## 包含除と測定

小学校第3学年でわり算を学習する際、等分除とあわせて包含除も扱われる。 前者が12個のアメを4人で分けると1人分がいくつになるかを考えるのに対 し、後者は12個のアメを4個ずつ分けると何人に分けられるかを考える。実際に 何人に分けられるかを考えるとすれば、12個のアメからまず1人分の4個を取 り分け、残った8個からさらに2番目の人のための4個を取り除き、そして残っ た4個からさらに次の人のための4個を取り除くと残りがなくなる、といった量 の操作を行い、3人に分けられると判断することができる。

ここでの操作は、比較量 12 個から基準量 4 個を順次引いていき、何回引くことができたかを調べている。その引くことのできた回数が商になる。



これと似た量の操作として測定が考えられる。測定の場合、基準量のいくつ分で比較量と等しくなるかを調べている。小学校第1学年の学習に現れる任意単位による測定を思い出すと、以下のようになろう。



基準量を比較量の上や脇に置いていき、併せた全体が比較量と等しくなるまでこれを続ける。何回置くことができたかの回数が測定値になる。

このように並べてみると、"取り除く"のか"置いていく"のかの違い、いわば累減的か累加的かの違いはあるものの、両者の量としての操作はよく似ている。基準量のいくつ分かを調べているので、当然と言えば当然であるが、包含除と測定は基本的には同じアイデアなのではないかと思われる。まさに英語で言うところの measurement division である。

さらに、割合が測定値なのだとすれば、割合も含めて、割合-包含除-測定は 一体化したものだということになる。

上の測定の操作の結果として、測定値は基準量がいくつ分で比較量と等しくなるかを表す、つまり比較量=基準量×□の□だと考えると、かけ算もこの並び

に入ってくる。そのことも、除法が乗法の逆だと考えれば当然である。ただし、そのためには、かけ算が基準量の何倍かを求める演算として、いわば「外延量=外延量×倍」という図式で捉えている必要がある。「内包量×外延量」と捉えると乗数は倍や数値にならないからである。かけ算を統合できるのは、妙な"意味の拡張"をはさんで、そのつながりを分断していない限りにおいてのことになる。

このように、関連していると考えられる学習内容を統合的に捉えられるように、私たちは6年間の算数を構想してきているであろうか。学習者がそのように見やすくなるように指導したり、算数を得意としない先生や若手の先生方にもそう見てもらえるようにサポートできているであろうか。何より、私たち自身がそうした統合的なイメージを意識して、6年間の学習内容を整合的に捉えているであろうか。統合的なイメージが明確になるように、私たちの理解をさらに深める必要があるように思われる。

ちなみに、包含除が割合と親和性があるとなれば、等分除は単位量あたりの大きさと親和性がありそうであるが、それはまた別の話である。

【算数・数学教育におけるIAQ に戻る】