文字式の読みと二面性

令和7年度全国学力・学習状況調査数学では、問題６(2)の正答率が 26.4 %で最も低かった。この(2)は、連続する２つの３の倍数の和を $3n+(3n+3)$ と表し、これを $3(2n+1)$ と変形すると和が３の倍数であることがわかると示した上で、では $2(3n+1)+1$ と変形した時には、和がどのような数であるといえるかを答えさせる問題であった。式から読み取れない事柄を書いた生徒が 16.2 %、成り立たない事柄を書いた生徒が 11.4 %いたが、「上記以外」とされた生徒(21.6 %)や無解答の生徒(24.5 %)の方が、多かったようである。しかも正答のうち奇数であることを明確にできたと思われる解答類型１と２に入る人は 14 %に留まる。

私たち教師からすれば、$2(\ )+1$ の形が見えているので、奇数とわかりそうなものである。ただ、令和6年度調査で、連続する２つの偶数を文字で表すという問題1の正答率が 35.5 %であったことを考慮すると、逆に仕方ないような気もしてくる。「上記以外」と無解答がそれぞれ 10.4 %、14.1 %いたことに加え、$2n$ と $4n$ などと答えたり、$n+2$ と $n+4$ などと答えた生徒が相当数いたことを想起すると、そもそも $2n$ や $2n+1$ がどのような意味で偶数や奇数を表しているのか、ということが理解できていないのではないかとも疑われる。

他方で、令和７年度の問題６でも(3)の証明の完成の方は、正答率が 45.9 %と少し高くなっている。令和5年度調査の問題６(2)も証明の完成であったが、こちらも正答率は 59.5 %と比較的高かった。これらは式を計算して $9(n+1)$ や $3(n+2)$ の形にし、結論らしきことを書けば正答とされるようであるから、５～６割程度の生徒が必要な式変形ができたということであろう。令和５年度問題２の $12\left(\frac{x}{4}+\frac{y}{6}\right)$ を計算する問題であれば、80.9 %の生徒が正答できていたこととも整合するように思われる。証明の完成では最後に９や３でくくる変形が求められるが、k の倍数であることを示す時は最後に k でくくると覚えていれば、そのような変形をやろうとはするであろう。ただ、前の段落で見てきた正答率を考えると、本当に得られた式の $9(n+1)$ や $3(n+2)$ から結論をきちんと読み取り、結論を納得しているのかは明らかではない。

平成 29 年度調査数学Ｂ問題２(2)は、ストローで作った六角形 n 個を並べた時

に重複するストローの本数を$(n-1)$本と表す問題であったが、正答率は45.2 %であった。しかもn本や$(n+1)$本といった数え間違いと思われる誤答は5.5 %に過ぎず、それ以外の誤答が41.3 %、無解答が8.0 %となっている。つまり、nより1小さい数を$n-1$と表すことができない生徒が相当数いたと考えられる。二面性の議論からすると、こうした生徒は、$n-1$といった式を1つの数として捉えることができていない可能性がある。問題2の(3)は、六角形n個を作るのに必要なストローの本数が$6+5(n-1)$で表される理由を説明する問題であったが、この正答率は15.5 %とさらに下がっている。説明では、最初の六角形に5本ずつ追加した部分が$(n-1)$個あると捉える必要があるが、図が示されても説明ができないことの原因として、5本ずつ追加した部分の個数を$(n-1)$個として捉えることができないことがあったのではと推察される。ここでも$n-1$という式を数として捉えることができないことが、その背景にありそうである。

そうした可能性があるとすれば、令和7年度調査の$2(3n+1)+1$に現れる$3n+1$を1つの数として捉えにくいことになり、この式を$2k+1$のkに$3n+1$を代入したものとして、つまり基本的には$2k+1$という構造を持った数として見ることが難しい。そもそも$3n+1$を代入するという時点で、$3n+1$を1つの数として構造的に捉えている必要がある。

もし式を構造的に捉えられていないとすれば、$2k+1$が奇数であるような1つの数だと見ることも、あまりしっくりきていないのかもしれない。平成28年度調査の数学A問題2 (1)は3で割ると商がaで余りが2になる数をaを用いた式で表すという問題であったが、正答率は33.6 %に留まっており、算数で学習した「除数×商＋余り＝被除数」という関係[1]を数の表現として生かすことはできていない。$2n+1$も「2で割ったら商がnで1あまる数」として見ることはできておらず、単に$2n+1$なら奇数と覚えているだけなのかもしれない。

また令和元年度調査の問題9 (1)は、3つの連続する奇数の和が3の倍数になることの説明が完全に示された上で、「中央の奇数を表す式である$\boxed{①}$の$\boxed{②}$倍である」という文の①と②を答える問題であった。示された証明の中に「$2n+3$は中央の奇数だから、$3(2n+3)$は中央の奇数の3倍である」という一文もあったにも関わらず、①が$2n+3$だと答えられた生徒は59.5 %であった。②が正答できた生徒は80.1 %なので、それよりはかなり少ない。証明が言葉も使っていねいに

示されたとしても、その中の式の意味を読み取れているのは6割程度ということになる。令和3年度調査の問題6 (2)は $n+(n+7)$が表すものを答える問題であったが、nと$n+7$の表すものは、文に加えて図も用いてていねいに示されていた。それでも正答率は30.9 %にすぎない。令和7年度の問題のように、式だけが示され、それが表す意味を答えることは、さらに難しいと言えよう。

ただ生徒の中に式の構造的な捉え方がまだできていない人がいるとしたら、$2(3n+1)+1$がどんな数かについて、指導にあたり式の操作的な捉え方も利用すべきなのかもしれない。計算手順的な読み方、例えば「2に$3n+1$の計算結果である数をかけて1をたした数」といった式の読み方をいったん認め、その上で「2にある数をかけて1をたした数はどんな数になるかな」と考えてもらう。場合によっては、$2(3n+1)+1$が示す計算手順自体を、生徒に尋ねてみたり、nにいくつか数値を代入して結果を観察したりしてもよいのかもしれない。こうした経験を積み重ねていくことで、計算手順を経ずに奇数として感じてもらえるようになることを目指すのである。操作的な読みが解答類型3や4に含まれるならば正答として分類されたことになるが、その点は報告書からは読み取れなかった。

なお改めて考えてみると、偶数や奇数、倍数は“数が持つ性質”のようなものではないか。通分のように公倍数を求めることはあるが、ある数が偶数であるか奇数であるか、何かの倍数であるかを検討する場合の方が、それまでの学習の中では多いように感じる。だとすると、何か数があるときにそれが偶数か奇数かを調べることはできても、連続する2つの3の倍数の和自体がよくわからない状態で、奇数であるかを考えること自体が生徒には不自然なのかもしれない。私たちからすれば$3n+(3n+3)$が和だということになるが、生徒からすればこれは和を求めるための計算であり、和自体ではないかもしれない。

仮に$3n+(3n+3)$をとりあえず“計算”してその“結果”として$6n+3$を考え、これが奇数という性質を持つか、つまり$2k+1$のような形に表せるか、と問うたならば、生徒にはもう少し考えやすかったのかもしれない。もちろん、式を構造的に捉えられていない生徒からすれば、$3n+(3n+3)$だけでなく、$6n+3$も和を求める計算であり、nの値がわからない以上、和である1つの数とは思えないかもしれないが。

調査問題の正答率が低いと「生徒は〜ができない」「〜をもっとしっかり練習させよう」なってしまいがちだが、報告書に見られる解答類型のタイプや過去の類似問題との異同にも意を払い、それらの背後にある生徒の理解状態を何とか推測することも必要なのではないか。生徒が文字式をどう理解しているのかを捉えておかなければ、生徒の理解に沿った指導の改善や意味を大切にした指導も考えられないはずである。

1)　この式は算数の教科書によっては「被除数＝除数×商＋余り」と書かれている。中学校では奇数などを文字式で表す学習で、「7＝2×3＋1」などと示すこともあることを考えると、「＝被除数」と示すか「被除数＝」と示すかの違いは大きい。また前者では等号は計算結果を示すように見えるが、後者は等号が被除数と等しいものを表すように見え、等号の理解の点からも重要な違いであろう。

【算数・数学教育におけるIAQ に戻る】