります。サッカーや将棋でルールにしたがいながら、しかしどのような布陣をしき、ゲームをどう進めていったらよいかを自分で決めなければならぬようなものです。その意味で、決められたルールの中で自分なりのストーリーを作るといふ、大人のゲームが始まるとも言えます。

ただ、そうやってストーリーを作っていくことを重ねる中で、主要なキャラクター、例えば文字式や図形、 $y=2x$ といった関数や変数についてイメージができてきて、これらのキャラクターがどのような性格なのか、どのような動きをしそうか、どのようなことを言いそうかといったことの見当がつくようになってきます。いわばキャラが立つようになり、キャラが自分で少し動いてくれるようになります。そして、こうしたキャラクターと少しずつ親しくなることができます。さらに、これらのキャラクターの仲間や親戚とも知り合いになることもあり、キャラクターが増えてストーリーのはばが広がっていきます。

数学はファンタジーであるがゆえに、その世界は自分しだいどこまでも広げることができます。その点で、すでにある出来事を記述するドキュメンタリー

とはまた違う世界の広がりを感じることが出来ます。見慣れた出来事からはなれてしまうことは、決して悪いことではなく、はなれてしまうからこそ広がる世界もあると言えるでしょう。