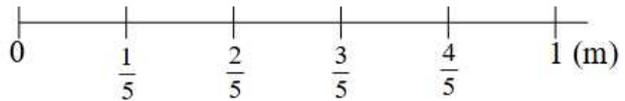


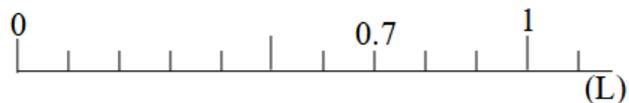
数の捉え方と数直線

小学校第3学年の分数の学習では、多くの教科書で、右のような長さの単位 m を付した数直線が用いられる。単元の冒頭では 1 m の紙テープを何等分かした長さを作り分数で表すので、そのテープの長さを数



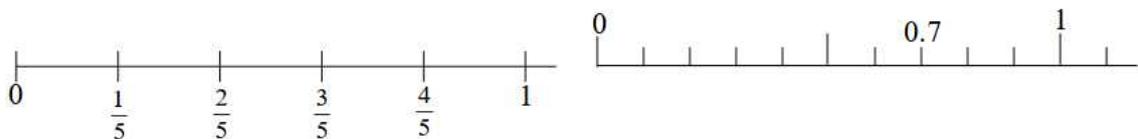
直線の上に写し取ることで、分数を数直線上に位置づけようとする工夫と考えられる。各分数の目盛りは、0 からその目盛りまでの「長さ」を表すのだとわかる。また教科書ではテープの絵が数直線に添えてある場合もあり、その場合はさらに「長さ」を表すことがわかりやすくなっている。

おなじ小学校第3学年の小数の学習でも、やはり右のような単位 L を付した数直線がいくつかの教科書では用いられている。長さ



のように直接的に数直線の目盛りと表されている量とが結びつくわけではないが、例えばメスシリンダーの目盛りが直線上にふられていると思えば、数直線の目盛りが特定の「液量」を表すのだということはわかる。

これら分数や小数の単位では、上のような単位を付した数直線に加えて、下図のような単位のない数直線も併用される。



m や L という単位は付されていないので、目盛りが表すものは量ではない。[数としての分数](#)や小数を表すということになる。ただ量の時はその目盛りまでの紙テープの長さやメスシリンダー内の水をイメージすれば何が表されているのかわかったのに対し、分数や小数を表す場合は何をイメージしたらよいのだろうか。

各目盛りが数を表すとしても、その数がかがわからないと、結局は目盛りの表すものが何か、あるいは目盛りは数をどのように表しているのかははっきり

しないような気持ちになる。分数や小数の単元では単位の付された数直線と付されない数直線が併用されるので、先ほどまでの数直線には単位が付されていたのに、今の数直線には単位が付されていないということが起こる。子どもたちは、単位の付されていない数直線が何を表すのかを理解しているのだろうか。あるいはそうした数直線を違和感なく扱っているのだろうか。また私たち教師はそれらの数直線を区別して教えているのだろうか。また区別するとしたらどのように説明して取り扱うべきなのだろうか。

単位を付さない数直線の表すものがはっきりしない理由の一つは、おそらく数が独自の“大きさ”を持たないことにあるであろう。mは決まった大きさがあるので、mと数のペアで表された量も特定の大きさを持つ。mの付された数直線の各目盛りが表すのは、そうした特定の“大きさ”であろう。これはLも同様である。しかし数自体には特定の“大きさ”があるようには思われたい。そのために、単位の付されない数直線になると、目盛りが何を表すのかがはっきりしない感じがするのであろう。

長さや液量のように特定の量を数直線が表さないのだとすれば、数直線が表しているものに関する1つの考え方は、数どうしの相対的な関係を表しているというものであろう。つまり0-1区間の長さを基準に、各数に対する目盛りが表すのは、0からその目盛りまでの長さが基準の何倍かであり、その何倍かが目盛りにあたる数の意味だということになる。(参考：[小数倍](#))

要するに、数直線は数を表すのだが、数は相対的な大きさに過ぎないということである。ただその「相対的な大きさ」をモノのように扱うのが数と計算の学習なので、よく考えれば、かなり難しい話をしているように思われる。

他方で、相対的な大きさ自体が数の意味だとすれば、[数は量の倍変換](#)だとする立場とは相性がよい。0-1区間は1倍変換あるいは恒等変換を表し、他の数の目盛りはその数の倍変換としての効果やパワーを表すと捉えればよいからである。

また数直線の目盛りは同じ幅を順にとっていくので累加的であるとしても、[累加とかけ算](#)を峻別せず、かけ算も全て[倍の意味](#)で捉えることにすれば、累加的な目盛りのとり方が倍を表すと考えることとも整合する。

少なくとも算数や中学校数学の範囲では、「数だから数直線の上に居場所がある」というよりも、「数直線の上に居場所があるから数と言える」といったニュアンスなのであろう。したがって、数直線の上に居場所があるというのはどのような意味かを考えることは、数直線の上にある「数」は何を表しているのかを（算数や中学校数学のレベルで）考えることになる。

ここで見てきた「数は相対的な大きさのこと」、つまり「基準の区間の何倍か」が「数」の表すものだとする捉え方は一つの立場に過ぎないし、それとは異なる考え方があってもよいであろう。ただ、数直線の表すものに対する考え方は、その人の「数」の捉え方と表裏一体であり、しかもその「数」の捉え方は自然数だけとか分数だけとかに留まるのではなく、少なくとも数直線が関わる小学校第1学年から中学校第3学年までに現れる「数」全てについて整合した捉え方である必要がある。単位の付されていない数直線をどう理解するかを通して、私たち教師の数の理解が試されているのかもしれない。