

5年生を式でのりきる

目 次

かけ算：5年生の学習のルーツ

小数をかけるかけ算

小数でわるわり算

式の変形 式を道具として活用するために

割合の場合

比例

倍数と約数

商を表す分数

まとめ

5年生の算数にはむずかしい内容がたくさんあります。小数のかけ算、小数のわり算、小数倍、単位量あたりの大きさ、割合、どれも5年生にとってむずかしいとされています。まだ入り口だけですが比例の学習もあります。少し感じは違いますが、倍数と約数も学習します。なぜか整数のわり算の答えを分数で表したりもします。

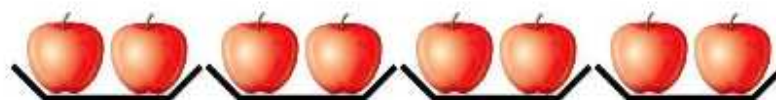
よく見ると、これらにはすべて、かけ算とわり算がかかわっています。

逆にいえば、かけ算とわり算がある程度使いこなせるようになれば、これらの学習ものりきっていくことができます。かけ算とわり算の学習では、数直線を上下に並べた図も助けになりました。でも、この図がわかりにくいという人もけっこういます。

かけ算とわり算はもともと「式」にかかわる話です。そこでここでは、式に慣れて、式をもう少し自由に使いこなせるようになることで、5年生の算数をのりきっていくを考えます。

かけ算：5年生の学習のルーツ

少し前のことを思い出すと、かけ算は小学校2年生のときにはじめて学習しました。例えば、



という場面であれば、 $2 \times 4 = 8$ とかけ算を用いて表しました(参考：[2の段の九九](#))。

このときの「2」は「1皿あたりのリンゴの個数」、「4」は「皿の数」を表すのでした。実は、この「1皿あたりのリンゴの個数」が5年生で学習する「単位量あたりの大きさ」です。

あるいは、もともと2個あったリンゴが4倍にふえた、と見ることもできます。この「4倍」が割合です。この見方をした場合、2は^{もと}元にする量、8は^{くら}比べられる量です。

このように5年生で学習する単位量あたりの大きさと割合の考え方に、実は2年生のかけ算を学習したときにすでに出会っていました。では、5年生の学習

はどこにポイントがあるのでしょうか。

5年生の学習では次の2つのことに気を付けるとよいでしょう。

- (1) 5年生では、もっと大きな数や小数といったむずかしい数の出てくる場面を扱います。また、リンゴ2個や4皿といったわかりやすい場面だけでなく、重さと長さとか、時間と距離とか、ちょっと絵にしにくい場面も扱います。
- (2) 5年生では、単位量あたりの大きさを用いて、皿の「盛り具合」を表現したり比べたりすることを目指します。

例えば、別の皿では、5皿で15個がのっているとします。このとき、上の4皿で8個の皿と、どちらの方が「盛り具合」がいいと言えるでしょうか。上の皿は「1皿あたり2個」リンゴがのっていました。今の皿の「1皿あたりの個数」を□で表すと、1皿あたり□個が5皿で15個ですから、 $\square \times 5 = 15$ と表すことができます。ここから $\square = 15 \div 5 = 3$ とわかりますから、今の皿は「1皿あたり3個」ということになります。

1皿あたりの個数が2個と3個ですから、「1皿あたり3個」の皿の方が「盛り具合」がいいと言えます。

5年生の割合の学習も、リンゴの場面にくらべて次のような違いがあります。

- (1) 5年生では、小数の出てくる場面を多く扱います。特に1倍(1つ分)よりも小さくなる場面も扱います。また倍の表し方が何通りか出てきます。
- (2) 上の「4倍」の部分に着目し、それを用いて、比べられる量と元の量の関係を表したり比べたりすることを目指します。

最初の場面では、2個のリンゴが8個にふえたと見ることはできましたが、その変化は「4倍」にふえたと表すことができます。つまり、元の量2個とふえた後の量8個の関係は、「4倍」として表すことができます。これに対して、3個のリンゴが15個にふえた場合は、元の個数とふえた後の個数の関係はどう表せるでしょうか。例えば3個を○倍したら15個になったと考えると、 $3 \times \bigcirc = 15$ と表

すことができます。ここから $\bigcirc = 15 \div 3 = 5$ とわかりますから、こちらの変化は「5倍」と表すことができます。

4倍と5倍ですから、5倍の方がふえ方が大きいと考えることができます。あるいは、2個に対する8個よりも、3個に対する15個の方がちがいの“程度”が大きいと言ってもよいでしょう。

皆さんも2種類のどちらがお得かを考えるときに、「1個あたりの値段」を計算することがあるかもしれません。これも単位量あたりの大きさです。集めているコレクションが「2倍になった」と思いうれしくなることがあるかもしれません、これも割合です。

ちなみに、2年生で分数を学習したときに、折り紙を半分にしたうちの1つ分の大きさを「もとの大きさの $\frac{1}{2}$ 」と表しました。この $\frac{1}{2}$ も割合です。半分にした大きさが元の大きさの $\frac{1}{2}$ 倍であることを表し、半分にした大きさと元の大きさの関係を表しています。みなさんは2年生のときにすでに、分数で表される倍や割合も学習していたのです。

5年生の単位量あたりの大きさと割合の学習は、このように、2年生で学習したかけ算にそのルーツがあります。ただ少しかウエイトの置き方がちがっていたり、5年生らしくちょっと複雑な場合を扱っているだけです。

ですから、5年生の算数だからむずかしいと思いきまず、2年生のときの学習の復習のようなつもりでのぞめばよいのです。そして、よくわからないなと思ったら、今の場面で「1皿あたりのリンゴの個数」にあたるのはどれかなとか、「4倍」にあたるのはどれかな、などと考えてみると、手がかりが見えてきます。

小数をかけるかけ算

ただ、かけ算もかける数が整数だけならまだよいのですが、かける数が小数になるとむずかしく感じます。例えば、2 m のテープを 4 倍にするのであれば、 $2 \times 4 = 8$ とすぐに式を作り、計算もできますが、3.7 倍にするとと言われると、むずかしく感じるかもしれません。

4 倍のときは「4 つ分」を考えましたが、3.7 倍のときもとりあえず「3.7 個分」ととらえてみます。「3.7 個」なんて変な感じがしますが、次のように考えてみます。2 m のテープ「0.1 個」はこのテープを 10 等分した 1 つ分 のことだと考えてしまいまいます。長さで言えば 2 m を 10 等分するので、0.2 m です。「3.7 個分」は 2 m のテープの 3 つ分と 0.2 m のテープの 7 つ分をあわせたものだと考えます。

$$2 \times 3.7 = (2 \text{ の } 3 \text{ つ分}) + (0.2 \text{ の } 7 \text{ つ分}) = 6 + 1.4 = 7.4$$

したがって 2 m の 3.7 倍の長さは 7.4 m ということになります。

つまり、かける数が整数のときはもとの量のいくつ分かを考えますが、かける数が小数のときは、もとの量を 10 等分した「もとの量(ミニ)」も使って考えることにすればよいのです。(参考：[かけ算の復習](#))

ちなみに 3.74 をかけるのであれば、「もとの量(ミニ)」をさらに 10 等分した「もとの量(ミニミニ)」を使って考えればよいでしょう。

このように考えると、5 年生で学習する小数のかけ算も、「もとの量(ミニ)」を使うことだけに注意すれば、2 年生で学習したかけ算とまったく同じことをしているとわかります。

単位量あたりの大きさのときも同じです。

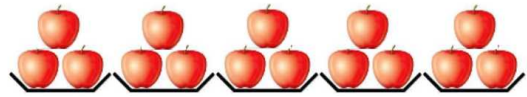
例えば、ある人が分速 80 m で 12.4 分歩いたとしたら、何 m 歩くことになるかを考えてみます。分速 80 m ということは 1 分間あたり 80 m 歩くということです。0.1 分間(=6 秒間)では 80 m の 10 分の 1 の 8 m だけ歩くことができると考えられます。したがって 12.4 分で歩ける距離は、1 分間あたりに歩く距離 80 m の 12 個分と、0.1 分間あたりに歩く距離 8 m の 4 つ分をあわせたものとなります。

$$80 \times 12.4 = (80 \text{ の } 12 \text{ 個分}) + (8 \text{ の } 4 \text{ つ分}) = 960 + 32 = 992$$

したがって分速 80 m で 12.4 分歩いたときに進む距離は 992 m となります。

小数でわるわり算

上では $\square \times 5 = 15$ の $\square$ を求めるために $\square = 15 \div 5$ というわり算をしたり、 $3 \times \bigcirc = 15$ の $\bigcirc$ を求めるために $\bigcirc = 15 \div 3$ というわり算をしたりしました。



$$3 \times 5 = 15$$

つまり、 $3 \times 5 = 15$ の「3」や「5」がわからないときに、それを求める計算がわり算でした。

逆に言えば、 $15 \div 5$ は5とかけると15になるような数を求める計算であり、 $15 \div 3$ は3とかけると15になるような数を求める計算です。

これはわる数が小数になっても同じことです。

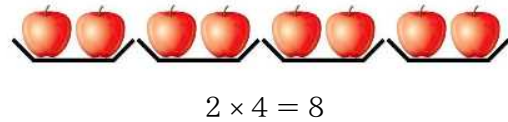
例えば、 $72 \div 4.8$ であれば、4.8とかけると72になる数を求めます。もちろん筆算をしてもいいのですが、筆算をしなくても、4.8の10倍が48であり、20倍は96なので、商は10と20の間だとわかります。さらに10倍の48だと72にはあと24たりませんが、24は48の半分なので4.8の5倍であることに気づけば、商は15であると求まります。要は、4.8とかけると72になる数を見つければよいのです。

あるいは $5.76 \div 3.2$ であれば、3.2とかけて5.76になる数を求めます。3.2の1倍は3.2であり、2倍は6.4ですから、商は1と2の間にあります。1倍の3.2は5.76にはあと2.56たりません。3の0.8倍が2.4であることに気づけば、3.2の0.8倍が2.56になりそうだと見当をつけることができます。実際、3.2の0.1倍は0.32ですから、0.8倍は0.32の8倍になります。これは確かに2.56です。したがって、3.2とかけて2.56になるのは1.8だと求まります。

わり算を3年生の学習だけでとらえて、「等しくわけたときの計算」ととらえてしまうと、わる数が小数になったときに「3.2等分なんてできない」となってしまいそうです。しかし、2年生のかけ算と関係づけて「わり算はかけられる数やかける数を求める計算」ととらえておけば、わる数が小数になってもまったく同じように考えることができます。

式の変形：式を道具として活用するために

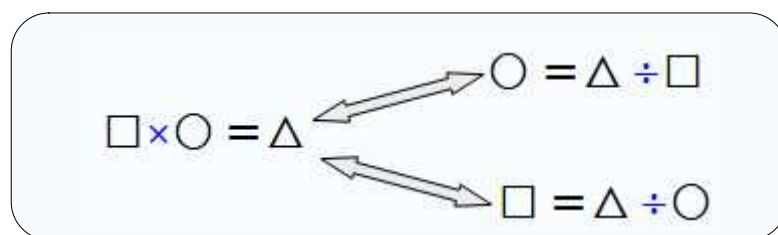
右のような場面を「 $2 \times 4 = 8$ 」というかけ算で表しました。こうしたかけ算で、かけられる数2やかける数4がわからないときに、それを求めるのがわり算でした。



例えば、「1皿あたり2個」であることと、全部でリンゴが8個あることはわかっているけれども、何皿あるのかわからないという場合、とりあえず皿の数を○で表すと、場面のようすは「 $2 \times \bigcirc = 8$ 」と表すことができます。そして、この○の値は「 $\bigcirc = 8 \div 2$ 」というわり算で求めることができました。

また全部で4皿あり、リンゴは8個あることがわかっているけれども、「1皿あたりの個数」が何個なのかわからないという場合もあります。このときも、「1皿あたりの個数」を□で表すと、場面のようすは「 $\square \times 4 = 8$ 」と表すことができます。そして、この□の値は「 $\square = 8 \div 4$ 」というわり算で求めることができました。（参考：[わり算の学び直し](#)）

このように、かけ算に対して、かけられる数やかける数を求めるわり算を考えることが、5年生の学習で大切になる「式の変形」です。



上で見たように、「1皿あたりの個数」は単位量あたりの大きさですから、5年生で単位量あたりの大きさを学習するときも、まったく同じように考えることができます。

例えば、分速 540 m で走るバスが 2700 m を進むのに何分かかるかを求めてみます。ここで分速 540 m は「1皿あたりの個数」にあたり、2700 m は全部のリンゴの個数にあたります。そして、「何皿あるか」が「何分かかるか」にあたります。

$$(1 \text{ 分あたり進む距離}) \times (\text{進んだ時間}) = (\text{全部の進んだ距離})$$

$$(1 \text{ 皿あたりの個数}) \times (\text{皿の枚数}) = (\text{全部のリンゴの個数})$$

そこで上と同じように、かかる時間を○で表すと、今のバスの場面は次のように表すことができます。

$$540 \times \bigcirc = 2700$$

この○は $\bigcirc = 2700 \div 540$ で求まるのでした。これを計算すれば、 $\bigcirc = 5$ となり、かかる時間は5分であるとわかります。

5年生の学習としては、この「分速 540 m」が、バスが走るいきおいを表していること、したがって他の乗り物の分速とくらべることで、それぞれの乗り物の走るいきおい、つまり「速さ」を比べることができるということに注意をすればよいでしょう。（参考：[単位量あたりの大きさの学び直し](#)）

人口密度も単位量あたりの大きさでした。例えば、ある県の人口が692,065人、面積が7104 km²であるときに、この県の人口密度を求めてみます。人口密度は「1 km²あたりの人数」のことでしたから、これが「1皿あたりの個数」にあたります。面積が「何 km²あるか」は「何皿あるか」にあたり、人口はその県に住む「全部の人数」ですから「全部のリンゴの個数」にあたります。

$$(1 \text{ km}^2 \text{あたりの人数}) \times (\text{県の面積}) = (\text{全部の人数} / \text{人口})$$

$$(1 \text{ 皿あたりの個数}) \times (\text{皿の枚数}) = (\text{全部のリンゴの個数})$$

そこで「1 km²あたりの人数」、つまり人口密度を□で表すと、今の県のようにすは次のように表すことができます。

$$\square \times 7104 = 692,065$$

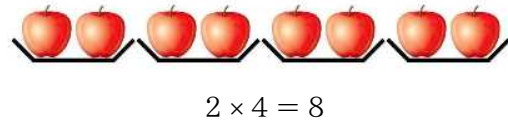
この□は $\square = 692,065 \div 7104$ で求まるのでした。これを計算すると $\square = \text{約 } 97.42$ となり、人口密度は1 km²あたり約97.42人 (97.42人/km²)とわかります。

5年生の学習としては、この「1 km²あたり約97.42人」が、この県の人の混み具合を表すこと、したがって他の県の人口密度と比べることで、それぞれの県の混み具合を比べることができるということに注意をすればよいでしょう。

(参考：[単位量あたりの大きさの問題](#))

割合の場合

右のような場面は「2個の4倍は8個」と考えることもできました。さらに「8個は2個の4倍」と言うこともできます。



これは8個と2個の関係を「4倍」として表していますが、「2個」は元の量、「8個」は元と比べられる量、4倍は関係を表す割合と呼ぶのでした。

上の「2個の4倍は8個」という関係は「 $2 \times 4 = 8$ 」というかけ算で表すことができました。ここで、何倍かがまだわからないときは、わり算で求めることができます。何倍かをとりあえず○で表すと、今の関係は「 $2 \times \bigcirc = 8$ 」と表すことができます。そして、この○の値は「 $\bigcirc = 8 \div 2$ 」というわり算で求めることができました。

また4倍をしたら8個になったことはわかっているけれども、「元の量」が何個なのかはわからないという場合もあります。このときも、「元の量」を□で表すと、場面のようなすは「 $\square \times 4 = 8$ 」と表すことができます。そして、この□の値は「 $\square = 8 \div 4$ 」というわり算で求めることができました。

5年生で学習する小数倍や割合も、基本的には同じように考えることができます。

例えば、青いテープが120 cm、白いテープが60 cm のとき、白いテープの長さが青いテープの長さの何倍かを考えてみます。これは「青いテープを何倍したら白いテープになるか」ということです。

$$(\text{青いテープ}) \times (\text{何倍}) = (\text{白いテープ})$$

$$(\text{元の量 2 個}) \times (4 \text{ 倍}) = (\text{比べられる量 8 個})$$

そこで「何倍」の数値を○で表すと、今の場面のようなすは次のように表すことができます。

$$120 \times \bigcirc = 60$$

この○は $\bigcirc = 60 \div 120$ で求まるのでした。これを計算すると $\bigcirc = 0.5$ となり、白いテープは青いテープの0.5倍であることがわかります。

5年生の学習としては、この「0.5倍」が、青いテープの長さに対する白いテープの長さの関係を表すこと、白いテープは青いテープの半分の長さであることに注意をすればよいでしょう。また、いろいろなテープの長さについて何倍かを求めると、青テープを基準としたときにそれぞれのテープがどの程度の長さであるのかが比べやすくなります。

50 m²の庭のうちすでに草をかったのが10 m²、かってないのが40 m²のとき、草をかっていない部分の面積は庭全体の面積のどれだけの割合にあたるかを考えてみます。これは「庭全体の面積を何倍したら草をかっていない部分の面積になるか」ということです。この「何倍」を表す数が割合です。

$$\begin{aligned} &(\text{庭全体の面積}) \times (\text{何倍／割合}) = (\text{草をかっていない部分の面積}) \\ &(\text{元の量 2 個}) \times (4 \text{ 倍}) = (\text{比べられる量 8 個}) \end{aligned}$$

そこで「何倍／割合」の数値を○で表すと、今の場面のように次のように表すことができます。

$$50 \times \bigcirc = 40$$

この○は $\bigcirc = 40 \div 50$ で求まるのでした。これを計算すると $\bigcirc = 0.8$ となり、庭全体の面積を0.8倍すると草をかっていない部分の面積になることがわかります。これは「庭全体の面積をもとにした草をかっていない部分の面積の割合は0.8である」と言うこともできました。

5年生の学習としては、この割合が0.8なので、庭全体の面積から見て、草をかっていない部分がほとんどであること、つまり草かりがあまり進んでいない状況を表していることに注意をすればよいでしょう。また、草かりの作業が進むにつれこの割合はだんだん小さくなるはずですから、その割合が0.5になったら半分終了したということ、0.1になったらあと一息だということなど、割合の値により作業の進み具合を表すことができます。(参考：[割合の意味](#))

集まった子どものうち90人が5年生で、これが集まった子ども全体の45%であるとわかっているとします。このとき、子ども全体の人数を求めるにはどうしたらよいでしょうか。

45 %は 0.45 のことでしたから、「子ども全体の人数を 0.45 倍したら 90 人になった」ということになります。ここで「子ども全体の人数」が「元の量 2 個」にあたり、0.45 倍が割合になります。そして「5 年生の人数」が「比べられる量 8 個」にあたります。

$$(\text{子ども全体の人数}) \times (\text{何倍／割合}) = (5 \text{ 年生の人数})$$

$$(\text{元の量 2 個}) \times (4 \text{ 倍}) = (\text{比べられる量 8 個})$$

0.45 と割合が 1 より小さい ので、「比べられる量」の方が「元の量」よりも少なくなっています。2 年生のかけ算とは感じが違いますが、折り紙の元の大きさの $\frac{1}{2}$ 倍が、元の大きさより小さくなるのとは似ています。

「子ども全体の人数」を□で表すと、今の場面のようにすは次のように表すことができます。

$$\square \times 0.45 = 90$$

この□は $\square = 90 \div 0.45$ で求まるのでした。これを計算すると $\square = 200$ となり、集まった子ども全体の人数は 200 人であるとわかります。

5 年生の学習としては、この割合が 0.45 で 0.5 より少しだけ小さいこと、したがって子ども全体の人数の半分弱が 5 年生の 90 人だということに注意をすればよいでしょう。全体の半分弱の 5 年生が 90 人なので、逆にその 2 倍である 180 人より全体の人数は少しだけ多いはずだと考えると、計算をしなくても、全体の人数をおよそ見積もることができます。

なお「元の量」を求める場面として、「20 %増量した後の量が 600 mL のとき、元の量を求める」とか、「30 %引きした後の値段が 1400 円 のとき、元の値段を求める」といった場面も多くあります。このとき 20 %増量した後の量は、元の量である 100 %分と増量の 20 %分をあわせた 120 %分であること、したがって「元の量を 1.2 倍した量が増量後」ということに注意する必要があります。このようにとらえることができれば、元の量を□で表すと上の増量の場面は、次のように表すことができます。

$$\square \times (1 + 0.2) = 600 \quad \longrightarrow \quad \square \times 1.2 = 600$$

また 30 % 値引きした後の値段は、元の値段である 100 % 分から 30 % 分を引いているので、元の値段の 70 % 分となるのでした。したがって「元の値段を 0.7 倍した値段が値引き後の値段」ということに注意します。元の値段を□で表すと、上の値引きの場面は、次のように表すことができます。

$$\square \times (1 - 0.3) = 600 \quad \longrightarrow \quad \square \times 0.7 = 1400$$

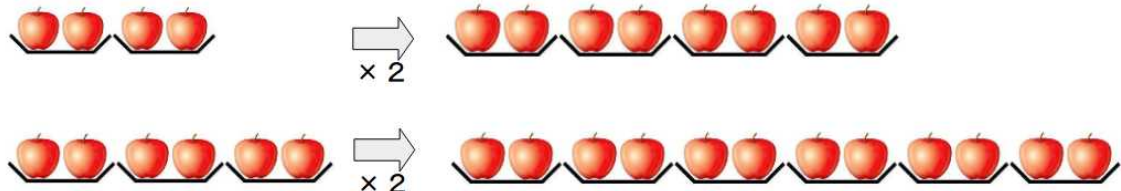
このように 5 年生になると 1 より小さい割合が出てきたり、増量や値上げの場面があったりします。また割合も「0.45 倍」と倍で表すだけでなく、0.45 と小数で表されたり、45 % と百分率で表されたりするので、少し読み替える必要もあります。

ただ、基本的な部分は 2 年生で学習したかけ算とまったく同じです。ですから、「元の量を何倍かしたら比べられる量になった」というイメージを持ちながら考えていけば、場面をかけ算の式で表すことができます。そして必要があれば、上で見たかけ算の式をわり算になおす変形をすれば、わからない数値を求めることもできるのです。

(参考：[割合の学び直し](#)、[割合の問題](#))

比 例

「1皿あたり2個」のリンゴについて、もしも皿の数が2皿から4皿にふえたら、全体の個数はどう変わるでしょうか。また3皿から6皿にふえたら、全体の個数はどう変わるでしょうか。



「1皿あたりの個数」が変わらないのであれば、皿の枚数を2倍にすると全体の個数も2倍になることは、私たちがふだんの生活の中でも使っている数量の関係です。同じように、皿の枚数を3倍にすると全体の個数も3倍になる、皿の枚数を4倍にすると全体の個数も4倍になる、といったことも使っています。

この皿の枚数と全体の個数のように、一方を2倍、3倍、…にすると他方も2倍、3倍、…となるような数量の関係を比例と呼ぶのでした。上の場面は、「リンゴ全体の個数は皿の枚数に比例している」と表すことができました。

上で見たように皿の枚数を○、全体の個数を△で表すと、今の場面は2年生の学習から次のような式で表すことができました。

$$\triangle = 2 \times \bigcirc$$

もしも○の値が3倍の $\bigcirc \times 3$ になると、全体の個数は $2 \times (\bigcirc \times 3) = (2 \times \bigcirc) \times 3$ となるので、○皿のときの全体の個数 $2 \times \bigcirc$ の3倍となります。

このように考えると、かけ算で表されている場面では、2つの量は比例の関係になります。また中学校で学習するのですが、2つの量が比例の関係にあるときは、その関係はかけ算で表すことができます。ですから、かけ算で表される関係を考えるということは、基本的に比例を考えるということでもあります。

2年生で学習した九九表のそれぞれの段で、かける数が2倍、3倍、…になると積も2倍、3倍、…になることを確かめてみるとよいでしょう。

かける数○を2倍、3倍、…にすると積である量△も2倍、3倍、…という関係を利用すると、新しい情報をいろいろ生み出すこともできます。

例えば「4 きゃくで7 kg のいす 48 きゃくの重さ」を求めることを考えます。
「1 きゃくあたりの重さ」にいすの個数(きゃく数)をかければ全部の重さになるはずですが、ただ今は「1 きゃくあたりの重さ」が示されていません。そこでこれを□で表すと、今の「4 きゃくで7 kg のいす」という条件は次のように表すことができます。

$$7 = \square \times 4$$

求めたいのは48 きゃくのいすの重さですが、48 きゃくは4 きゃくの12 倍です。つまり上の式でかける数が4 から12 倍の48 にふえます。全部の重さはいすのきゃく数に比例すると考えてよいでしょうから、きゃく数が12 倍になると、全部の重さも12 倍になるはずですが。(参考：[いす4きゃくの何倍？](#))

したがって、48 きゃくの重さは7 kg の12 倍で84 kg とわかります。

また「トラック2 台で700 kg の米を運ぶことができるとき、トラック16 台では何 kg の米を運ぶことができるか」を考えてみます。「トラック1 台あたりで運ぶことができる重さ」を□で表すと、今の「トラック2 台で700 kg の米を運ぶことができる」という条件は、次のように表すことができます。

$$700 = \square \times 2$$

台数が2 台から16 台に8 倍にふえますから、運ぶことができる全部の重さも8 倍になるはずですが。

したがって、トラック16 台で運ぶことのできる重さは、700 kg の8 倍で5600 kg とわかります。

このように関係がかけ算で表すことができるときには、積はかける数に比例することになります。そしてそのことを使うと、単位量あたりの大きさを求めなくても、新しい情報を生み出すことができます。九九表で見つかるきまりを、5 年生で学習する比例の見方でとらえることで、九九表や整数の範囲を越えて、いろいろな場面で役立つ考え方に発展していくのです。

倍数と約数

3×1 、 3×2 、 3×3 、 $\dots$ など3を整数倍してできる数を「3の倍数」と呼ぶのでした。また4の倍数と6の倍数に共通な数は「4と6の公倍数」と言いました。ある数が別の数の倍数になっているのかと考えることは、数についてかけ算の視点から特徴をとらえていると言えます。

ですから、数をかけ算の視点から調べてみると、倍数や公倍数のことも見えてきます。例えば「4と6の公倍数」はどのような数でしょうか。

4の倍数は $4 \times \square$ と表される数でした。ここで $4 = 2 \times 2$ であることに注意すると、 $4 \times \square = (2 \times 2) \times \square$ と見ることができます。

一方、6の倍数は $6 \times \bigcirc$ と表される数でした。ここで $6 = 2 \times 3$ であることに注意すると、 $6 \times \bigcirc = (2 \times 3) \times \bigcirc$ と見ることができます。

では、 $(2 \times 2) \times \square$ と見ることができ、 $(2 \times 3) \times \bigcirc$ と見ることもできる数は、どのような数でしょうか。それは $(2 \times 2 \times 3) \times \triangle$ という形をした数だとわかります。 $(2 \times 2 \times 3) \times \triangle$ という数では、 $3 \times \triangle$ の部分を $\square$ だと思つと、

$$(2 \times 2 \times 3) \times \triangle = (2 \times 2) \times (3 \times \triangle) = (2 \times 2) \times \square$$

という形をしています。

一方、 $2 \times \triangle$ の部分を $\bigcirc$ だと思つと、

$$(2 \times 2 \times 3) \times \triangle = (2 \times 3) \times (2 \times \triangle) = (2 \times 3) \times \bigcirc$$

という形にもなっています。

したがって、 $(2 \times 2 \times 3) \times \triangle$ という形をした数は、4の倍数にも6の倍数にもなるので、「4と6の公倍数」ということになります。そして、 $2 \times 2 \times 3 = 12$ ですから、 $(2 \times 2 \times 3) \times \triangle$ という形をした数は実は $12 \times \triangle$ という形をした数であり、したがって12の倍数だということになります。

またその中で一番小さい数は $\triangle$ が1のときですから、12ということになります。これが最小公倍数です。

ところで $3 \times 4 = 12$ というかけ算は12が3の倍数であることを表していますが、見方を変えると $4 = 12 \div 3$ や $3 = 12 \div 4$ ということです。これは、12が3や4でわり切れることも表しています。この関係を使うと、かけ算を調べることで、わり切れるかどうか、つまり約数かどうかを調べることもできま

す。

12をわり切るような整数を「12の約数」と呼びました。そして12の約数と18の約数に共通な数を、「12と18の公約数」と言うのでした。

$12 = 3 \times 4$ と表せますが、 $4 = 2 \times 2$ に注意すると、 $12 = 2 \times 2 \times 3$ と見ることができます。ここには3が1回、2が2回出てきます。ここに出てくる数は、12をわり切ることができます。またこれらをかけ合わせてできる数、つまり $2 \times 2 = 4$ や $2 \times 3 = 6$ 、 $2 \times 2 \times 3 = 12$ も12をわり切ることができます。

$18 = 2 \times 3 \times 3$ ですが、ここには2が1回、3が2回出てきます。ここから、18の約数はここに出てくる2と3、さらに1個の2と2個の3をかけ合わせてできる数、つまり $2 \times 3 = 6$ 、 $3 \times 3 = 9$ 、 $2 \times 3 \times 3 = 18$ だとわかります。

$12 = 2 \times 2 \times 3$ と $18 = 2 \times 3 \times 3$ とで共通に出てくる数は12と18に共通な約数です。するとまず2と3は公約数だとわかります。

また共通に出てくる数をかけ合わせても、共通な約数になるはずですが、12と18ではどちらにも2は少なくとも1回出てきますし、3も少なくとも1回は出てきます。ただし12には3は1回しか出てきませんから、3を2つかけ合わせることはできません。18には2が1回しか出てきませんから、2を2つかけ合わせることもできません。したがって、共通に出てくるものをかけ合わせてできる数は 2×3 だけとなります。つまり6も公約数だとわかります。

この 2×3 は、共通する数をできるだけ多くかけ合わせた数でもあるので、積である6が最大公約数になります。

このように数をかけ算の視点から見ると、倍数や約数についても調べることができます。出てくるかけ算は2年生のときに見たようなものですが、かけ算の中にあらわれる数やあらわれる回数に着目することで、数のより深い性質が見えてくるのです。

商を表す分数

5年生では、 $2 \div 3$ といった整数や小数では商(わり算の答え)を表しにくいわり算について、商を分数で表すことを学習しました。これも2年生のかけ算と関係づけながら3年生で学習したわり算をとらえてみると、理解することができます。

上で確認したように、かけ算との関係からわり算をとらえてみると、わり算は「わる数とかけるとわられる数になる数」を求める計算でした。リンゴの場面で見たとおり、 $15 \div 3$ は $15 = 3 \times \bigcirc$ となる $\bigcirc$ を求めるとか、 $15 \div 5$ は $15 = \square \times 5$ となる $\square$ を求めるといった計算でした。

同じように考えると、 $2 \div 3$ は 3 とかけると 2 になるような数を求める計算 です。

ここで $\frac{3}{3} = 1$ という関係があったことを思い出します。 $\frac{3}{3}$ は $\frac{1}{3}$ を 3 つ集めた数でしたから、 $\frac{1}{3}$ を 3 つ集めると 1 になります。(参考：[分数の学び直し](#))

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

したがって、 $\frac{1}{3}$ を 6 つ集めると 2 になることがわかります。

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = 2$$

この 6 つを 2 つずつペアにしてみると、

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = 2$$

となります。 $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ でしたから、これは、

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

ということです。つまり、 $\frac{2}{3}$ の 3 つ分が 2 になるということです。 $\frac{2}{3}$ の 3 つ分は

$\frac{2}{3}$ の3倍ということですから、3 とかけると2になる数は $\frac{2}{3}$ ということになります。

$$2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

他の数の場合、例えば $3 \div 7$ や $9 \div 11$ のときも、上と同じようにして、

$$\frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} + \frac{3}{7} = 3$$

$$\frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} = 9$$

であることを確認すれば、 $3 \div 7 = \frac{3}{7}$ や $9 \div 11 = \frac{9}{11}$ であることがわかります。

なお、分数の場合であっても7つ分や3つ分を「 $\times 7$ 」「 $\times 3$ 」と表してよいことを認めると、比例の考えを用いて次のように考えることもできます。

$$\frac{7}{7} = 1 \text{ より } \frac{1}{7} \times 7 = 1$$

かける数の7を3倍にすると積も3倍になるであったから、

$$\frac{1}{7} \times (7 \times 3) = 1 \times 3$$

分数が入っていても、かけ算では順序を変えてよいと考ええると、

$$\left(\frac{1}{7} \times 3 \right) \times 7 = 3$$

つまり、 $\frac{3}{7}$ の7つ分が3なので、7 とかけて3になる数は $\frac{3}{7}$ とわかります。

分数に関わる話なので3年生レベルの分数の知識は必要になりますが、わり算を2年生のかけ算の学習と関係づけてとらえると、商を分数で表すことも、最初のリンゴの場面と同じようにして考えることができます。

まとめ

5年生の算数で学習する内容はむずかしいことは確かですし、それらがよくわからなくなって算数がきらいになる人も多いかもしれません。

ただここまで見てきたように、出てくる数値が少し大きかったり小数や分数だったりしますが、基本的な考え方は2年生のかけ算の学習のときとまったく同じでした。そこに3年生で学習するわり算を使って、少しだけ式を変形すれば必要な数値を求めることもできました。

2年生のかけ算に直せば、とりあえず考えられそうと感じられるのではないのでしょうか。ですから、かけ算やわり算の関わりそうな場面に出会ったら、まずは「1皿あたりの個数にあたるのは何かな」とか、「何が何倍になったのかな」と考えてみるとよいでしょう。

またかけ算の場面を5年生らしく扱えるようになるために、□mの○倍はどれくらいの長さとか、時速□kmで○時間走るとどれくらい進みそうかななどと、ときどきイメージしてみるのもいいかもしれません。さらに、ニュースやお店などのふだんの生活の中で%（パーセント）や倍を見たり聞いたりしたら、何がどのくらいになったのかとイメージしてもいいでしょう。

かけ算やわり算に関わる5年生の学習内容は、身の回りでも実はたくさん用いられています。それらの内容を使いこなせることは、これからの生活においてもたいせつになってきます。5年生の内容は2年生の内容とたいして変わらないと考えることで、学習に対するハードルを下げてしまいましょう。

【ちょっとした言い訳】

「[単位量あたりの大きさ学び直しテキスト:実践編](#)」では、式をかく際に単位をつけていました。しかし、この文章ではふつうの2年生の学習とのつながりを重視するという点から、単位をつけた書き方をしませんでした。

もちろん、単位をつけて書いても問題はありません。例えば、リンゴの場面について「1皿あたり2個」を「2個／皿」と書いて、場面を

$$2 \text{ 個／皿} \times 4 \text{ 皿} = 8 \text{ 個}$$

と表す方が、それぞれの数がどのような量を表しているのかが、はっきりします。

また著者自身は、基本的にかけ算を倍の考え方で捉える方が、学年間の整合性もとれやすいと考えています。しかし教科書の記述をみた場合、「1皿あたり」の「何皿分」に近い考え方と「いくつ分」や何倍に近い考え方が併用されていることから、ここでも両方を適宜使うことにし、前者を単位量あたりの大きさにつなげ、後者を割合につなげるようにしました。