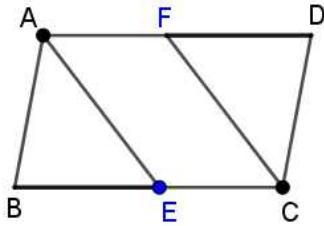


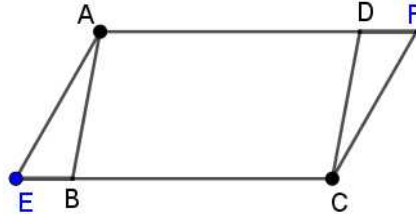
負の数の導入のための量

令和7年度全国学力・学習状況調査数学の問題9では、平行四辺形に関する証明問題が扱われた。下の左図で $BE=DF$ という条件を保ったまま、(1)から(3)のそれぞれで点Eや点Fを様々な位置にとった場合を考えていた。

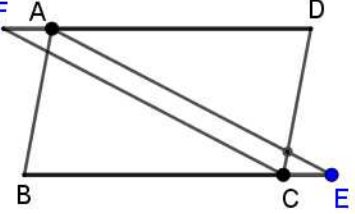
(1)



(2)



(3)



四角形 AECF が平行四辺形になることを証明するにあたり、 $AF=EC$ を示すことになるが、調査問題で示された証明では(1)では $AF=AD-DF$ 、(2)では $AF=AD+DF$ 、(3)では $AF=DF-AD$ という関係(およびそれに対応する EC についての関係)が用いられていた。点 F の位置により減法が加法になったり、被減数と減数が入れ替わったりしているが、通常の“長さ”という感覚から言えば、この考え方が当然と思われる。

ただ“長さ”に向きを入れて、例えば座標と同様、右に向かう方向を正とすれば、点 A から D に向かう長さは「正の長さ」、点 D から A に向かう長さは「負の長さ」ということになる。これでいくと(1)での AF の長さは $AD-FD$ となる。(2)では FD は左に向かう方向になるので「負の長さ」となり、それにより AF の長さはやはり $AD-FD$ で表される。(3)では AF の長さ自体が「負の長さ」であるが、それは $AD-FD$ で表される。

つまり、辺の長さに向きを入れて「負の長さ」を認めれば、(1)から(3)の全ての場合について $AF=AD-FD$ として統合することができる。またその場合、(1)から(3)のいずれでも $AF=EC$ は成立する。もしも平行四辺形の辺の長さとして負の値を嫌うのであれば、絶対値をとればよいであろう。

3つの場合を統合できるというメリットがあるにも関わらず、中学生に対して私たちはこうした「辺の向き」や「負の長さ」を提示しようとは思わない。おそらくそれが辺の長さとして不自然だからであろう。しかしだとすれば、中学校第1学年で負の数が導入される際、向きの入った量を当然のように導入し、それを表すために必要だとして負の数を導入することは適切なのだろうか。

確かに温度などは 0°C を基準に＋と－を付けて書くことが多いし、陸上競技

でも向かい風には－を付けて表したり、最近は海拔の表示案内でも負の数がいわれている。ただ上の「負の長さ」に対して抱く私たちの違和感を想起すると、距離や長さに向きを入れることは、やはり自然とは言い難いのではないか。

確かに算数でも、数と計算の学習では量を利用してきている。ただしその時の量としては、個数や人数、長さ、面積、液量などがほとんどであろう。これらの場合、0より“小さい”ということは基本的にあり得ないし、向きを考えることも自然ではない。上の平行四辺形の事例で、(3)は四角形 AECF が裏返っているから「負の面積」だと言うこともできるが、やはり違和感を抱く人が多いのではないだろうか。負の数の導入の際に、そうした不自然さがあることを十分に自覚したうえで、私たちは向きのある量を扱ってきているだろうか。

長さや個数などに向きが入っても比較的自然なのは、基準からのズレかもしれない。例えば、1 m の長さを両手で作るとして、作った長さが 1 m からどれだけズレているかを記録する場合、1 m より長いことを正の数で、短いことを負の数で記録することは、自然に見える。またその場合、1 m ちょうどならズレは 0 であり、基準の 0 も自然に決まる。同様に、折り返し地点から手前にいることを負の数で、その地点より先にいることを正の数で表すことも考えられる。

こうした場合、正負の数で記録されるのは基準から見たズレであるが、それは基準から見た相対的な「位置」の話ではないだろうか。ズレの「大きさ」や「長さ」自体はやはり正負の数の絶対値であり、したがって正の数になる。海拔でマイナスの地区も、海面から見てその地区がどの程度の位置にあるのかが問題なのであるし、日常利用するセルシウス温度も氷点からのズレを表している。

長さ等の量に関わるズレを考えていると意識することで、算数で経験してきた量とは異なる量を導入していることを、私たちも生徒たちも意識することにつながる。またズレを考える文脈では基準の 0 が自然に現れる。

それでも、ズレの「大きさ」は絶対値の問題なので、依然として「0より小さい」この意味は曖昧ともいえる。またズレと負の数を結び付けた場合、負の数を「かける」ことの意味は自明ではないので、負の数の倍については改めて考えておく必要はある。

いずれにしろ、負の数の導入に先立って想定される量の扱いは、生徒が算数で経験してきた量の場合とは異なっている。そうした違いを十分意識して、私たちは指導を考えているだろうか。