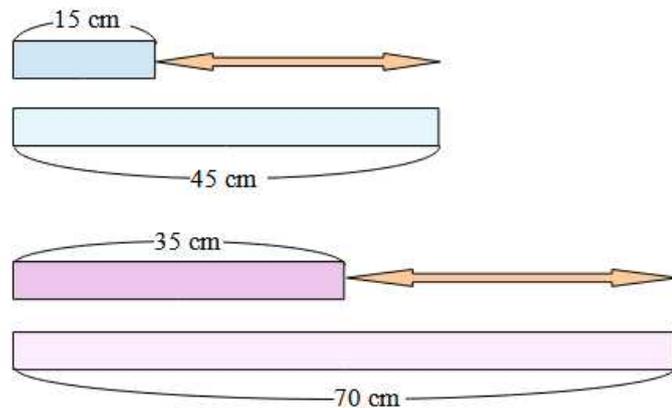


倍や割合で比べることと差で比べること

小学校第4学年で2桁の数で割るわり算も学習すると、それを利用して、2つのものの比較で元の大きさが異なる時に、倍や割合を用いて比較することが扱われる。例えば、15 cm のゴム紐の方が45 cm に伸び、35 cm のゴム紐の方は70 cm に伸びたといった場合である。前者は3倍に伸びたのに対し、後者は2倍にしかな伸びていないので、前者の方がよく伸びたと考えとよいと学習する。

これはいわゆるゴムの伸び率を考えているので、もちろん、こうした比較で適切なのだろう。ただこの学習の際に、「差で比べる」考え方と「倍や割合で比べる」考え方を対比させることがあるが、これが適切なかどうかは、よく考えると明確ではない。

右図のオレンジ色の差の部分に着目すると、上のテープでは伸びた後の長さ
と元の長さの差が30 cm
であるのに対し、下のテープではこの差が35 cm
となる。この差の大きい下の
テープの方がよく伸びた



とするのが、“差で比べる”考え方とされる。

確かに、それぞれ同じ種類のゴム紐から5 cm ずつを切り取り、それを元の長さとした場合、30 cm と35 cm 伸びるはずはない。つまり、差の長さは元にする長さにより異なるので、30 cm と35 cm で比べることは、ゴム紐の特性を表していないということになる。これに対し、元の長さ
と伸びた後の長さ
とが比例すると仮定するならば、言い替えれば、今の15 cm と35 cm のゴム紐はそれぞれのゴム紐の“サンプル”であると仮定するならば、倍による比較では伸びる長さが元の長さにより異なることを反映でき、より適切な比較が可能になる。

しかし、上図のオレンジ色の差の部分、次のように表現したらどうなるであろう。上のゴム紐ではオレンジの差の部分は元の長さの2倍であるが、下のゴム

紐ではオレンジの差の部分は元の長さの1倍である。この場合、いわゆる倍や割合で比べる考え方が元の長さ x 、伸びた後の長さ y に対して $y=ax$ となる a を考えているのに対し、今の考え方では $y=(a-1)x$ となる $a-1$ を考えることになる。したがって、その比較の結論は当然、常に等しくなる。

先に差がそれぞれ 30 cm と 35 cm として比べた考え方との違いは、差の部分を cm により表現するか、それとも元の長さの何倍により表現するかの違いである。さらに量と数との関係や算数における任意単位や普遍単位による測定ということも考慮するならば、それは量を表現する時の基準量のとり方の違いと言える。cm により表現するということは普遍単位による測定であり、2つのゴム紐について「差」を同じ基準量で表現している。一方で、「差」を元の長さの何倍かで表すということは、それぞれの元の長さを基準量として用いている。

つまり、「差」の部分で比べるにしても、それらの「差」を何を基準量として表現するかにより違いがあり、それぞれの元の長さを基準量とする場合は、「差」で比べながらも倍や割合で比べるのと、基本的には同じになる。

したがって、対比されるべきは「差で比べる」考え方と「倍や割合で比べる」考え方ではなく、「共通の基準量」を用いる考え方と「それぞれの基準量」を用いる考え方だということになる。

ただこのことは、算数で既に学習している測定の話と整合しなくなる。測定で任意単位による測定が扱われる際などに、いくつかのものを比較する時は基準量をそろえることが大切だとし、その中で普遍単位の有用性も語られる。しかし倍や割合による比較は、上で見たように、比較するいくつかのものについて、「それぞれに異なる基準量を用いること」を承認し、場合によってはそれを推奨するものである。

「倍や割合で比べる」考え方を「差で比べる」考え方と対比させるとすると、こうした基準量の採り方の違いには注意が向けられないであろう。そのために、倍や割合で比べることの難しさが明確にされず、結果として割合の理解がなかなか改善されないという状況を招いてしまっているのではないだろうか。

(参考：「1とみる」と数直線)