

【補説】 かけ算のざっくりとした復習

「[わり算学び直しテキスト](#)」ではわり算はかけ算の「逆」、つまりかけ算のかける数やかけられる数を求める計算だと考えました。48÷6であれば、 $48 = 6 \times \square$ となる□、あるいは $48 = \square \times 6$ となる□を求める計算でした。かけ算ではかけられる数とかける数を入れかえても積は同じなので、 $6 \times \square$ と $\square \times 6$ は同じことです。ですから、これが48になる□も同じになります。ですから、わり算を考える時はどちらで考えてもだいじょうぶでした。

このように、わり算をかけ算の「逆」と考えるので、かけ算についてもおよそのイメージを持っている方が、わり算の学習もしやすくなります。そこで、ここではかけ算について、ざっくりと復習しておきます。

かけ算の基本的なイメージ

かけ算の基本的なイメージは、次のようなものです。

かけ算は「基準の大きさ」のいくつ分かの大きさを求める計算

少し算数っぽい言い方をすれば、「『基準の大きさ』の何倍かの大きさを求める計算」となります。

4×3であれば、「基準の大きさ」4の「3つ分」ですから、

$$4 \times 3 = 4 + 4 + 4 = 12$$

となったのでした。

4×267であれば、「基準の大きさ」4の「267個分」ですから、

$$4 \times 267 = \underbrace{4 + 4 + 4 + \dots + 4 + 4}_{267 \text{ 個}}$$

です。このたし算を「いっしゅん一瞬で」やるのが、かけ算のイメージです。

かける数が小数や分数のかけ算

しかし、かける数が小数や分数の時は、「いくつ分」と考えられないようにみえます。たしかに小数や分数の時は、「一つ分」「二つ分」とか「37個分」などと同じ

ように「2.3個分」とか「 $\frac{3}{5}$ 個分」と言うのは不自然な感じがします。

この場合は、「基準の大きさ」を何等分かしてつくった「ミニ基準」を考えればよいのです。そして、小数の倍とは「基準の大きさ」のいくつ分かと「ミニ基準」のいくつ分かをあわせた大きさだと考えればよいのです。

例えば、 4×0.3 であれば、「基準の大きさ」を10等分した「ミニ基準」を作り、その3つ分が「0.3個分」あるいは「0.3倍」です。4を10等分すると0.4ですから、「ミニ基準」は0.4となります。ですから、

$$4 \times 0.3 = 0.4 + 0.4 + 0.4 = 1.2$$

となります。

4×2.3 であれば、「基準の大きさ」の2つ分と「ミニ基準」の3つ分をあわせた大きさが「2.3個分」あるいは「2.3倍」です。ですから、

$$4 \times 2.3 = 4 + 4 + 0.4 + 0.4 + 0.4 = 9.2$$

となります。

なお、2.37の場合は、「ミニ基準」をさらに10等分した「ミニミニ基準」を作り、「基準の大きさ」の2つ分と「ミニ基準」の3つ分と「ミニミニ基準」の7つ分をあわせたものを求めます。

分数の場合は、「基準の大きさ」を10等分するとは限らず、かける数の分母にあわせた等分のしかたをします。

例えば $4 \times \frac{3}{5}$ であれば、「基準の大きさ」4の $\frac{1}{5}$ の大きさ、つまり「基準の大きさ」4を5等分して「ミニ基準」を作ります。そして、その「ミニ基準」の3つ分の大きさが「 $\frac{3}{5}$ 個分」です。

「基準の大きさ」である4を5等分した大きさを求めるには、同じ大きさの分数で学習した次のことを思い出します。

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{4 \times 5}{1 \times 5} = \frac{20}{5}$$

$\frac{20}{5}$ は $\frac{1}{5}$ が 20 個あつまった数ですから、それを 5 等分すると $\frac{1}{5}$ の 4 つ分となり

ます。つまり、4 を 5 等分してできる「ミニ基準」は $\frac{4}{5}$ であることがわかります。

$4 \times \frac{3}{5}$ は「ミニ基準」 $\frac{4}{5}$ の 3 つ分を求めることなので、次のようになります。

$$4 \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{12}{5}$$

このように、小数や分数をかけるかけ算では、「ミニ基準」を考える必要はありますが、基本的には整数をかけるかけ算の場合と同じように、「基準の大きさ」や「ミニ基準」のいくつ分かの大きさを求めればだいじょうぶです。

算数で学習するかけ算の基本的な話は、これですべてです。

実際に、かけ算の計算をするときは、ここで見てきたことを「計算しやすくする」ために、計算の仕方をくふうすることを学習しました。計算の仕方も気になる人は、次のページからを見てください。

【補足】

上のことは式で表すと、次のようになります。

$$\begin{aligned} 4 \times 0.3 &= 4 \times (0.1 \times 3) \\ &= (4 \times 0.1) \times 3 \\ &= 0.4 \times 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 \times \frac{3}{5} &= 4 \times \left(\frac{1}{5} \times 3 \right) \\ &= \left(4 \times \frac{1}{5} \right) \times 3 \\ &= \frac{4}{5} \times 3 \end{aligned}$$

かけ算の筆算

49×32のかけ算は、上で見たように、基準の大きさ「49」の「32個分」を求める計算です。ただ「32個分」をそのまま求めるのはたいへんそうなので、次のようなことをもとに考えました。

- ・「49」の「32個分」は「49」の「30個分」と「49」の「2つ分」をあわせたもの
- ・「49」の「30個分」は「49」の「3つ分」の「10個分」

ここから、

$$\begin{aligned}49 \times 32 &= (49 \text{ の } 30 \text{ 個分}) + (49 \text{ の } 2 \text{ つ分}) \\ &= (49 \text{ の } 3 \text{ つ分}) \text{ の } 10 \text{ 個分} + (49 \text{ の } 2 \text{ つ分})\end{aligned}$$

このことを算数っぽく書くと、次のようになります。

$$\begin{aligned}49 \times 32 &= 49 \times (30 + 2) \\ &= 49 \times 30 + 49 \times 2 \\ &= (49 \times 3) \times 10 + 49 \times 2\end{aligned}$$

かけ算の筆算は、このことをかんたんにできるように、書き方をくふうしたものです。

①	②	③	④	⑤
$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \\ 147 \end{array}$	$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \\ 147 \\ \hline 1568 \end{array}$

まず①で49×2の計算をして、②ではその積98を記録しています。次に③で49×3の計算をします。④でその積147を記録するのですが、本当は(49×3)×10の計算、つまり49×3の10個分を求めようとしていました。そこで、10個分を求めたことがわかるように、④で積を記録する時に、位を1つずらして、この147が本当は1470であることがわかるように記録しています。最後に⑤で49×2の積と(49×3)×10の積をたしています。

このように筆算は、上の(49×3)×10+49×2と同じ計算をしているだけです。ただ、その結果を記録しやすくしたり、出てきた積をたしやすくするために、書き方をくふうしたものです。特に、49×3の10個分を求めた時に、求めた積が本当

は10個分であることがわかるように、積を記録する位置をずらしているところが、すぐれています。

また①では矢印が2本あります。これは 49×2 を次のように考えています。

$$\begin{aligned}49 \times 2 &= (40 + 9) \times 2 \\ &= 40 \times 2 + 9 \times 2\end{aligned}$$

つまり、 49×32 の筆算は次のように、2つの数を位ごとにバラバラにして計算していることとなります。

$$\begin{aligned}49 \times 32 &= (49 \times 3) \times 10 + 49 \times 2 \\ &= (40 + 9) \times 3 \times 10 + (40 + 9) \times 2 \\ &= (40 \times 3 + 9 \times 3) \times 10 + (40 \times 2 + 9 \times 2)\end{aligned}$$

この $(40 \times 3 + 9 \times 3)$ の部分が③の計算にあたり、 $(40 \times 2 + 9 \times 2)$ の部分が①の計算にあたります。そして、「 $\times 10$ 」は④で記録する時に位に注意をして記録することにあたっています。

ちなみに下の位から計算するのは、くり上がりとずらして書く時の書きやすさを考えてのことです。上の位から計算してしまうと、後で下の位を計算した時にくり上がりによって数字を書きかえる必要が出てしまうことがあります。また下の位から計算すると右の方から順にうまるので、上の位でずらす位置を決めやすくなります。

このようかけ算の筆算は、1年生で学習した位の考えがもとになっています。また $49 \times (30 + 2)$ を $49 \times 30 + 49 \times 2$ に変える部分は、4年生で学習する計算のきまりが使われています。そして、むずかしいかけ算を位ごとにバラバラにして計算することで、1つ1つの計算は九九の計算になってしまいます。だから、2年生で学習する九九さえできれば、大きな数のかけ算もできてしまうのです。

小数のかけ算の筆算

小数のかけ算を筆算するときには、まずは小数点を見ないようにして、整数のかけ算のようにして筆算をして、最後にちょうどよい位置に小数点をつけました。

例えば、 4.9×3.2 であれば、次のように計算しました。

①

$$\begin{array}{r} 4.9 \\ \times 3.2 \\ \hline \end{array}$$

少しの間見ないようにする

②

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 32 \\ \hline 98 \\ 147 \\ \hline 1568 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r} 4.9 \\ \times 3.2 \\ \hline 98 \\ 147 \\ \hline 15.68 \end{array}$$

小数のかけ算がこのようにして計算できるのは、3年生で学習した小数の仕組みによるものです。

・ 4.9 は1の4つ分と0.1の9つ分をあわせたものですが、1は0.1の10個分なので、0.1の49個分と見ることもできました。

つまり、 $4.9 = 0.1 \times 49 = 49 \times 0.1$ です。

また同じように、 $3.2 = 0.1 \times 32 = 32 \times 0.1$ です。

ここから、次のように考えることができます。

$$\begin{aligned} 4.9 \times 3.2 &= (49 \times 0.1) \times (32 \times 0.1) \\ &= 49 \times 0.1 \times 32 \times 0.1 \\ &= (49 \times 32) \times (0.1 \times 0.1) \\ &= (49 \times 32) \times 0.01 \end{aligned}$$

つまり、 4.9×3.2 の積を求めるには、まず 49×32 の積を求め、それに 0.01 をかければよいことがわかります。最後に小数点をつけたのは、 0.01 をかけるからです。

分数のかけ算のしかた

分数のかけ算については、6年生の時に次の計算のしかたを学習しました。

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}$$

これも、上で確認したかけ算の基本的な考え方、つまり「ミニ基準」を作り、そのいくつかを考えることからわかります。

例えば $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ を考えてみます。これは上で確認したかけ算の基本的な考え方で

言えば、「基準の大きさ」 $\frac{4}{5}$ の「 $\frac{2}{3}$ 個分」です。そして、「 $\frac{2}{3}$ 個分」とは、「基準の大きさ」の $\frac{1}{3}$ の大きさ、つまり「基準の大きさ」を3等分して作った「ミニ基準」の2つ分のことでした。

そこでまず、「基準の大きさ」 $\frac{4}{5}$ を3等分することを考えます。ただ $\frac{4}{5}$ のままでは3等分を考えにくいので、 $\frac{4}{5}$ と同じ大きさで、分子が3の倍数である分数を考えます。そのためには、分子と分母に3をかけて同じ大きさの分数を作ればよいでしょう。

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3}$$

$\frac{4 \times 3}{5 \times 3}$ は $\frac{1}{5 \times 3}$ を (4×3) 個あわせた分数ですから、これを3等分すると $\frac{1}{5 \times 3}$ を4個

あわせた分数 $\frac{4}{5 \times 3}$ になります。つまり、今の「ミニ基準」は $\frac{4}{5 \times 3}$ です。

$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ はこの「ミニ基準」の「2つ分」の大きさです。ですから、

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5 \times 3} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$

となります。これが6年生で学習した分数のかけ算のしかたです。