意味を大切にするための前提

スチュワート・シャピロの「数学を哲学する」という本の最初の方に、このようなことが書かれてあった：「数学は、もしそれが何かについて語っているならば、何について語っているのか。数学はどのように追及されるのか。われわれは数学をどのように知るのか。数学の方法論とは何か。そしてこの方法論はどの程度まで信頼できるのか。数学的主張は何を意味するのか。[中略] 数学と、その応用を可能にする科学との間にはどのような関係があるのか」(pp. 31-32)。

ここでの「数学」が研究レベルのものであるとしても、数学で現れる数や関数、図形といったものを扱っているという点では、算数や中学校・高校の数学も、同様の問いにさらされるのではないだろうか。例えば3＋5＝8というのは、「何について語っているのか」。この数学的な“事実”を「どのように知るのか」。その正さを支える「数学の方法論とは何か」。この結果を現実のモノの個数や人数に応用可能だと考える場合、算数・数学と現実世界の間には「どのような関係があるのか」。そもそも「3」とか「5」という数は、ナニモノなのであろうか。

私たちが論証の授業で「すべての平行四辺形」と言っているとき、それはどの範囲の平行四辺形をイメージしているのだろうか。また生徒にはどのようなイメージを期待しているのだろうか。無限に伸びた直線は、本当に無限に伸びていると、どうすれば確かめられるのだろうか。また平行な線が絶対に交わっていないことは、どうやって確かめられるのだろうか。

仮に２乗したら2になる数を$\sqrt{2}$として導入したとして、$\dfrac{3+2\sqrt{2}}{7}$という数は自動的に存在することになるのだろうか。そうした長さを作図できるなら、長さに対応した数も存在すると言えるのだろうか。さらにこの数を2つ足し合わせた数はどうだろう。どんどん足し合わせた時に、全ての和はちゃんと存在するのだろうか。それはどのようにすれば確かめられるのだろうか。同様に、$\dfrac{4}{3}$は1.333…になってしまうのに、存在すると言えるのだろうか。それはいくつでも足すことができ、その和は本当に確定するのだろうか。

関数のグラフや式は出てくるが、関数自体はどこに現れているのだろうか。例えば$y=2x+1$という関数が存在することは、何等かの方法で確かめられるのだろうか。$y=\sqrt{3}\,x+13\sqrt{7}$ではどうだろうか。

屁理屈のように見えるかもしれないが、しかし、算数・数学の学習で、私たちが「何かについて語っているならば」、その「何か」が何かが問題であろうし、そうなると、上のような疑問が出てくるのは自然なことなのではないだろうか。その「何か」を意識せず、また生徒にも明確にしないとすれば、私たちが授業で扱っているものが「何か」が曖昧ということであろうから、そうなれば、意味を大切にした授業を行うこともまた難しいのではないだろうか。曖昧なままにせざるを得ないということであれば、その曖昧さを前提に授業や学習が考えられる必要がある。わかったような気になっていて、実は曖昧というのが、一番たちが悪いように思われる。

【算数・数学教育におけるIAQ に戻る】