

等分除と包含除

小学校第3学年のわり算の学習では、等分除と包含除が話題となる。このうち等分除については、**改めて考えてみると**、等しく分けるという操作としてイメージし続けるのは難しく、等分した後の状態によりそのイメージを作ろうとすると、結局はかけ算の逆演算という捉え方になってしまうのであった。

こうした点について、包含除の方は当初のイメージをそのまま維持しやすいように思われる。小学校第3学年のわり算の導入で4個ずつ分けるという場面を考える際には、全部の数から4個ずつとっていくことになる。ある長さの紙テープがあり、例えば7 cm のテープに分けていく場合も、テープから7 cm ずつ順にとっていけばよい。さらに、495 cm のテープを2.5 cm のテープに分けていく場合も、多少手間はかかるが、同じように2.5 cm ずつとっていけばよいであろう。必要があればオランダのRMEの人たちが提案するように、10回ずつとか100回ずつとかを求めてとることを認めればよいし、そうした工夫を通して筆算に近い計算の仕方にも近づけていくこともできる。

このように、包含除については、導入時に用いた操作が他の場合でもそのまま使える。そしてこのように基準量は何回とれるかを考えることは、測定をしていることになるので、わり算を測定の操作によりイメージし、商を測定値により意味づけることができよう。

数の演算としてのわり算を考えるだけなら、包含除のイメージで済ますことができそうであるが、その場合も1点注意は必要である。16 cm のテープを2.5 cm のテープに分けていく場合を考えると、結果は“6.4回”ということになる。この時の“0.4回”は、2.5 cm を **10等分した下位基準量**の0.25 cm の4回分ということになる。ここで元の基準量2.5 cm を10等分する操作が必要になる。したがって、商が小数になるわり算も視野に入れると、下位単位の構成のために等分除を必要とする。つまり、包含除の基本的な部分は測定の操作のイメージに則っているとしても、下位単位の構成は包含除だけでは意味づけができず、等分除の助けを借りる必要がある。

数の演算としてのわり算を考えるだけでなく、算数では平均や単位量あたりの大きさを求めるためにわり算を用いる。そのことを学習者に納得してもらおうとするのであれば、「1あたりの大きさ」を求める際にわり算が使えるという理解が必要となる。もしも包含除を中心にわり算のイメージを作ってきた場合、「1あたりの大きさ」を求めることが包含除のイメージ、つまりある種の測定により解釈できることを説明しなければならなくなる。

第3学年のわり算の導入で用いられる、12個のお菓子を分けるといった場合であれば、このことは比較的容易である。4人で分けるとすれば、最初にとる4個のお菓子を1巡目に4人に配る分と考え、2回目にとる4個を2巡目に配る分と考えればよい。12個なら4個のまとまりが3回とれるので、3巡目まで配れることがわかり、包含除の商3がそのまま「1人あたりの個数」になる。

しかし同様のことを、2.5 mで16 kgの鉄の棒1 mあたりの重さを求める場合に考えたらどうなるであろうか。12個から4個ずつとる場合と違いmとkgで単位が異なるので、まずは2.5 mを2.5 kgと読み替えることが必要になる。すなわち、1 mあたりの重さが1 kgなら2.5 mでは2.5 kgになる。そこでこの2.5 kgが16 kgから何回とれるかにより、1 mあたりの重さが1 kgの何倍になるかを求めるのである。これにより包含除のイメージに基づいて1 mあたりの重さを求めることを解釈はできる。ただ、これが学習者にとって、それほど自然でわかりやすい考え方ではないことも予想できる。

包含除の測定に基づくイメージでわり算を捉えることは、小数で割る除法まで適用は可能であるが、ただし、1あたりの大きさを求める場合のわり算も同様に説明しようとするとう無理が出てしまう。このように、量の操作をベースにわり算を理解することは、算数の学習が進むにつれ、実は子どもが実感を伴ってわり算を理解することに、それほどつながらないように思われる。そうだとすると、形式的な意味づけのように見える「かけ算の逆演算」という捉えの方が、スッキリとして案外わかりやすいのかもしれない。しかもかけ算の方は、量の操作に基づく理解が比較的しやすいとすれば、ある時期までにわり算をかけ算の逆として明確に位置づけることを検討してみてもよいのではないだろうか。