

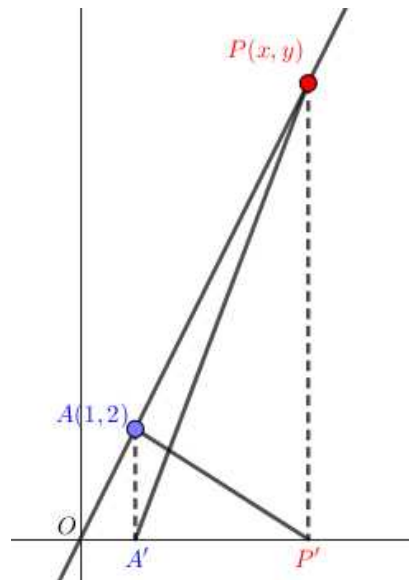
比例と1次関数のグラフが直線になること（2）

教育出版の1965年に出された「新版標準中学数学2」という教科書では、第4章で比例と1次関数を表と式を用いて学習し、第5章で「座標とグラフ」について学習するようになっている。座標の学習の後、「一次関数のグラフ」という節では最初に「 $y=ax$ のグラフ」が取り上げられるが、そこではいきなり、原点を通る直線が $y=ax$ のグラフになることが“証明”されている。

基本的には、原点と点 $A(1, 2)$ を結ぶ直線の上の点については y 座標の値が x 座標の値の2倍になるので、 $y=2x$ が成り立つこと、およびこの直線上にない点では $y>2x$ か $y<2x$ となることを示すという“証明”の方針となっている。

ちなみに直線上の点 P について $y=2x$ が成り立つことは、右のような図で $\triangle AOP'$ と $\triangle POA'$ の面積が等しくなることから、底辺の長さが1の $\triangle POA'$ の高さである PP' が、 $\triangle AOP'$ の底辺と高さをかけた $OP' \times 2$ に等しくなるとして導いている。

次に、点 $Q(x, y)$ がこの直線より上にある場合は、 QP' の長さが PP' より長くなるので $y>2x$ となり、直線より下にある場合は、 QP' の長さが PP' より短くなるので $y<2x$ となることが説明される。



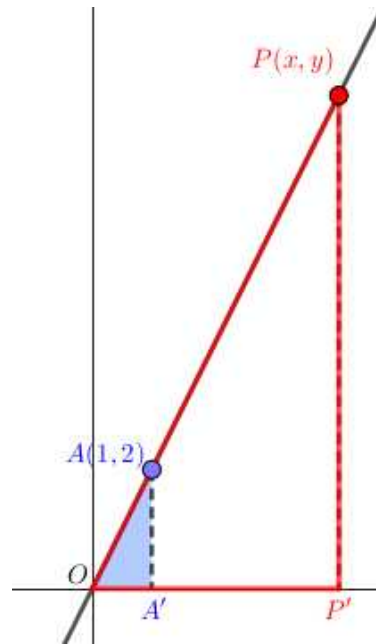
現在の教科書で円周角の定理の逆を示す際に用いられているのと似た論の進め方のように見える。

現在の中学校第1学年の教科書では、比例 $y=2x$ のグラフが直線になることは、 $y=2x$ を満たす点をたくさんとっていったときに直線になることを図で示す形で説明されている。

中学校1年生の理解のしやすさで言えば、現在の説明の方が容易であるように思われる。ただ、比例 $y=2x$ のグラフが直線になることを式の形を基にして論理的に説明しようとしたという点で、上の1965年の教科書は興味深い。

ちなみに 1968 年版でも、原点と点 $A(1, 2)$ を結ぶ直線の上の点については $y=2x$ が成り立ち、この直線上にない点では $y>2x$ か $y<2x$ となることを示すという方針は変わっていないが、その示し方は図形の拡大・縮小を用いたものになっている。すなわち、右の $\triangle POP'$ は $\triangle AOA'$ を拡大あるいは縮小したものになることから、

$x : y = OP' : PP' = OA' : AA' = 1 : 2$ となるので、直線上の点 P については $y=2x$ が成り立つという説明である。



現在(2024 年)の小学校第 6 学年では拡大図・縮図について学習し、その中で、 OA' を k 倍にし、その両端の角を $\triangle AOA'$ と等しくして三角形をかくと、 $\triangle AOA'$ を k 倍にした拡大図や縮図がかけられることも学んでいる。同じ直線上にあることから $\angle POP' = \angle AOA'$ になること、また PP' と AA' が x 軸に下ろした垂線なので、 $\angle PP'O = \angle AA'O = 90^\circ$ であることを中学校 1 年生が認めてくれれば、1968 年版の説明は中学校 1 年生でも理解してもらえそうである。しかも前ページの説明よりはわかりやすいようにも思われる。

つまり、現在の指導においても、比例や 1 次関数のグラフが直線になることは、中学生の知識の範囲で式の形に基づいて説明は可能である。式の形に基づくある種、演繹的な説明をせずに、点のとり方を細かくしたようすを見せるという、どちらかと言えば帰納的な説明をしているのは、私たちがそうした説明の仕方を“あえて”選んでいるということになる。

中学校の数学になると算数でのともなうて変わる量の学習に比べて、式の比重が大きくなるとも言われる。実際、比例や反比例も式で定義され、式の比例定数をもとめる練習や、式からグラフをかいたりグラフから式を求めたりする活動も多くなる。しかし他方で、上のように式での説明が可能な部分でも、あえてそうしていない場合のあることは、意識をしておく必要があるのではないだろうか。

【算数・数学教育における IAQ に戻る】