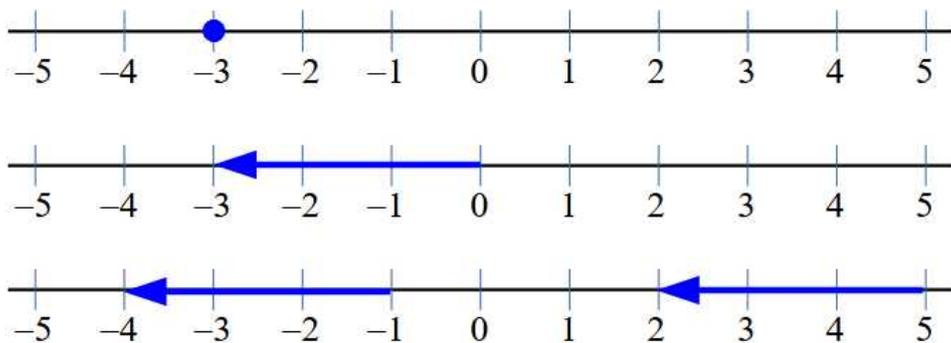


## 正負の数の学習で中学生にベクトル？

中学校第1学年の**正負の学習**で負の数が初めて導入される。多くの教科書では**0より小さい数**として負の数が導入された後、数直線上で負の数を考えたり、その中で絶対値の考え方も扱われる。

負の数を数直線上で考える際には、**数直線上の点が数を表している**というニュアンスで説明されている。また絶対値も原点からの「距離」として説明される。道のりではなく距離と言われると、2点間を結んだ長さというイメージであり、したがって数自体は点として考えられているように見える。

学習が正負の数の加法・減法になると、数は数直線上の矢印で表されるようになる。しかも、原点を始点とする位置ベクトルであれば、矢印の終点と数を表す点とを同一視すればまだ済むが、実際には加数や減数を示す矢印は、被加数や被減数により始点が変わり、いわば自由ベクトルとして表現される。そのため、数直線上で例えば-3を表す際に、次のような3つの表現が出てくることになる。



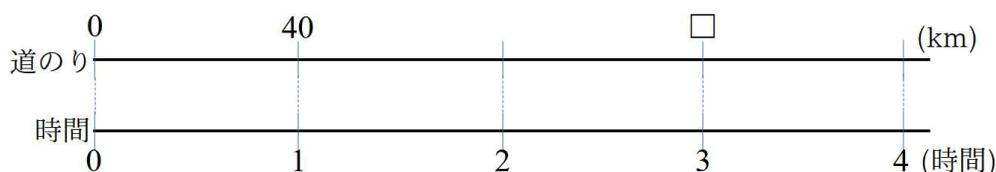
しかも、それらがあまり説明もされずに、当然のように使い分けられている。**向きを持った量を矢印で表す**ことや、そうした量の合併や求差を矢印の操作として学習したことがあるならまだよいが、そうした経験もなく特に説明もないままにこうした扱い方が出てきた時に、果たしてこれは学習者にとって**意味のある説明**になっているのであろうか。

私たち教師は高等学校や大学でベクトルを学習してきているので、こうした扱いにも慣れており、またその意味も解釈しやすいが、ベクトルを全く学習したことのない人にとって、矢印による表現や矢印どうしの操作が比較的楽に解釈できるものなのかどうかは、一度検討してみもよいのではないだろうか。

さらに言えば、算数のたし算やひき算の文章題では、いわゆるテープ図を用いた表現が用いられてきており、数直線上で加法や減法の操作を説明したり考えたりする経験は、それほどないと思われる。したがって、加法や減法を数直線上の矢印の操作として説明することは、図的なイメージを用いてわかりやすくしようとしているのかもしれないが、算数の学習との接続という点でも適切なものは曖昧である。

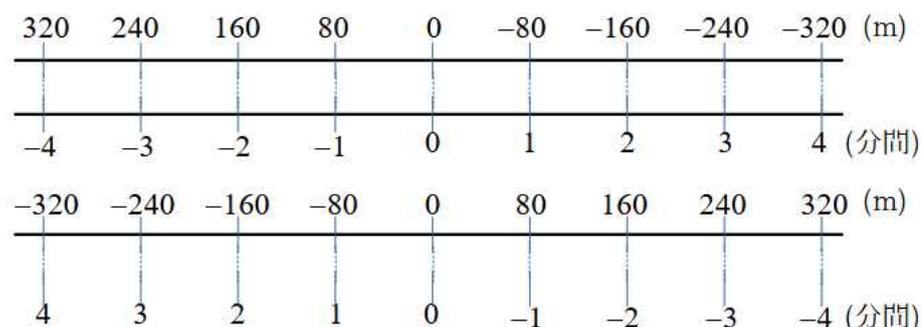
ちなみに、(令和3年度版の場合)1社の教科書では、加法の説明で被加数は数直線上の位置で表し、加数だけを矢印で表して、被加数の位置から加数の矢印分だけ変化があるとして説明している。またこの教科書では減法の説明では矢印を用いていないようである。

算数の場合、かけ算とわり算の方が数直線を用いて扱われてきている。ただその場合は、下のようないわゆる二重数直線が用いられる。



これは、比例のグラフにおける  $y$  軸を  $x$  軸の下に並べたような感じになっている。

正負の数でも、乗法の学習の際には、速さと時間の場面が用いられることもあり、確かに数直線は用いられている。しかし上のような二重数直線ではなく、あくまで人が移動する様子を表現するための、基準からの位置だけを示す数直線となっている。これは、速さが負の場合に二重数直線で表しにくいからだと考えられる。例えば、分速 $-80$  mで歩いている場合を考えるために二重数直線を用いるとすると、時間の1分の上に $-80$  kmが来なければならないので、位置の軸と時間の軸とを逆向きにする必要がある。



こうした不自然さを避けるために、位置の軸だけをかき、時間の軸はかかないのだと推察される。ただそのために、算数でかけ算やわり算を考える際に用いた二重数直線とは、異なる表現の仕方になってしまっている。

結局、加法や減法について算数では数直線上で演算を考える経験があまりないのに対して、中学校では多用されている点、また乗法と除法では数直線の使い方が算数とは異なっている点、これら2点の意味で、正負の数の計算についての数直線を用いた説明は、算数との接続が難しい状況になっていると考えられる。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】