数をかぞえる(２)

小学校第1学年で20より大きい数を学習する際に、「10が3こと1が7こで37」といった数の構成に出会うことになる。ここでは、数10や数1は、リンゴやネコと同じように、いくつあるかをかぞえることができる対象として扱われている。

ただ、数の10や1というのは、そんなにいくつもあるものなのだろうか。

リンゴが3個あるという場合、その3個は全く同一のものではなく、同じリンゴであるが、互いに区別のできる別々の個体を考えているであろう。ネコが7匹いるという場合も、全く同一のネコが7匹いるということは考えづらく、別々のネコが7匹いるという状況であろう。

逆に同一のものが複数あるということは、少なくとも普通は想定しない。日本が3個とか、ルートヴィヒ・ヴァン・ベートーヴェンが7人といったようにかぞえることは、パラレルワールドを想定した議論でもなければ行わない。

では数10や1はどうか。これを3個や7個とかぞえることができるのだとすれば、同じ10だけれども、互いに区別できるような10が複数あるということなのかもしれない。10ってそんなにたくさんあるのだろうか。逆に数10は一つしかないのであれば、それが3個も7個もあるのはおかしいように思われる。

教科書のように「10個のブロックが入ったケースが3ケースある」というのであれば、上のリンゴの場合と同じなので、ここまではわかる。ただそれぞれのケースの10個を表す「10」には特に違いがなく、同じ数の10だ、と考え始めるあたりから、わからなくなってくる。数の10が3つとはどんな状況？

こうした点について、結局、どう考えたらよいのであろうか。少なくとも数10が数えることができるような存在なのかということに加えて、数10は“いくつもある”のかどうか、数10はどのような意味で「3こ」あると言えるのかは、考えておくべきことのように思われる[1)]。

子どもから「10って3こあるの？」と質問されたら、私たちはどのように答えることができるだろうか。自信を持って「あるよ」と応えられるだろうか。

1) ペアノの公理のような自然数の数学的な構成では、自然数の集合を$\mathbb{N}$とすると、加法を$\mathbb{N}\times\mathbb{N}$から$\mathbb{N}$への関数として考えるようである。そうなると単に形式的に(10, 10)には20を対応させ、(20, 10)には30を対応させるだけなので、上のようなことは問題にならないのかもしれない。自然数の集合$\mathbb{N}$が二つ“ある”のかもよくわからないが、順序対を形式的に作ることは許されるのであろう。

【算数・数学教育におけるIAQ に戻る】