

文字式の計算と変形の目的

中学校の数学では文字式の学習をする。小学校算数でも□を用いた式や文字を用いた式を学習するが、中学校での学習の方が、文字式を計算法則を用いて計算することにかなりの重点が置かれている。その際の難しさは、文字式の二面性の問題なども一因となるものの、それとは別に、式を計算したり変形したりする際のゴールが見えづらいことにもあるのではないだろうか。

算数の計算の場合、基本的には1つの数に収束させればよい。文字式を用いていても、方程式であれば、その等式を満たす x の値を求めるとか、もっと形式的には「 $x=$ 」の形になることを目指すとか考えることができる。しかし、文字式の計算の場合、どのような形を目指せばよいのかが、必ずしも自明ではない。

因数分解やそれを利用して、以下のような変形をする場合は、変形の目的や何を目指しているのかは、比較的わかりやすいかも知れない。

$$1-x^2=(1+x)(1-x), \quad \frac{1}{n^2-1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)$$

しかし、文字式の单元の中で、例えば、以下のような計算をするよう言われた場合に、その時の式を変形する目的が何か、そのためにどのような形を目指すべきかは、自明とは限らないし、そもそも話題にすらされないのでないだろうか。

$$\frac{4x-y}{3}-\frac{x-3y}{2}$$

確かに“簡単な形”に変えるということなのであろうが、しかし上の因数分解に関わる変形は、むしろ簡単な形を計算前の状態に戻しているように見える。

大切なのは表面的な「簡単さ」ではなく、変形によりどのようなメリットが生まれたのかということであり、そのメリットがなるべく大きくなるような形が変形のゴールなのかもしれない。こうしたメリットやゴールについて、私たちは話題にしてきたであろうか。

また上の式について、2つの項をそれぞれ6倍にして分母を“払う”中学生がしばしば見られる。方程式では類似の変形が許されるのに、式の計算ではそれが許されないのは、前者の目的にとってはその変形が式の大切なものを崩さないが、後者の目的にとってはその変形が大切なものを損なってしまうからであろう。しかし、その「大切な物」が何かを明確に説明せずに、この時はいいけど、この時はダメ、とだけ説明するのであれば、単にルールを覚えてもらうことに過ぎなくなる。

式を変形する目的を話題にし、生徒が目的に応じて変形のゴールを自分で設定できるようにはできないものであろうか。また目的を話題にするためには、私たち教師がそれぞれの変形で目的を理解している必要もある。私たちは式を変形する際に、変形の目的を意識し、目的に応じた形でゴールを設定しているであろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】