

演繹を帰納する

いわゆるガモフの宝探し問題を、自分なりに考えたことがある。よく話題にされるように、複素数を用いて表せばスマートに解決することはできる。しかし取り組むべき対象である場面状況は明らかに平面図形で表されるので、図形の問題として考えた方がなぜそのような現象が生じるのかが見やすいのではないかと思い、図形の問題として取り組んでみた。

その際、GeoGebra を利用したこともあり、どの角とどの角が等しくなりそうとか、どの辺とどの辺が平行になりそうといった見通しを、作図ツールでの操作から得ることができた。条件を満たしたまま自由に変形できるので、同じ大きさになる角や平行になりそうな辺が目立ちやすく、しかも大きさが同じなのか平行なのかといったことも作図ツールにより確認ができるからである。

さらに、試しにある場所に垂線を引いてみて、そこにできる直角三角形と合同や相似になる三角形が他にできていないかを確認したり、それが見つからなかったら、その垂線を削除して別の場所に引き直すといった修正も、簡単に、また画面を汚さずに行うことができた。そうした試みを繰り返す中で、引くべき補助線を見出すなどして、証明の方向性が徐々に見えてきた気がする。

またある辺とある辺が平行になることに気付いた際には、その平行を生み出すような途中の仕組みがあるはずだ、との思いから、2 辺を平行として結び付ける仕組みを探すというつもりで作図ツールを用いて探求したりもした。その際にも作図ツールで図を動かしながら、辺や角についての情報を収集した。

このように作図ツールを用いることで、様々なデータから場面の特徴を帰納的に見つけて、それをもとに証明のアイデアを見出したり、結論につながりそうな事実を帰納的に見出したら、その事実を引き起こしているはずの仕組みをアブダクション的に推測し、その仕組みがあることを示そうとするといった解決過程をたどったように記憶している。つまり、証明の舞台裏では、演繹により証明を組み立てるだけではなく、帰納的あるいはアブダクション的な推論を通して、証明に必要な要素を見出したり証明の方向性を推測したりするといったことが、繰り返し行われていた。むしろそちらの活動の方がメインであった。

データからある性質や現象を帰納的に見だし、それを演繹的に証明するというのが基本的かもしれないが、実際は上のように各種の推論が入り混じって生じるのかもしれない。そうした過程を学習の場面ではどう扱ったらよいのだろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】