

数の世界への参加としての学習

算数・数学でさまざまな数について学習する。その際、ある種の量を表現できるようにとして新たな数を導入したり、量に対する操作の結果と整合するように計算の仕方を考えたりする。また学習後には、数と計算の知識・技能を日常場面に適用できるようになってほしい、と期待をしているであろう。したがって、数の学習は量の話とは切り離せない。

他方で、学習のそれなりの部分は計算練習に割かれるが、そこでは量を特に参照することなく、基本的な計算の仕方に沿って計算が実行されることが想定されている。また、その計算の仕方にしても、初期の学習では量を参照していても、学習が進むにつれ、既習の計算方法や位取りのような数の構造、単位分数の個数や通分の考え、計算法則といった、数についての知識に基づいて計算の仕方を考えたり、正当化したりするように変わっていった。

このように、数とその計算の学習は、量を表すことから出発し、また後では量に対して応用できることが想定されているが、内容を発展・充実させる学習においては、量とは離れた数の世界の中で学習が行われているように思われる。その数の世界の住人は数であり、数についての新たな事実は計算という数の世界での操作により見いだされたり正当化されたりしている。そもそも量を越えた結果を計算が提供できなければ、量に適用しても新たな情報は得られまい。

私たち教師は、この「数の世界」に子どもたちが親しんでくれること、さらに「数の世界」に子どもたちが参加し、探索し、さまざまな事実を発見し、それらについて語り合えるようになることを願っているのではないだろうか。つまり、「数の世界」に、私たち大人と同じ程度に参加し、自由に振る舞えるようになってくれることを期待している。そして、子どもたちの生活圏が徐々に広がるように、「数の世界」も子どもたちの成長に合わせて広がっていく。

もしも「数の世界」が上のようなものであるならば、その世界には長さや面積、液量、重さといった量は含まれていないので、私たちは量と数とを別なものにとらえ、同時にそれらの関係を意識して、数と計算の指導を行う必要がある。

その上で、子どもたちに「数の世界」に参加してもらえるようにするには、例えば次のような点にも配慮し、「数の世界」を独立した世界として立ち上げ、学習者からも見えやすくする必要がある。

- (a) それぞれの数がどのような数であるかが、「数の世界」の中で明確にされているか。(各数の「数の世界」でのアイデンティティ)
- (b) 四則演算も、それぞれがどのような操作を指すのかが「数の世界」の中で明確にされているか。(演算の「数の世界」での意味付け)

(a)に関わり、例えば $\sqrt{5}$ は「2乗して5になる正の数」として導入される。 $\sqrt{5}$ に $\sqrt{5}$ を“かける”ことがどのような操作かの検討は必要であるが、とりあえず「数の世界」の中でその位置づけが明確にされている。負の数、分数、小数、自然数といった他の数も、同様に「数の世界」で明確に位置付けられているであろうか。

(b)に関わっても、例えば縦2 cm、横 $\sqrt{5}$ cmの長方形の面積を考えて、その面積が公式から $2 \times \sqrt{5}$ で求められるはずだとすれば、 $\sqrt{5}$ をかけてもいいのかな、とは思える。ただ $\sqrt{5}$ という無限小数になってしまう数かけることは、算数のかけ算のイメージでは捉えきれない。しかし上の説明は、この操作がどのような計算なのかについては、何も答えていない。では、他の数かけるかけ算であれば、その点は大丈夫なのであろうか。

指導の手立てとして量を参照するのは有効であろうが、量と数の関係が曖昧なまま指導を行うと、「数の世界」への参加を促そうと思いつつも、実は量の話に留まっているということにもなりがちである。それでは、学習者は「数の世界」が何かを知らないままなので、そこに参加してみようもないであろう。

ただ、(a)や(b)をきちんとしようとする大変なことも確かである。「数の世界」に参加するというのは、それだけ大変な話だということでもある。私たちはそうした大変なことを子どもたちに求めているのだ、ということも自覚すべきであろう。私たちはその覚悟をもって指導してきているであろうか。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】

【補足】

上に出てくる「数の世界」は哲学的な話ではなく、「数のディスコース(the discourse on numbers; Sfard, 2008, p. 53)」のことを念頭に置いている。discourseは談話と訳されたりするので、授業中における話し合い活動のように解釈する人もあるようだが、個人的には上の「数の世界」のようなものだと考える。そうした数学的なディスコースに参加できるようになることが“学習”の意味だとすることは、discourseの視点を採り入れている数学教育学の研究者の共通の立場であろう。