

小1方式・負の数の初歩

小学校1年生になってすぐに10までの数を学習しました。その後、数の範囲を100まで広げたり、数どうしをたしたりひいたりする計算も学習しました。そのとき学習したことは、よく理解できたのではないのでしょうか。

そこで、ここでは、よく理解できた小学校1年生のときの学習と関連づけて、負の数の初歩を学習してみましょう。なお、最後に2年生で学習した九九と3年生で学習した九九で解けるわり算も出てきますが、中学生の皆さんにとっては、小学校1年生の学習とそれほど変わらないでしょう。

1. 負の数

とは言っても、負の数は算数では出てこなかった“新しい数”ですから、それがどのような数かを、かんたんに見ておきます。

負の数は、算数で学習した数を“反対にした数”です。 -1 は1を反対にした数、 -7 は7を反対にした数、 -24 は24を反対にした数です。

反対にした数を新しく考えることで、反対のものを表しやすくなるのでした。増加と減少、超過と不足、追い風と向かい風、前進と後退などなど。

負の数が反対の数であることを、次の2つの約束で決めることにします。

① ある数と反対の数をあわせると0になる。

例： $1 + (-1) = 0$ 、 $7 + (-7) = 0$ 、 $24 + (-24) = 0$

② ある数に -1 をかけると反対になる。つまり -1 をかけることは、数を反対にすること。

例： $3 \times (-1) = -3$ 、 $18 \times (-1) = -18$ 、 $(-1) \times (-1) = 1$

なお①のことから、1は -1 を反対にした数、7は -7 を反対にした数と見ることもできる点には、注意をしておきましょう。

この2つの約束と、小学校1年生のときの学習とを組み合わせ、負の数の学習をしていきましょう。

2. 負の数の大小

1に1を加えると2、2に1を加えると3、3に1を加えると4、…というように、1を加えていくと、次々に数ができていきました。モノを追加すると多くなっていくように、後に出てくる数ほど1をたくさん加えたので、「大きい」と考えるのでした。見た目の大きさがあるわけではありませんが、数の順番に応じて、数の大きさを考えました。

同じように、 -1 に -1 を加えると -2 、 -2 に -1 を加えると -3 、 -3 に -1 を加えると -4 、…というように、 -1 を加えていくことで、負の数が次々に生まれていきます。

ただし、 -1 は1を“反対にした数”なので、 -1 を加えると前より「小さくなる」と考えます。ですから、 -1 をたくさん加えてできた数ほど「小さい」ことになります。算数では3より7の方が大きいと考えましたが、負の数では -3 の方が -7 より大きくなります。つまり $-3 > -7$ です。小学校1年生のときは100はかなり大きな数でしたが、 -100 はかなり小さい数です。

なお、 -1 に1を加えると0になるので、0は -1 に1を加えた数ですから、0の方が -1 より大きいと考えます。逆に言えば、 -1 は0より小さい数です： $-1 < 0$ 。

算数で学習した数はすべて0より大きかったので、それらはどの負の数よりも大きいとなります。こうして、負の数であれ正の数であれ、2つの数があるときどちらの方が大きいかを比べることができるようになります。

3. いくつといくつ

小学校1年生で5や8、10を学習してすぐに、数を「いくつといくつ」で表すことも学習しました。例えば、5については、このような感じです。

5 は 1 と 4	 
5 は 2 と 3	 

10についても、このようになるのです。

10 は 1 と 9	 
10 は 2 と 8	 
10 は 3 と 7	 
10 は 4 と 6	 
10 は 5 と 5	 

負の数についても、同じように考えることができます。上の図では●を1と考えていましたが、●の方を-1と考えることにします。

例えば-5については、5と同じように、次のように考えることができます。

-5 は -1 と -4	 
-5 は -2 と -3	 

-10の場合も、10と同じように考えることができます。

-10 は -1 と -9	 
-10 は -2 と -8	 
-10 は -3 と -7	 
-10 は -4 と -6	 
-10 は -5 と -5	 

最初に見たように、負の数は“反対にした数”でした。つまり-5であれば、5と合わせると0になるのです。ここから、負の数についての「いくつといく

つ」では、次のようなことも考えることができます。

0 は -1 と 1	
0 は -2 と 2	
0 は -5 と 5	
0 は -8 と 8	

さらに、0になる「いくつといくつ」を使うと、次のような「いくつといくつ」も考えることができます。

5 は -1 と 6	
5 は -2 と 7	
-5 は -6 と 1	
-5 は -9 と 4	

例えば「」のときは、の1つのがと打ち消し合って0になるので、が残ることになります。

ほかの数でも、との組み合わせを工夫すると、次のように考えることができます。

3 は -4 と 7	
8 は -2 と 10	
-1 は -5 と 4	
-6 は -9 と 3	

とのペアを打ち消して、上の「いくつといくつ」を確かめてみましょう。

なお、小学校1年生で学習した「ちがいはいくつ」の学習を思い出すと、上のことは次のように見ることもできます。

3 は -4 と 7  	-6 は -9 と 3  
---	---

縦線で結ばれた●と●のペアが打ち消し合ってなくなります。それにより、ペアからはみでた「ちがい」の分だけ残ることになるのです。

上の結果を観察した時に、17についての「いくつといくつ」として、どのようなものが考えられそうですか。また、-23についての「いくつといくつ」としては、どのようなものが考えられますか。

4. たしざん（加法）

小学校1年生のとき、「いくつといくつ」の結果を生かして、たしざんの学習をしました。

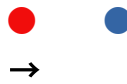
5 は 2 と 3 → $2 + 3 = 5$ $3 + 2 = 5$	
10 は 6 と 4 → $6 + 4 = 10$ $4 + 6 = 10$	

「たしざん」は中学校では「加法」と呼びます。1年生のときの学習と、負の数の「いくつといくつ」の結果を組み合わせると、以下のような加法が考えられます。

-5 は -2 と -3 → $(-2) + (-3) = -5$ $(-3) + (-2) = -5$	
-10 は -6 と -4 → $(-6) + (-4) = -10$ $(-4) + (-6) = -10$	

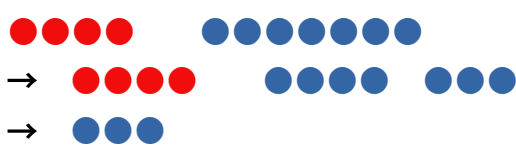
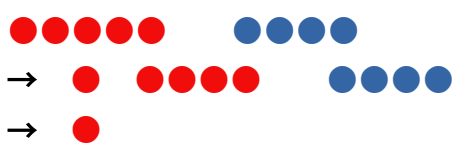
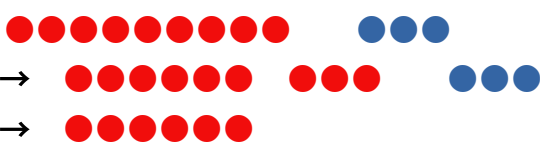
式を書くとき、たすの「+」とマイナスの「-」がつながってわかりにくくなるときは、負の数をかっこでくくって (-5) などとすると見やすくなります。

また0についての「いくつといくつ」を用いると、次のような加法も考えられます。

0 は -1 と 1 → $(-1) + 1 = 0$ $1 + (-1) = 0$	
0 は -8 と 8 → $(-8) + 8 = 0$ $8 + (-8) = 0$	

図で→のあとに何も無いのは、●と●が打ち消し合って何もなくなったことを表しています。

さらに正の数と負の数がまじった加法も、次のように考えることができます。

3 は -4 と 7 → $(-4) + 7 = 3$ $7 + (-4) = 3$	
8 は -2 と 10 → $(-2) + 10 = 8$ $10 + (-2) = 8$	
-1 は -5 と 4 → $(-5) + 4 = -1$ $4 + (-5) = -1$	
-6 は -9 と 3 → $(-9) + 3 = -6$ $3 + (-9) = -6$	

「 」のときは、のうちのがと打ち消し合ってなくなるので、結果はになるのです。これを式の形で書くと、次のようになります。

$$(-4) + 7 = (-4) + 4 + 3 = 0 + 3 = 3$$

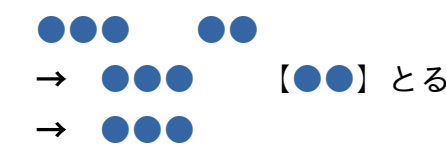
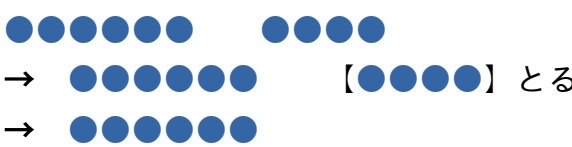
「 」のときは、のうちのがと打ち消し合ってなくなるので、結果はになるのです。これを式の形で書くと、次のようになります。

$$(-9) + 3 = (-6) + (-3) + 3 = (-6) + 3 = -3$$

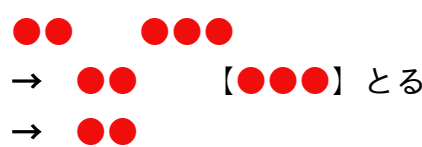
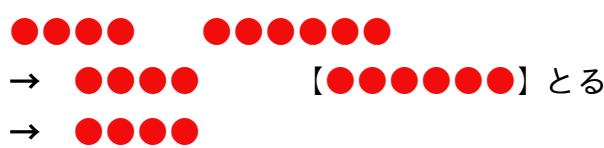
同じように考えて $17 + (-23)$ を計算すると、結果はいくつになると考えられますか。

5. ひきざん（減法）

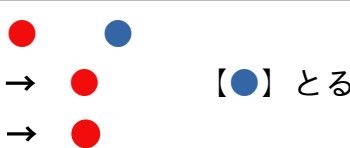
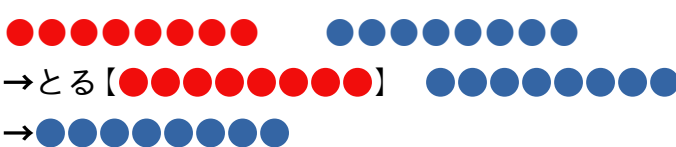
「いくつといくつ」の結果を生かすと、ひきざんも考えることができました。

5 は 2 と 3 $\rightarrow 5 - 2 = 3$	
10 は 6 と 4 $\rightarrow 10 - 4 = 6$	

「ひきざん」は中学校では「減法」と呼びます。1年生のときの学習と、負の数の「いくつといくつ」の結果を組み合わせると、以下のような減法が考えられます。

-5 は -2 と -3 $\rightarrow (-5) - (-3) = -2$	
-10 は -6 と -4 $\rightarrow (-10) - (-6) = -4$	

また0についての「いくつといくつ」を用いると、次のような加法も考えられます。

0 は -1 と 1 $\rightarrow 0 - 1 = -1$	
0 は -8 と 8 $\rightarrow 0 - (-8) = 8$	

さらに正の数と負の数がまじった減法も、次のように考えることができます。

3 は -4 と 7 $\rightarrow 3 - (-4) = 7$	
8 は -2 と 10 $\rightarrow 8 - (-2) = 10$	
-1 は -5 と 4 $\rightarrow (-1) - (-5) = 4$	
-6 は -9 と 3 $\rightarrow (-6) - (-9) = 3$	

$3 - (-4) = 7$ のときの●や●の動きを式で表すと、次のようになります。

$$3 - (-4) = 7 + (-4) - (-4) = 7 + 0 = 7$$

ここでは -4 から -4 をひくと 0 になるという減法も使われています。 $3 - 3 = 0$ であったのと同じように、負の数でもある数からその数自身をひいたら 0 になると考えられるからです。このことは、●●●●から●●●●を取り去ると何も残らないこと、つまり 0 になるというイメージとも合っています。

同じように $(-6) - (-9) = 3$ のときの動きを式で表すと、次のようになります。

$$(-6) - (-9) = 3 + (-9) - (-9) = 3 + 0 = 3$$

さらにこの結果を観察すると、次のようなことにも気づきます。

$3 - (-4)$ の答えである 7 は、 $3 + 4$ の答えでもあります。また $(-6) - (-9)$ の答えである 3 は、 $(-6) + 9$ の答えでもあります。ここから、負の数 -4 や -9 をひくことは、反対にした数 4 や 9 をたすことと同じになりそうだと気づきます。

このことは次のようにしても確かめられます。 3 を「 -4 と 7 」と分けていた

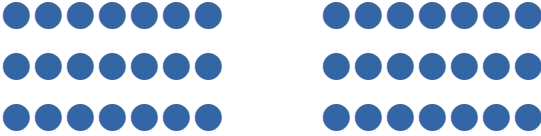
ときに、3に4をたすことは、この-4を打ち消すことになります。したがって、4をたすことは、-4を取り去ることと同じ効果を持ちます。



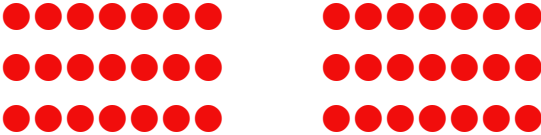
同じように考えて $17 - (-23)$ を計算すると、結果はいくつになると考えられますか。

6. かけ算（乗法）

小学校2年生のときに、4人乗ったカートが3台あると全部で12人になる、ということ「 $4 \times 3 = 12$ 」と表すことを学習しました。つまり4が3個あると12になるということでした。

$4 \times 3 = 12$	
$7 \times 6 = 42$	

同じように考えると、 -4 が3個あると -12 になると考えることができます。

$(-4) \times 3 = -12$	
$(-7) \times 6 = -42$	

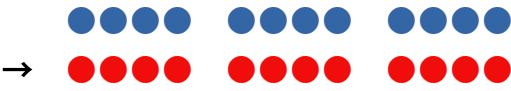
では負の数かける乗法は、どのように考えたらよいのでしょうか。

この場合、最初に約束した②を思い出します。

-1 をかけると、 $3 \times (-1) = -3$ のように、反対になるのです。また、 -3 は3を反対にした数でしたから、 $-3 = 3 \times (-1)$ ということでもあります。

ここから、例えば「 $4 \times (-3)$ 」であれば、次のように考えることができます。

$$4 \times (-3) = 4 \times 3 \times (-1) = 12 \times (-1) = -12$$

$4 \times (-3)$ $= 4 \times 3 \times (-1)$ $= -12$	
--	--

つまり、4の3個分を考えて、最後に -1 をかけて、オセロの石をひっくり返すように、全体を反対にします。

同じように考えると、負の数に負の数かける乗法も考えることができます。例えば $(-4) \times (-3)$ であれば、先ほど「 $(-4) \times 3 = -12$ 」と確認したことを思

い出すと、次のようになるはずです。

$$(-4) \times (-3) = (-4) \times 3 \times (-1) = (-12) \times (-1) = 12$$

$\begin{aligned} &(-4) \times (-3) \\ &= (-4) \times 3 \times (-1) \\ &= 12 \end{aligned}$	
--	--

最後の部分は、 -12 を反対にするので 12 になっています。

負の数をかけるという変な感じがしますが、とりあえず、正の数をかけて最後に反対にすることだと、考えておきましょう。

7. わり算（除法）

小学校3年生のときに「12個のアメを3個ずつ分けると4人に分けられる」ということを「 $12 \div 3 = 4$ 」と表すことを学習しました。これは、分けられる人数を□人と表すと、 $3 \times \square = 12$ となる□を求めていることになります。

$3 \times \square = 12$ $12 \div 3 = \square$	12
--	---

つまり、3が何個で12になるかを考えるのでした。

同じようにして、負の数を負の数でわる除法も考えることができます。

例えば、 $(-12) \div (-3)$ については、下のようになります。

$(-3) \times \square = -12$ $(-12) \div (-3) = \square$	-12
--	--

-3が何個で-12になると考えると、4個だとわかります。ここから $(-3) \times \square = -12$ の□は4だということですから、

$$(-12) \div (-3) = 4$$

となります。

●の個数で考えると、次のこともわかります¹⁾。

$$(-12) \div (-3) = 12 \div 3$$

●の個数で考えても●の個数で考えても、結局は3個から12個を作るという点では同じことだからです。

では、わられる数とわる数の符号が異なる場合は、どのように考えることができるでしょうか。

まずわられる数が負の数で、わる数が正の数の場合を考えてみます。

例えば、 $(-12) \div 3$ については、下のようになります。

$3 \times \square = -12$ $(-12) \div 3 = \square$	-12
--	--

1) $1.2 \div 0.3$ の商を $12 \div 3$ で求めることができたのに似ています。1.2は0.1が12個、0.3は0.1が3個なので、0.1の個数に着目すると $12 \div 3$ で求めることができたのでした。 $(-12) \div (-3)$ も-1の個数に着目すれば、同じように考えることができます。

3が何個かで-12になるようにしたいのですが、●●●を何個か集めても12にはなっても-12にはなりません。そこで、まず12を作り、最後にそれを反対の数にして-12にすることを考えます。

3が何個で12になるかを考えると4個です。そして最後に反対の数にするためには-1が必要です。したがって、 $3 \times \square = -12$ の $\square$ は4と-1をセットにした数、つまり

$$4 \times (-1) = -4$$

であるとわかります。 $\square$ が-4ですから、結局、

$$(-12) \div 3 = -4$$

となります。

同じように考えると、 $(-35) \div 7$ はどのように計算できるでしょうか。

最後に、わられる数が正の数で、わる数が負の数の場合を考えてみます。例えば、 $12 \div (-3)$ については、下のようになります。

$(-3) \times \square = 12$ $12 \div (-3) = \square$	12
--	---

-3が何個かで12になるようにしたいのですが、●●●を何個か集めても-12にはなっても12にはなりません。そこで、まず-12を作り、最後にそれを反対の数にして12にすることを考えます。

-3が何個で-12になるかを考えると4個です。そして最後に反対の数にするためには-1が必要です。したがって、 $(-3) \times \square = 12$ の $\square$ は4と-1をセットにした数、つまり

$$4 \times (-1) = -4$$

であるとわかります。 $\square$ が-4ですから、結局、

$$12 \div (-3) = -4$$

となります。

同じように考えると、 $54 \div (-6)$ はどのように計算できるでしょうか。

-3で割るという場合、「-3等分って何だろう？」と考えたり、「12個のものを-3個ずつ分けるってどうしたらいいんだろう」と考えたりすると、意味がわからなくなってしまいます。「【わる数】にいくつをかけたら【わられる数】になるだろうか」と考えてみると、負の数の入った除法も、実は3年生で学習したわり算と同じことを考えている、と気づくことができます。

おわりに

ここでは小学校第1学年の数学の学習を思い出しながら、それと似たようなしかたで負の数やその計算を振り返ってきました。小1の学習を参考にしたので、1000や10000といった大きな数は出てきませんでしたが、●がとてもたくさんあるようすを頭の中で“イメージ”してみれば、 -1000 や -10000 も同じように考えることはできるでしょう。

また小数や分数も出てきませんでしたが、算数で学習した2.8とか $\frac{7}{3}$ といった数を“反対にした数”も同じように考えることができます。

乗法や除法のところで出てきた「3個」「何個」という言い方だと小数や分数で考えにくいという場合は、「2.8倍」「 $\frac{7}{3}$ 倍」や「何倍」と読みかえて考えてみてください。

負の数も、基本的なことは、算数で学習した数とまったく同じです。最初に確認した①と②の約束に注意しながら、小1で学習した数と同じようにつき合っていくことで、負の数とも仲良くなっていきましょう。