中学校 1 年生向け分数のとらえ直し

分数 $\frac{3}{5}$ は単位分数 $\frac{1}{5}$ を 3 つあわせた数、あるいは $\frac{1}{5}$ の 3 倍の大きさの数でした(参考：[分数の学び直し](#))。

ところで中学校 1 年になると、次のような文字式に出会うことがあります。

$$\frac{a}{6}、\frac{12}{x}$$

このとき、 a や x には小数を代入してよいのでしょうか？例えば、 a に 0.7 を代入したり、 x に 7.4 を代入すると次のような“分数”になってしまいます。

$$\frac{0.7}{6}、\frac{12}{7.4}$$

確かに、小学校 5 年生の時に学習した同じ大きさの分数のことを思い出すと、分子と分母に 10 をかけた次のような分数も「同じ大きさ」のはずなので、とりあえずこれらの分数の「大きさ」を考えることはできそうです。

$$\frac{7}{60}、\frac{120}{74}$$

ただ、 a や x には小数を代入してよいのかの問題は解決していません。

さらに、今度は a に -2 、 x に -9 を代入したらどうなるでしょう。“分数”としてはつぎのような形になります。

$$\frac{-2}{6}、\frac{12}{-9}$$

確かに $\frac{-2}{6}$ は $-\frac{2}{6}$ に等しいとか、 $\frac{12}{-9}$ は $-\frac{12}{9}$ に等しいと説明されているので、やはり数として考えることはできそうですが、この場合も、 a や x に負の数を代入してよいのかは、はっきりしません。

中学校で数学を学習していて、こんなことが気になる人もいるかもしれません。そこで、ここでは、中学校の数学でも自由に“分数”が使えるように、分数のとらえかたをちょっとだけ変えてみることにします。

とらえ直しの方針

分母が小数や負の数になると変な感じがするのは、分母が「基準の大きさ」を「何等分したか」を表していると思っているからです。「7.4等分」や「-9等分」と言われると変な感じがするので、分母が小数や負の数になると変な感じがするのは、分母が小数や負の数でも分数を扱えるようにするための方針は、「等分」の考えにたよらないで分数を考えるということです。

方針：「等分」の考えにたよらずに「分数」を考える

ここで、小学校5年生の時に学習した、わり算の答え(商)を分数で表すことを思い出します。

$$2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

ただしこの場合も、わり算を「3等分する」とか「3つに等しく分ける」と考えると、わる数が小数や負の数になったときに変な感じがしてしまいます。

そこで、わり算を「かけ算の逆」と考えます(参考：[わり算の学び直し](#))。つまり、上の $2 \div 3$ であれば、「3をかけると2になるような数」を求める計算だと考えます。

こう考えると、5年生の時に学習した $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ は、「3をかけると2になるような数は $\frac{2}{3}$ 」ということを示していたことになります。

他の場合も、これと同じように考えれば、分数として自然に受け止めることができるようになります。

分数 $\frac{b}{a}$ は、 a をかけると b になるような数

$\frac{0.7}{6}$ は6をかけたら0.7になるような数です。これは60をかけたら7になる数

と等しいので、 $\frac{0.7}{6} = \frac{7}{60}$ ともあっています。 $\frac{12}{7.4}$ は7.4をかけたら12になる数となります。

負の数も場合もおなじです。 $\frac{-2}{6}$ は6をかけたら-2になる数ですし、 $\frac{12}{-9}$ は-9をかけたら12になる数です。

この後の展開

中学校3年生になると、さらに新しい数である無理数を学習します。この無理数も分数の分母や分子に入ることがあります。例えば、

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

という“分数”を考えることがあります。無理数の場合も「等分」の考えのままだと変な感じがしますが、「 $\sqrt{5}$ をかけると $\sqrt{2}$ になる数」ととらえれば、受け入れやすくなります。

高等学校では複素数という数も学習します。そしてやはり分母や分子が複素数であるような“分数”にも出会うことになります。

$$\frac{2+7i}{1+2i}$$

これも「 $1+2i$ をかけると $2+7i$ になる数」としてとらえれば、小学校から学習してきた分数と同じように考えることができます。

このように、中学校1年生の時に「分数」をとらえ直しておくと、3年生で無理数を学習する時や、高等学校で複素数を学習する時にも、“分数”でまよわずにすむことになります。また、無理数や複素数では、分数とわり算を基本的に同じものにとらえますので、「分数」をとらえ直すことは、無理数や複素数のわり算を考える時にも役立ちます。