

分数で割るわり算

$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ といった分数のわり算は、計算だけなら除数を「ひっくり返してかける」とすればよいので簡単であるものの、どうしてそうするのかの説明がしっくりこないで、いろいろなページ等で解説しているようである。どの説明もそれぞれ一理あるものの、教科書の説明に比べて飛躍的にわかりやすいかと言われると、それほどでもないような気がする。

一番の問題は、その説明をするにあたり私たちが「わり算」をどうとらえているのか、あるいは子どもたちが「わり算」をどう理解していると前提してよいのか、はっきりしないことかもしれない。例えば教科書では、1あたりの大きさ、つまり単位量あたりの大きさを求める計算として「わり算」を理解していることを前提に、説明を組み立てているように見える。そして問題場面に即してそれを求めようとするのであるが、どうしても途中で分数÷整数のわり算や分数×整数のかけ算が入り組んでしまう。そのため現実的な場面を使っても途中では算数の知識を駆使する形になり、同分母分数のたし算の時のようには場面と計算の仕方とが直結しづらくなるので、結果的に「なぜひっくり返してかけるのか」がピンこない人が多いのかもしれない。

ある物理学者と雑誌記者の対談で分数の理解にもイメージが大切ということが取り上げられた際には、 $3 \div \frac{1}{3}$ を3枚のピザから $\frac{1}{3}$ のピースがいくつとれるかを考えればわかりやすいと、図を添えた説明がされていた。これはいわゆる包含除の考えに基づいている。この説明では、確かに図を見るとわかりやすいような気がするが、この説明を先の $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ でも使おうとしたらどうなるだろうか。 $\frac{2}{5}$ 枚のピザから $\frac{3}{4}$ のピースがいくつとれるかはそれほど明らかなことだろうか。このようにネットに出ている説明の中には、ある場合には非常にわかりやすくても、あまり一般性のない説明も見受けられる。

こうした説明よりも、例えば最近は教科書でもよく用いられている、次のような説明の方がわかりやすいかもしれない。

前提とするのは“わり算のきまり”と逆数の考え方である。わり算のきまり

によると被除数と除数に同じ数をかけても商は変わらない。そして除数に逆数をかければ1になる。それを用いて、以下のように考える。

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \left(\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \right) \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \right) = \left(\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \right) \div 1 = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$$

ここでは、“わり算のきまり”が除数が分数の場合にも成立することを前提とする必要はあるが、具体的な場面と計算の間を何度も行き来したり、途中で分数÷整数や分数×整数が挟まるくらいなら、むしろわりきって、1つの計算のきまりで済ませてしまう方が、スッキリするような気がする。計算の方に重点を置くことで、わり算の意味のようなものに依存しないところが、かえってよいのかもしれない。

中学校第1学年で学習する等式の性質を使ってもよければ、上のことを次のように考えることもできよう。

除法とは乗法の逆、つまり除数をかけたときに被除数になるような数を求めることである、とわり算を捉えておく。つまり商を□で表せば、次のような□を求めることである。

$$\frac{2}{5} = \square \times \frac{3}{4}$$

等式の性質により、両辺に同じ数をかけても等式は成り立つことから

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \square \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$$

となるので、結局、 $\square = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$ となる。

そして、この□に $\frac{3}{4}$ をかけて $\frac{2}{5}$ に戻ることを確認できれば、確かに商が求まったことも納得しやすいのではないだろうか。

多くの人の説明では、具体的な場面と関連づける方がわかりやすくなるという思い込みや、ともすると具体的な場面と関連づけることが「**意味を大切にすること**」だという勘違いがあるように思われる。しかし身の回りの具体的な場面で分数÷分数が現れることがほぼないだろうこと、そもそも量の表現で分数が出てくること自体多くはないことを考えると、この関連づけ自体がかなりの無理をしているのであり、単なる指導者の自己満ではないかという気もしてくる。

どうしても具体的な場面に基づくイメージを大切にしたいのであれば、直前

に学習する、分数をかけるかけ算をしっかり学習し、[分数倍のイメージ](#)を豊にしておく方がよいのではないか。それにより、上の□のように、 $\frac{3}{4}$ 倍して $\frac{2}{5}$ になる量を作り出すには、 $\frac{2}{5}$ をあらかじめ $\frac{4}{3}$ 倍しておけばよいというイメージだけで済むからである。しかもこのような考え方であれば、[中学校で分数が現れる場面](#)でも同じ考え方で理解することが可能であろう。絶対、場面と関係づけて理由が説明できなければダメという方は、是非、 $\frac{1-\sqrt{2}}{5} \div \frac{3}{2+\sqrt{5}}$ の計算の仕方も、具体的な場面で説明してみてください。

[分数の有用性](#)はそれを商として使って、その後の思考や計算に利用することにあるとすれば、むしろ[分数の除法を用いて「何をするのか」](#)の方にもっと意を注ぐべきなのではないだろうか。「分数で割るわり算ができると、すっごく便利！」と学習者が感じてくれれば、スマホの機能する理由がわからなくても皆が積極的にスマホを利用するように、分数のわり算も皆が使ってくれるかもしれない。分数のわり算ができるとどう便利なのかを私たちが説明できないとしたら、現実的な場面を用いて計算の仕方がわかりやすく説明できないことよりも罪深いのかかもしれない。

[【算数・数学教育におけるIAQに戻る】](#)