

変化の割合と算数の割合

変化の割合は中学校第2学年において、1次関数の学習の中で現れる。算数の割合のように表現すれば、「 x の増加量をもとにしたときの y の増加量の割合」ということになる。

1次関数 $y=2x+3$ で x の値が1から2まで増加したときの変化の割合は、 x の増加量が1、 y の増加量が2であるから、 $2 \div 1$ で2である。 x の値が1から3まで増加したときの変化の割合は、 x の増加量が2、 y の増加量が4であるからやはり2となる。 x の値が x_1 から x_2 まで増加したとき x の増加量は x_2-x_1 、 y の増加量は $2(x_2-x_1)$ であるから、変化の割合は x_1 や x_2 に関係なく2となり一定である。

つまり、 y の増加量は x の増加量に比例しており、そのために、変化の割合は x の定義域全体において一定となっている。

これは、小学校第4学年で初めて「割合」の用語が現れる場面で、いくつかの教科書で取り上げられている、[ゴム紐などの伸び具合を調べる場合](#)と同様になっている。ゴム紐でも、伸ばした後の長さや伸びた長さは伸ばす前の元の長さに比例するので、ゴム紐のどの部分を何cm採ってきたかに関係なく、元の長さをもとにしたときの伸ばした後の長さや伸びた長さの割合は一定となる。そこから、この割合を用いて、いくつかの種類のゴム紐の伸び方を比べることができる。

中学校第3学年になると、 $y=ax^2$ という式で表される関数を学習する。関数 $y=2x^2$ で x の値が1から2まで増加したときの変化の割合を考えると、 x の増加量が1、 y の増加量が6であるから6である。 x の値が1から3まで増加したときの変化の割合は、 x の増加量が2、 y の増加量が16であるから今度は8となる。

つまり x の増加量が2倍になっているが、 y の増加量は2倍になっていない。関数 $y=ax^2$ で、 x の値が x_1 から x_2 まで増加したときの変化の割合は $a(x_2+x_1)$ であるから、変化の割合は x の値がいくつかからいくつに増加したかに依存し、 x の増加量 x_2-x_1 に比例しない。

これは、1次関数やゴム紐のように全体が一様である場合とは大きく異なっている。しかしそれでも各部分において変化の割合を考えることはできる。

算数で割合を学習する際に、2量が比例することや一様性を過度に強調することは、変化の割合を学習することを妨げることになるのではないだろうか。

【算数・数学教育におけるIAQに戻る】