

累加とかけ算

かけ算は(1つあたりの数) $\times$ (いくつ分)であって、累加ではないとの説明を見かける。「いくつ分」なので、2つ分や3つ分を考えるのであろうが、その時に、それが累加とどう違うのかがよくわからない。

「1つあたりの数」をコピーしていくというイメージだとすると、順にたし併せていくようにも見える。「〇とびで数える」ようなイメージとも言えよう。そうではなく、「1つあたり」だから被乗数部分は単位量あたりの大きさのようなもの、いわゆる内包量であり、「いくつ分」も「〇台分」とか「〇人分」という量なのだと考えれば、確かに単純な累加ではないようにも思われる。

ただし、後者の考え方の場合、いくつかの問題がある。

- ・内包量は外延量とは違うので、図示はしにくい。「1台あたり4人」とか「1皿あたり3個」を表すとして、4人や3個を示したとしても、それは“内包量”自体ではないであろう。その図が外延量として見えてしまうと前者の考え方になってしまう。4人や3個を複数描けばなおさらである。
- ・内包量 $\times$ 外延量の積は外延量とされるので、後者の考え方を保持すれば、この積を被乗数にすることができない。つまり、3項以上のかけ算はできなくなる。

「1つあたりの数」をコピーしていくとしても、この「2つ分」「3つ分」は「2倍」「3倍」であって、累加ではないとする考え方もあるかもしれない。ただ、「2つ分」や「2倍」と、ある個数の集まりを2個たし併せることが、どう違うのかは明確ではない。

累加だと乗数が小数や分数になると扱えないという話もあるが、[数を量の倍変換](#)とする視点を持ちながら、基準量の下位単位を考えれば、[乗数が小数や分数の場合](#)も累加として考えることはできそうに思われる。

むしろ、倍を累加と区別することで、いくつかの問題が生じている。

- ・乗数が小数や分数の場合は、倍や割合にあたる量や数を求めることとして[乗法の意味を“拡張する”](#)との説明もあるが、「倍や割合にあたる」とはどのようなことで、それはどのように求めるのかの説明がなければ、何も説明していないのと同じである。
- ・「倍や割合にあたる」量や数は除法で求めるといった説明としてしまえば、乗

法の意味を除法に帰着させることになり、説明は堂々巡りになる。

- ・そうした難しさからか、結局、「倍や割合にあたる量や数を求める」ことについては説明されずに、単に「割合にあたる大きさを求める」といった説明で終わってしまう危険性がある。

もしも乗法が割合にあたる量や数を求めるということを明確に説明できないのであれば、累加による説明を斥ける必要もないことになる。

そもそも倍や割合による乗法の意味づけを累加と対立させて捉えるよりも、例えば累加を二面性の圧縮化された結果として倍を捉え、[倍のモノ化が進んだ状態](#)として割合を考えるといった形で、これらを一連のものとして扱う方が、算数の様々な[学習内容を統合して理解](#)できてよいと考えられる。

かけ算を累加から峻別することよりも、むしろ大切なのは、なぜ加法の他に乗法という演算を考えておくのか、ということではないだろうか。

行列の乗法もあるが、確かにこれは累加では表せそうもない。また環や体といった代数学の入り口に至っても、加法と乗法と呼ばれる2種類の演算を考え、それを分配法則で関連づけている。つまり加法とは別に乗法という演算が必要とされ、加法とは異なる役割を果たしているのだと思われる。

また中学校や高校で多く扱うことになる多項式は、係数と文字の積や文字の累乗を作った上で、それらの和を作るのであり、算数で学習する計算のきまりと同様、加法より乗法が優先されているように見える。さらに高校で学習する区分求積法では、幅の小さい長方形の面積、つまり区間の長さに関数の値の積をたし合わせた和を考えており、ここでも乗法と加法が異なる役割を果たしながら、1つのアイデアを構成している。

小学校第2学年での乗法の導入時には、もちろんそうした先のことを持ち出すことはできない。しかし私たち教師としては、細かいかけ算の意味の区別にこだわらず、それを子どもたちに押しつけるよりも、乗法のための段階での活躍も念頭に、累加で済ませることもできるが、加法とは別の乗法という新たな演算を考えることの意義や価値を、少しでも感じてもらえるような工夫を考えるべきなのではないだろうか。

【[算数・数学教育におけるIAQに戻る](#)】