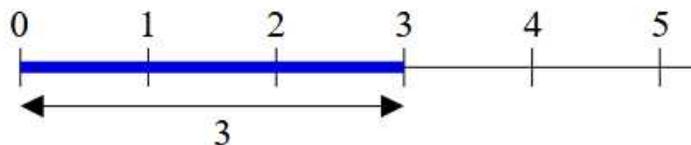


数直線の長さや位置

数直線は数の並びを表現したり、数の相互関係を確認したりするのに有用な表現方法と感じる。多くの学習場面でも利用されるが、ただ、数直線の上で数がどのような形で表現されているのかと考えると、意外とむずかしい問題を含んでいることに気づく。

小学校第1学年で「かずのせん」が導入される時は、動物などが長さ1の区間ずつ跳ぶ様子などが示されている。それからすると、数は原点0から最後の点までの長さにより表されているように見える(数は数直線上の区間の長さ)。



長さが数を表すという場合、同じ長さであれば左端が0でない区間も、同じ数を表すとして扱われる。例えば、 $5 + 3$ を数直線上で説明するとすれば、上の数直線の5から右方向に長さ3の分だけ進み、到達した8が和を表すと説明するであろう。5から始まっている区間であれば、それは数3を表すとして扱われている。こうした使い方は、向きが入るので矢印にはなるが、負の数の加法や減法の説明でも用いられるので、区間や矢印が数を表すという数直線の解釈は、中学校でも出てくることになる。

これに対して、数直線上の点が数を表すとして数直線が用いられる場合もある(数は数直線上の位置や点)。



もちろん、基準となる0と1があり、それとの相対的な位置ということではある。そして、その相対的な位置関係を決めるには、0-1区間の長さや0から当該の数まで区間の長さが問題になってくるではあろうが。

しかし特定の「目盛りが表す数」、あるいは「目盛りに当たる数」といった時には、区間の長さというよりも、数直線上の位置や点が数を表すと考えられている。

る。また、大きい数などの学習で原点0が現れない数直線の場合、原点と当該の点との間の区間を考えにくいので、点が数を表すという解釈が想定されているように見える。中学校で「数直線上の点に対応する数」と言えば、一つ一つの点が数を表していることになる(直線が点の集まりから出来ていると生徒が見ているかは、とりあえず置いておくとして)。

さらに小数の乗法・除法の学習や、単位量あたりの大きさの学習などで、比例関係にある2量を2本の数直線で表した場合、2数の倍関係を矢印で表現することがあるが、その矢印の根本や先にある数は、それぞれ数直線の位置により示されていると解釈しているのではないか。実際、2数の乗法的関係を乗法により表現するためには、区間の長さに戻って考えない方が効率はよさそうである。

数が数直線上の点で表されているという解釈は、数直線が座標軸となって関数のグラフの一部となり、ある x の値に対応する y の値をグラフから読み取るという場合にも必要であろうから、数学の学習にとっても重要な捉え方だと考えられる。

実際に算数・数学の学習を進める際には、どちらか一方の解釈で進めるというよりも、二つの解釈の間を適当に行き来しながら解釈することが多い。例えば上の $5 + 3$ でも、被加数の5は点で表されるとし、加数の3は区間の長さで表されるとして考えるかもしれない。また和の8は原点0からの長さというよりも、再び区間の右端に当たる点で表されるとして解釈しているのではないか。私たち教師や学習に特に困難を感じていない学習者は、そうした二つの解釈の併用を特に意識することなく、自然に行えているように思われる。

ただ、数を個数といった“大きさ”から学び始めたことからすると、区間の長さという一種の“大きさ”により数が表されるという解釈の方が、学習者には受け入れやすいことが予想される。そして、数直線上の位置や点が数を表すという解釈は、長さによる数の表現から発展した形で成立するのであろう。そうだとした時に、そうした発展が、算数や数学の学習の中で生じるように指導が行われているかが問題となる(参考：[算数における二面性](#))。

【[算数・数学教育におけるIAQに戻る](#)】