式の定義と正負の数の計算

雑誌「新しい算数研究」の 1996 年 11 月号で、平林一榮先生が「式とは何か」を話題にされている。先生によれば「式とは、定まった記号を、定まった規則に従って並べた、記号の有限系列である」(p. 7)とのことである。

そして、小学校算数の「式」では、「定まった記号」とは、次の３種類だとされている：(1) 数字；(2) 演算記号；(3) 括弧（　　）。

また「定まった規則」については、次のようなものだと説明される。

(1) 数字はそれだけで式である。

(2) A、B が式であれば、(A)＋(B)、(A)－(B)、(A)×(B)、(A)÷(B)は
いずれも式である。

(3) 以上の他に式はない。

等式を考える場合は、「定まった記号」に等号＝を追加して、「定まった規則」に次の項目を追加するだけでよいとされている。

A、B を式とするとき、A＝B を等式という。

文字式の定義については述べられていないが、上から推測するに、「定まった記号」の中に、いろいろな数の値をとりうる文字 a, b, c や x, y, z などを含め、(1)の「数字」として数を表しうる文字も含まれると考えればよいであろう。

こうした「式」の定義は、述語論理の言語を決める際に、定数記号や変数記号、関数記号、述語記号を決め、さらにそこから文や論理式を規定するのと似ている。

同時に、少し試してみれば、上の定義がたいへんシンプルでありながら、私たちの式のイメージを十分反映できていることもわかる。

ただし、これに沿って考えると、中学校の教科書でおかしなことが出てくる。

中学校 1 年の正負の計算の際に、例えば(＋２)＋(－４)＋(＋６)を２－４＋６と変形する際に、教科書では「このように、項だけを並べて表すことができる」と

説明していることが多い。
　しかし、上の平林先生による式の定義を見ると、各数は式ではあるが、２つの式から新たな式を作る際には、＋、－、×、÷の演算記号により２つの式を結ぶ必要がある。２つの式を単に並列したものはもはや「式」ではないはずである。

　したがって、「２－４＋６」の例えば「２－４」の部分を、「２」という式と「４」という式を「－」という演算記号で結んでいると捉えるならば、上の定義から式であると言えるが、「２」という式と「－４」という式を単に並列したものであると捉えるならば、これはもはや「式」ではない。つまり、「項だけを並べ」た記号列は式とは言えないと考えられる。

「項だけ並べると、結果として、(演算記号「－」を含んだ)それと同値な式になる」という解釈ならテクニック的な説明としてよいであろうが、「項だけを並べて表すことができる」として、適切な“式変形”であるかのように説明することは、少なくとも上の式の定義に沿って考えるならば、不適切であろう。

　なお、上の定義からわかるように、基本的には演算は２項演算である。$a+b+c$などの３項の式は２項の式$a+b$を規則(2)のＡだと思って、(A)＋(c)を作り、さらに結合法則などから計算順序に拠らないことから括弧をはずしたものであるが、教科書ではそうした確認はなく、いきなり$a+b+c$などが出てくる。
　そうしたことをくどくど説明すれば、生徒は嫌になるだけなので、それをしないのは教育上適切なのだろうと思う。ただ、逆に言えば、既にこの段階でそれほど“論理的”ではないのだから、あまり“論理的”にこだわらずに、生徒にはある程度はおおらかに考えてもらってもいいのかもしれない。