

## 「上にある」のか「含まれる」のか

令和5年度全国学力・学習状況調査数学の問題3は、正答率が31.1%とこの年度で最も低かった。ただ問題は四択であり、空間における平面が1つに決まる場合について正しく述べた文を、4つの文から1つ選ぶというものであった。4つの選択肢は次の通り：ア 1点をふくむ平面は1つに決まる；イ 2点をふくむ平面は1つに決まる；ウ 1つの直線上にある3点をふくむ平面は1つに決まる；エ 1つの直線上にない3点を含む平面は1つに決まる。さすがにアを選択した生徒は6.5%であったが、ウを選択した生徒は35.1%と正答より多く、イを選択した生徒も26.0%いたそうである。

こうした結果が出ると、平面がどう決まるかを、三脚の例などもイメージさせながら、もっとしっかり教えないといけないという話になろう。それはもっともな話であり、確かに必要なことでもある。ただ、上の選択肢を改めて(少し生徒目線を心がけて)見直すと、それぞれの選択肢の意味を生徒はきちんと理解できていたのかも気になる。そこではある意味、数学独特の言い回しがあるように思われる。

選択肢ではすべて「～点をふくむ平面」という表現が用いられている。つまり、点は平面に「ふくまれる」というイメージである。教科書でもこうした表現を用いているので、もちろん出題の仕方としては全く問題ない。しかし、生徒が私たちと同じことをイメージしてくれているかは別問題である。

線が点の集まりかが明確に学習されていないかもしれないと同様、平面が点の集まりとして明確化されていないとすると、ある点が平面に「ふくまれる」という表現が理解しにくくならないだろうか。ある成分が食品に含まれるように点が平面に「ふくまれる」のであろうか。ある商品が福袋に含まれるように点が平面に「ふくまれる」のであろうか。生徒は、点は平面に「ふくまれる」ものとしてイメージできているのであろうか。

しかも上の選択肢の文では、点の方は「直線上にある」、つまり直線の上になっているような表現になっている。点は直線なら「上にある」が、平面なら「ふくまれる」のであろうか。

さらにある高校生向けの教材を参考にすると上の選択肢は次のように表現することもできそうである：

- ・ 2点を決めると、平面は1つに決まる；
- ・ 1つの直線上にない3点を決めると、平面は1つに決まる。

この表現では

- ・点を決めてから平面が決まるかを考える流れがある
- ・その必要な点を自分で決めるというニュアンスになっている

ということが、選択肢の文とは異なっている。逆に選択肢では

- ・点は平面が満たすべき条件として同時に言及される
- ・そのため、点と平面がどういう順番で決まるのかははっきりしない

という状況になっている。自分で決めるという主体性も発揮しにくく、思考の流れも感じにくい表現になっているのである。つまり、学習者自らが条件を設定し、平面が決まりそうかを検討していくような表現にはなっていないのである。

なお、学習者主体をさらに進めるならば、「平面は1つに決まる」という表現も、「平面を1つに決めることができる」とすることも考えられる。

選択肢の表現は点や平面を自立した存在のように扱い、より客観性の高い数学らしい表現かもしれないし、私たち教師はこうした表現に慣れ切っているので違和感も持たない。また「上にある」でも「ふくまれる」でも正答には大して影響はないとも考える。しかし、正答率がかなり低いという現状がある以上、教科書と同様の内容を改めて強調するだけでなく、そもそも上の4つの選択肢の意味を生徒に理解してもらえていたのか、また選択肢が生徒にとってもわかりやすい表現であったのかについても、一度吟味してもよいのではないだろうか。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】