２ｍの３等分と量分数 vs. 分割分数

２ｍを３等分した時に、１つ分の長さは何ｍかを問うと、小学生の中で $\frac{1}{3}$ ｍと答える人がいるという話になり、その原因として、子どもたちが量分数と分割分数、あるいは割合分数を混同しているとされることも多い。

分割の操作を表す分数は、数学的知識の二面性の点から考えるならば、割合を表す分数の操作的な段階にすぎない。そして、量を表す際に用いられる分数も結局は割合を表していることを想起すれば、量分数と分割分数や割合分数を“混同”するという捉え方は、あまり意味がないように思われる。本来の長さである $\frac{2}{3}$ ｍの $\frac{2}{3}$ も、子どもが３等分を表そうと思い用いる $\frac{1}{3}$ も、基準量に対する割合を表しているという点では、同じだからである。

では何が違うのかと考えてみれば、分数自体はどちらも割合なので、違ってくるのは基にする量ということになる。「2 m の 3 分の 1」として考えている時の基準量は２ｍであり、 $\frac{2}{3}$ ｍと考えている時は「1 m の 3 分の 2」を考えているのだから、その基準量は１ｍとなる。

それでも前者を $\frac{1}{3}$ ｍと表現してしまうことの背景には、分数の“種類”の違いというよりも、むしろ「m」という単位を用いた長さの表現の仕方に対する理解が不十分なことがあると考えられる。そして、そのさらに背景には、単位ｍに対する誤ったイメージがおそらくあるのではないだろうか。

仮に、「m」が「長さ」であることを示す単なる記号としてイメージされていると、子どもは２ｍの「３分の１の長さ」というつもりで、 $\frac{1}{3}$ ｍと表しているのかもしれない。あるいはそもそも“基準量”という発想もなく、「３等分するという操作＋長さであること」という意味合いしか持たないのかもしれない。

そうであるとすると、ここで確認すべきは、第２学年で長さは「1 cm がいくつ分あるかで表す」と学習したことであろう。ここから、 $\frac{1}{3}$ ｍという表し方においては「1 m が $\frac{1}{3}$ ある」こと、つまり基準量を１ｍとし、そのいくつ分を考えてい

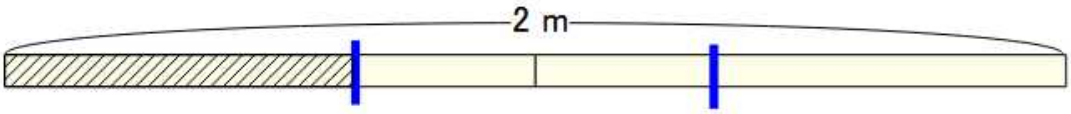
ることが確認されるべきである。

ただしここで注意すべきことが２点ある。一つは分数倍が第５学年まで出てこないために、「1 m のいくつ分」の「いくつ分」として $\frac{1}{3}$ を明確には考えにくい可能性があることである。もしも第５学年までは「1 m のいくつ分」を分数について扱えないのだとすれば、分数が測定値となるような長さは、実はそれ以前の時点ではきちんと規定されていない状態にあるのかもしれない。

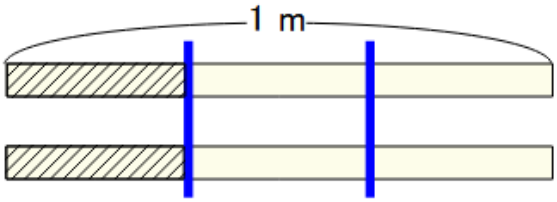
もう一つは単位の身分が曖昧なために、$\frac{1}{3}$ m が基準量の $\frac{1}{3}$ 倍の長さのことだとは感じにくい可能性があることである。m などの単位自身が「基準の大きさ」のことだとわかれば、「$\frac{1}{3}$ m」を基準量 m の $\frac{1}{3}$ 倍の量として読み取りやすい。しかしそうした理解がなければ、「$\frac{1}{3}$ m」という表記から基準量を読み取ることは難しく、「何かの３分の１の長さ」といった程度の把握に留まるかもしれない。

このように考えてくると、2 m の３等分を $\frac{1}{3}$ m と考えてしまうことの背景にあるのは、第２学年で長さを 1 cm の「いくつ分」として学習することが、分数値の場合に十分対応しきれていないことと、単位 m が何を表すのかが曖昧で、「〇 m」という表記が「m という基準量の〇倍の長さ」という意味であることも曖昧になっていることという、算数における指導の問題であるように思われる。少なくとも、そうした問題がないかの吟味もしないまま、「量分数と分割分数の混同」というストーリーで済ませてしまうのは、適切とは言いがたい。こうしたストーリーで安易に納得してしまうのは、私たち教師が量と数の関係について、明確に考えてこなかったからであるようにも思われる。

ちなみに、2 m の３等分が話題になる時は、下のような図で考えていることが多いように見える。



しかし小学校第５学年で整数どうしのわり算の商を分数で表すことを学習する際には、以下のような図で考えることが多い。



この図であれば、2 m を３等分した時の１つ分の長さが $\frac{2}{3}$ m であることはもっとわかりやすいように思われる。

あるいは、2 m を３等分した時の１つ分の長さは、3つ分で２ m に戻るような長さであることは、子どもたちも認めやすいようである。だとすれば、３つ分で 2 m に戻るのはどのような長さか、という点から考えてみることもできよう。第３学年の学習の範囲でも、$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$ であり、2 にはならないことは扱えるであろうし、簡単な仮分数も第３学年ですでに学習することから、$\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$ となることも扱えるのではないだろうか。

私たち教師が「量分数と分割分数の混同」といった正しいのかどうかよくわからないストーリーを鵜呑みにするのではなく、この課題に出てくる分数や単位、長さなどの登場人物についてよく吟味して、子どもの誤りやそれに対する指導を考えていく必要があるのではないだろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】