# $\sqrt{7}$ はあるのか？

中学校第３学年で無理数を学習する際に、まず面積が２や５の正方形を作り、その１辺がこれまで学習した数では表せないので、２乗すると２や５になる数を新たに考えるとして、実数への拡張を図ることになる。この時、そうした数、つまり$\sqrt{2}$や$\sqrt{5}$が存在することは、対応する辺の長さが存在することに依拠しており、さらにそのような辺の長さが存在することは、面積が２や５の正方形が存在することに依拠しているように見える。長さがあるならそれを表す数も必然的に存在するのかは、少し危うい感じもするが、それでも長さがあるので、やはり対応する数もあるような感じにはなる。

こうした正方形が存在することは、例えば１辺が１のマス目からなる格子の中に、面積２や５の正方形をかくことができ、その面積が２や５であることが、マス目の状態から特に計算をせずに確認できることから正当化される。$\sqrt{2}$や$\sqrt{5}$を数直線上に位置づける際も、正方形を作図し、１辺の長さを数直線上に移している。数直線上に$\sqrt{2}$や$\sqrt{5}$を表す点があることも、正方形の１辺の長さが存在することで保証される。

その後すぐに$\sqrt{3}$や$\sqrt{7}$といった他の無理数も現れ、数の大小比較や、計算も行われる。ただ、面積が３や７の正方形を格子点を使ってかくことはできない。この場合、$\sqrt{3}$や$\sqrt{7}$といった数が本当に存在するということは、どのように保証するのであろうか。

もちろん、三平方の定理や相似な図形を用いれば、長さが$\sqrt{3}$や$\sqrt{7}$となる線分を作図することはできる。しかしそれらを学習するのは、無理数を初めて学習するよりももっと先の単元のことである。それらを学習する前に、私たちは授業で$\sqrt{3}$や$\sqrt{7}$といった無理数も扱わなければならない。

生徒から「面積が７の正方形がかけません。７の平方根って本当にあるんですか？」と質問されたら、私たちはどう対応することができるであろうか。

【算数・数学教育におけるIAQ に戻る】