

観察や「見る」と知識

令和6年度全国学力・学習状況調査数学で、2つの三角形の場面における辺の長さや角の大きさを問う問題が出された。中学校数学では比較的良好に取り上げられる問題である。その(1)では、2つの辺の長さが等しいことを証明するには特定の2つの三角形の合同を示せばよいという証明の方針がほぼ示された上で、辺の長さが等しくなることの証明を完成させることが求められた。方針がほぼ示された状態でも正答率は26.5%に留まり、特に「上記以外」と「無解答」が併せて50%近い、つまり半数近い人は何をどうしてよいのかがほとんどわからなかったという結果に終わっている。こうした生徒の現状を浮き彫りにしたという点で、証明の方針をほぼ示した上で証明を完成させるという問題を出題されたのは英断であったような気がする。

ただ、(2)の問題は、示された条件だけからだと、どのように考えてよいのか、正直よくわからない。

動点CがABの中点Mにある時に2つの角 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ が等しく見えたことから始まり、点CをAからBに向かって動かした様子を観察し、次の2点にまとめたとされる。

① 点CがAからBに近づくにつれ、 $\angle AQC$ は大きくなり、
 $\angle BPC$ は小さくなる。

② 点Cが中点Mにある時、 $\angle AQC = \angle BPC = 30^\circ$ である。

なおまとめの直前には、CがAとMの間にある場合、中点Mにある場合、MとBの間にある場合の3つの場合の図が示されているが、角の大きさは数値では示されていない。

その上で、①と②から2つの角の和 $\angle AQC + \angle BPC$ について「何かいえること」として、点CがAとMの間にある時に和がどうなるかと、点CがMとBの間にある時に和がどうなるかを、次の4つから選ぶことが求められる：ア 60° より大きい；イ 60° より小さい；ウ 60° になる；エ 60° より大きいことも小さいこともある。

正答率は27.4%であり、前者は正答だが後者が誤答の人が17.7%、前者は誤答だが後者は正答の人が15.2%いた。両者とも誤答の人は35.1%、「上記以外」が0.3%、無解答が4.5%となっている。なお、一方が正答か誤答かに限らず、前者と

後者に対して同じものを選択した人が 32.8 %なのに対し、前者と後者と異なるものを選択した人は 62.6 %であった。つまり 3 分の 2 近い人は、点 C が M を通過する前後で角の和の大きさの傾向が変わると考えたことになる。

この結果に対して報告書は「事象を角の大きさに着目して観察し、問題解決の過程や結果を振り返り、新たな性質を見いだすことに課題がある」(p. 77)と指摘している。この指摘やこれと同様の表現をしている「学習指導に当たって」を見ると、実はこの問題は単に「観察」することを求めたものではなく、「問題解決の過程や結果を振り返」ることを含む問題であったとわかる。つまり、角の様子を「観察」するとともに、(1)で「 $\triangle QAC \equiv \triangle BPC$ を証明したことを振り返り」、それにより「 $\angle AQC$ と $\angle BPC$ の和は 60° で一定であることを見いだす」(p. 77)ことが求められていたのである。

この指摘は、観察や事象を「見る」ことについて、大切な点を示唆している。動的作図ツールなどに現れる現象を観察する場合でも、ただ見ていけばよいというものではなく、ノーウッド・ラッセル・ハンソンの「理論負荷性」のように、適切な知識や情報を背景としながら観察し、「見る」ことが重要だということになる。どのような「見る」でも何かを持ち込みながら見ているのであろうが、今の問題を考えると、「 $\triangle QAC \equiv \triangle BPC$ 」という特定の“適切な”知識なり情報を持ち込みながら見ないと、「和は 60° で一定」ということは見えてこないかもしれない。

問題では動的作図ツールの利用が想定されていたが、そうであるなら、角の大きさが気になった時点で、その角の大きさを表示させるのが自然なようにも思われる。さらにそれぞれの角の大きさを見ている中で、和はいつも 60° になるのかもという予想が思い浮かぶこともありそうには思われる。それならと、2つの角の和をツール上で計算させたものを表示させ、点 C を動かしながらその和の数値を観察することへと進むであろう。

この場合は三角形の合同という(1)の結果がなくても「観察」は進展し、和が一定という事実にも気づくことができそうである。ただそれでも、そもそも最初に、誰かに言われる前に、それぞれの角の大きさに着目できるかとなると、必ずできるとは言いがたいようにも思われる。

現象を観察したり「見る」ことをする際には、やはり漫然と見ていてはダメな

のであろう。特に成り立つ性質についての見当もない状態で観察する時に、そこからどのように性質に気づくことができるか、というのは意外と難しいのかもしれない。特に、数学が得意ではない人に私たち教師と“同じもの”を見てもらいたいとしても、持ち込める知識や情報が異なれば、そう簡単にはできないのかもしれない。

なお今回の問題を提示する際、報告書では「問題解決の過程や結果を振り返」ることに言及していたものの、生徒が目にする問題には、(1)の結果を参照することは明記されていなかった。生徒がそうすべきであることが当然であるように、私たちは数学の指導をしてきているであろうか。以前に Schoenfeld 先生が、生徒は証明が発見や発明には関係していないという信念を持っているのではないかという考えを提起されたが、私たちは証明の過程や証明された結果が、次の発見に役立つものだという信念を生徒が持てるように指導してきているであろうか。

動的作図ツールなどの使用により、指導の中で生徒に現象を観察し、推測を生み出してもらうような機会が増えるとすれば、観察することや「見る」ことがどのようなことかを検討しておくことは、大切なことであろう。