

倍と割合

同種の2つの量（例えば、2つの長さ、2つの重さ、2つの人数など） A と B について、次のような文を考える。なお r は何らかの正の有理数である。

- (a) A は B の r 倍である。
- (b) B をもとにした時の A の割合は r である。
- (c) A は B の $100r\%$ である。

もしも倍と割合がアイデアとして異なるのであれば、(a)なら適切だが(b)は不適切であるとか、(a)は不適切だが(b)なら適切である、となるような量 A と B の事例があるはずである。もしもそうした量 A と B の事例が示せないのであれば、示せない間は(a)と(b)の表現は常に言い換えが可能ということであり、倍と割合をアイデアとして区別する必要はないはずである。

倍と割合について、割合は比例を前提にするから倍とは異なるといった意見も見かけるが、だとすれば、(a)の表現は適切だが(b)の表現は適切ではない量 A と B の事例を示した上で、その違いが比例を前提にできないことからくるものであることを示すべきである。

私自身は、そうした量 A と B の事例を寡聞にして知らないので、倍と割合はアイデアとして同じだと思っている。（参考：[割合の学び直し](#)、[算数の学習内容の整理](#)）

倍と割合は違うという方は、ぜひともそうした量 A と B の事例を教えてください。

比例関係という前提

割合に関して比例関係を前提とすることは、割合を用いて比較する際の前提からきているのではないと思われる。この前提であれば、学習指導要領解説にも説明がされている。

比較の場合は、少なくとも2組以上の量のセットがあるはずである。つまり、上の2量のペア $[A, B]$ と同種の2量のペア $[C, D]$ があり、 B をもとにした A の割合と、 D をもとにした C の割合により、これら2組の量のペアを比較するという

場面である。例えば、Bがあるゴムひものもとの長さ、Aが同じゴムひものを伸ばした後の長さで、Dが別のゴムひものもとの長さ、Cがそのゴムひものを伸ばした後の長さといった場合である。

ゴムひものもとの長さと伸ばした後の長さは比例すると考えると、BをもとにしたAの割合やDをもとにしたCの割合はこの時の比例定数になる。比例定数で比べるということは、[A, B]のゴムひもの比例のグラフである直線の上に[C, D]がのっているのか、それともその直線の上や下にあるのかを調べていることになる。あるいは、[A, B]のグラフと[C, D]のグラフの傾きを比べていると考えることもできる。

確かにゴムひものもとの長さと伸ばした後の長さは比例すると考えることで、このように割合で2組のペアを比較することはできる。

ただ、1組のペアに対して割合を求めることについて、比例の前提が必要だという説明にはならない。そのためには、1組のペア[A, B]について「Bを1と見るとAは r にあたる」という時の r を決めるために、AがBに比例しているという前提がどう必要なのかを説明する必要がある。こうした説明も寡聞にして知らない。

AやBという量の大きさが r や1という割合の値と比例すること(Bの半分の大きさには1の半分の0.5を割り当てるとか、Bの2倍の大きさには1の2倍の2を割り当てるといったこと)は用いているであろうが、これは割合の値が量の大きさに比例するのであり、量Aが量Bに比例するのとは違う。

したがって、割合による比較のために比例関係を前提することは、割合自体を求めるために比例関係を前提することを含意しないと考えられる。

そもそも教科書の割合単元で、多くの問いは比較をしていないし、また比べられる量が比べる量に比例することをいちいち確認してはいないのではないかな。

また、中学校で変化の「割合」を学習するが、例えば $y=x^2$ の場合、「 y の増加量」は「 x の増加量」に比例しない。 $x=1$ から $x=2$ で考えると x の増加量は1で y の増加量は3であるが、 $x=1$ から $x=3$ で考えると x の増加量は2で2倍になるが、 y の増加量は8で2倍にならないからである。もし比例関係を前提にしないと「割合」と言えないのであれば、変化の「割合」という用語は不適切ということになる。

倍と割合の違い

もう一度、冒頭で出てきた3つの表現を $r=0.6$ の場合に比べてみる。

- (a) A は B の 0.6 倍である。
- (b) B をもとにした時の A の割合は 0.6 である。
- (c) A は B の 60 % である。

これらの表現はいずれも適切に見える。また(c)の表現は(a)の「0.6 倍」のところに「60 %」が入ったものであるが、この 60 % は(b)の「0.6」の代わりに入れてもだいじょうぶそうである。

他方で、(a)の「0.6 倍」を「0.6」に変えた言い方は自然ではない。逆に(b)の「0.6」のところを「0.6 倍」としてもやはり不自然な気がする。こうした言い換えができないという点では、割合と倍は全く同じではないのかもしれない。

さらに(b)の文について考えてみると、(b)の文の主語は「割合」である。しかしこの「割合」の部分「0.6」を変えた「B をもとにした時の A の倍は 0.6 である」という文はやはり不自然である。このことからすると、割合も倍も 2 量の関係ではあるが、「割合」は主語になることができるくらいまでモノ化(reification)しているのかもしれない。逆に「0.6 倍にする」とは言えても「0.6 の割合にする」とはあまり言わないとすれば、あるいは「倍変換」とは言えても「割合変換」とは言わないとすれば、「倍」の方は操作のニュアンスを残しているようでもある。後者の場合は「A の B に対する割合が 0.6 になるようにする」と言うのではないか。

このように考えてくると、倍と割合の違いは、[二面性\(duality\)](#)の議論における操作的捉え方から構造的捉え方に向かう途上のどこに位置づくかの違いなのかもしれない。だとすれば、倍の操作についての内面化(interiorization)や圧縮化(condensation)が不十分なまま割合の学習が行われることで、2 量の関係が十分にモノ化せずに、割合についての理解がしにくくなっているかを検討してみる価値はあるのかもしれない。

ただ 0.6 の代わりに $\frac{1}{3}$ とすると、「A は B の $\frac{1}{3}$ である」も、「B をもとにした時

の A の割合は $\frac{1}{3}$ である」もどちらも言えそうになり、悩ましい。