

変化の割合に有用性はある？

中学校第2学年で「変化の割合」を学習する。変化の割合は、高等学校での平均変化率の学習を経て導関数や微分につながるので、私たち教師にとってはその重要性は明らかである。ただ、そうした先の見通しが無いままに学習している中学生にとって、なぜこのようなものをわざわざ学習したり計算したりする理由が見えるだろうか。

教科書を見ると、1次関数では変化の割合が一定であり、それが1次関数の式 $y=ax+b$ の a に等しくなることは扱われている。ただそれ以上のことを扱うかは教科書により違いがあり、例えば a が一定なので y の増加量が x の増加量に比例することを取り上げているのは、現在の教科書(令和3年度版)では2社だけのようである。これは確かに、1次関数の変化の割合を調べたからこそわかる1次関数の特徴と言えるかもしれない。

変化の割合が a に等しくなることから、 $a>0$ か $a<0$ かで1次関数が増加関数か減少関数かがわかることに触れた教科書も1社ある。ただこれは、変化の割合の式を、 x の値が1増えると y の値は a 増えると読み替えた上での情報であり、場合によっては表からの方が読み取りやすい情報かもしれない。

変化の割合を学習したすぐ後でグラフを学習する際、1社は変化の割合が一定であることからグラフを推測させるような吹き出しを示しているが、多くの教科書ではグラフは表をもとにしてかいたり、比例のグラフの移動により直線になることを補強したりしており、そうしてかかれたグラフの中で変化の割合がどう現れているかという観点で関連づけているように見える。つまり、変化の割合がグラフの形状や変化の大局的な様相を示唆するものとして扱われているようには見えない。

このように中学校2年生の学習における変化の割合の扱われ方を見ると、変化の割合が関数について調べるために有用な情報を与えてくれると、中学生が感じることは難しいように思われる。中学生に変化の割合の有用性を感じてもらえるようにするためには、つまり、変化の割合を計算したことで関数の特徴がよくわかったと感じてもらえるようにするためには、どのような事項を取り上げればよいであろうか。

確かに変化の割合は1次関数のいくつかの特徴について教えてくれるとは思っているのだが、1次関数のグラフがかんたんにかけてしまう時に、そうした特徴の多くはグラフを見た方がわかりやすいことにも気づく。これは中学校第3学年で学習する2乗に比例する関数でも同様であろう。

さらに中学校では、高等学校のように関数の式を微分して導関数を求めるといった操作ができないので、具体的な x の値の区間に対する変化の割合をいくつかの場合に計算し、そこから変化の割合が一定であるとか、あるきまりに沿って増加しそうだとかの特徴を帰納的に推測するしかない。そのため、手間がかかるわりには、曖昧な情報しか得られないとも言える。

確かに2乗に比例する関数の際に、 x の値が x_1 から x_2 に増加したときの変化の割合が $a(x_1+x_2)$ で求まることを指導される先生もある。しかしこれは簡便に変化の割合を計算する裏技的な扱いで、式 $a(x_1+x_2)$ の形から関数の特徴を探るという使われ方ではないようである。

逆に言えば、1次関数や2乗に比例する関数の式から、式の変形により変化の割合を求め、得られた結果を利用して関数の特徴を探るといった流れになれば、変化の割合の有用性がもう少し生徒に伝わるのかもしれない。しかし、そうした式の変形に基づく扱いは、中学生にとってわかりにくい可能性もある。

中学生に変化の割合というアイデアの有用性や魅力を感じてもらえるには、どのような扱い方をすればよいのであろうか。