「平行」の意味：小中接続の点から

小学校第４学年で平行四辺形などを学習する前に、垂直と平行についても学習する。その際、「平行」は次のように説明される：「１本の直線に垂直に交わっている２本の直線は、平行であるといいます」。また平行な２本の直線が他の直線と等しい角度で交わることも、測定を通して確認される。つまり同位角が等しいことが、帰納的に示される。さらに、やはり測定を通して、平行な２本の直線の間の長さはどこでも等しいこと、２本の直線はどこまで伸ばしても交わらないことも確認される。作図にあたっては、同じ角度で交わることを利用し、２枚の三角定規を用いて平行線を引いている。

「平行」は、中学校第１学年で平面図形を学習する際にも現れる。そこでは平面上の２直線が「交わらないとき２直線は平行であるという」として説明される。作図にあたっては、ひし形の対辺が平行であることを利用し、主にコンパスを用いて平行線を構成することになっている。平行な２本の直線の間の距離が等しいことについては、算数と同じように測定に基づく。

改めて並べてみると、比例の場合と同じように、算数と中学校数学で「平行」の意味が少し変わっていることに気づく。前者では１本の直線に垂直に交わっていることが、後者では交わらないことが基本的な意味である。算数では直線自体が線分と明確には区別されずに用いられているので、交わらないことを基本の意味には据えにくく、「[線分を]どこまで伸ばしても」交わらないという性質の一つに留めざるを得ないのかもしれない。ただ、結果として、「平行」の意味に関して、小中の違いが生じてしまっている。この違いについて私たちは十分に意識をして指導しているのであろうか？

また、上の２つの「平行」の意味は、同じことを意味しているのであろうか。つまり、１本の直線に垂直に交わる２直線はどこまで行っても交わらないことが保証され、逆に交わらない２直線に対してはそれらのいずれとも垂直に交わるような直線が存在するのであろうか。

これを考える一つの方法は、いわゆる第5公準を仮定することであろう。

数学での「平行」のように交わらない２直線があり、一方の直線上の点から他方の直線と垂直に交わる第３の直線を引いたと考える。交点にできた直角に対する同側内角が直角より小さいと仮定すると、同側内角の和が２直角より小さ

くなるので、その側で元の２直線が交わることになり矛盾する。また同側内角が直角より大きければ、同様の理由から反対側で交わることになり矛盾する。したがって、数学での「平行」は算数での平行を含意することになる。

逆に算数での「平行」のようにある直線に垂直に交わる２本の直線は、どこまでいっても交わらないことを説明できるだろうか。第５公準のプレイフェア版を用いれば示せそうであるが、第５公準からプレイフェア版を導く際に例えば三角形の合同条件を用いたりすると、話がややこしくなる[1)]。少なくとも、中学校で“新しい”「平行」の説明に出会う段階では、それが算数で学習した「平行」と同じものであることは、感覚的に納得してもらうしかないのかもしれない。交わらないことを、算数では平行な２直線の性質の一つとして学習したので、それが、特に断りもなく説明もないままに、数学ではいつの間にか、定義に近い立場へと“昇格”したことになろう。

加えてどこまで行っても交わらないことは、算数での垂直に交わるという条件とは異なり、実際には確かめようがないので、「平行」は頭の中のイメージでしか存在しないように見える。

もちろん、中学生に対して細々したことを説明して混乱を招いてはならないであろうが、仮に中学生から算数の時と違うと質問されたら、私たちはどう答えることができるかは、考えておいた方がよいのかもしれない。

1) Wikipedia の「平行」の項目で引用されている Wylie, Jr.の ”Foundations of Geometry” (1964)では、２辺夾角の三角形の合同条件を公理(p. 87)とし、錯角が等しければ２直線が平行になることを定理として証明している(p. 94)。さらにこの定理の系として、１本の直線に垂直に交わる２直線が平行であることも示されている(p. 95)。

【算数･数学教育におけるIAQ に戻る】