

【補説】わり算の筆算のむずかしさ

「[わり算学び直しテキスト](#)」ではわり算はかけ算の「逆」、つまりかけ算のかける数やかけられる数を求める計算だと考えました。 $48 \div 6$ であれば、 $48 = 6 \times \square$ となる $\square$ 、あるいは $48 = \square \times 6$ となる $\square$ を求める計算でした。かけ算ではかけられる数とかける数を入れかえても積は同じなので、 $6 \times \square$ と $\square \times 6$ は同じことです。ですから、これが48になる $\square$ も同じになります。ですから、わり算を考える時はどちらで考えてもだいじょうぶなのでした。

わり算の筆算も、結局は、これと同じようにかけ算を使って $\square$ を求めることをやっています。ただ、わり算には他の計算と違う点があり、それがわり算の筆算を少しむずかしくしています。

わり算とほかの計算との違い

わり算がほかの計算と違う点、そしてわり算の筆算をたし算やかけ算の筆算よりむずかしくしている原因は、次のことにあります。

わり算では、わる数を分解することができない。

たとえば、 $23 + 48$ の筆算を考えてみます。「2」が実は20のことであるとか、「4」は実は40のことであるという点に注意をする必要はありますが、基本的にやっているのは $3 + 8$ 、 $2 + 4$ というたし算です。

$$\begin{array}{r} 23 \\ + 48 \\ \hline 11 \\ 6 \\ \hline 71 \end{array}$$

つまり、たされる数とたす数を位ごとに分けて、それぞれについてたし算をしています。そして、それぞれのたし算は基本的には小学校1年生のときに学習したたし算です。

$51 - 16$ というひき算の筆算はどうでしょう。 $1 - 6$ はそのままではできないので、くり下げて $11 - 6$ をして、そのために十の位は $5 - 1$ ではなく $4 - 1$ になってはいますが、基本的にはやはり位ごとに分けて計算をしています。そして、

$$\begin{array}{r} 4 \quad 10 \\ \cancel{5} \quad 1 \\ - 16 \\ \hline 35 \end{array}$$

それぞれの計算はやはり小学校1年生で学習したひき算になっています。

27×13 というかけ算の筆算でも同じようなことがいえます。右のような筆算でも、実際にしている計算は 7×3 、 2×3 、 7×1 、 2×1 という九九の範囲の計算です。 7×1 、 2×1 の積については積をかく位を1つずらすことで、実は 7×10 や 20×10 の計算をしてことも、うまく表現できています。

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 13 \\ \hline 81 \\ 270 \\ \hline 351 \end{array}$$

わり算でも $72 \div 3$ のように、わる数が1けたの数のときは、同じようにできました。 72 のまず7だけに着目し、 $7 \div 3 = 2$ あまり1を計算しました。ここで7が本当は70であったことから、あまりの1が実は10であること、そしてこの10と残しておいた2とをあわせた12を考え、 $12 \div 3$ を計算したのでした。

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3 \overline{) 72} \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

わる数が1けたならば、わる数をわける必要はありません。またわられる数はわり算の場合でもわけて考えることができるので、ほかの計算と同じように筆算をすることができたのです。

わる数が2けたや3けたの場合も、できればわる数も位ごとにわけて、1けたでわるわり算をすればよいことにしたいのです。しかし残念ながら、わる数を位ごとにわけることはできません。位ごとどころか、わる数については基本的に分けることができないのです。

例えば、 $12 \div 5$ を考えてみましょう。5を2と3にわけることができれば、 $12 \div 2$ と $12 \div 3$ を計算し、その商である6と4をたして $12 \div 5$ の商を求めることができるはずですが、しかし6と4をたした10は $12 \div 5$ の本当の商である2.4とは等しくなっていません。

これは、 12×5 であれば、 12×2 の積24と 12×3 の積36をたせば 12×5 の積60に等しくなるのと、ちがっています。かけ算ならかける数をわけて考えることができて、わり算ではわる数をわけて考えることはできないのです。

そのため、わり算ではわる数が2けたなら2けたのまま考えるしかありません。

んし、わる数が3けたなら3けたのまま考えるしかありません。これが、わり算の筆算が、ほかの計算の筆算よりもむずかしくなる理由です。

【補 足】

たし算、ひき算、かけ算の筆算についての考え方は、算数的に書けば次のようになります。

$$\begin{aligned}\text{たし算：} 23+48 &= (20+3)+(40+8)=(20+40)+(3+8) \\ &= (2+4)\times 10+(3+8) \quad (\text{青字の部分は1年生のたし算})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ひき算：} 51-16 &= (40+11)-(10+6)=(40-10)+(11-6) \\ &= (4-1)\times 10+(11-6) \quad (\text{青字の部分は1年生のひき算})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{かけ算：} 27\times 13 &= (20+7)\times (10+3)=20\times 10+7\times 10+20\times 3+7\times 3 \\ &= (2\times 1)\times 10\times 10+(7\times 1)\times 10+(2\times 3)\times 10+7\times 3 \\ &\quad (\text{青字の部分は2年生の九九})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{わり算：} 72\div 3 &= (60+12)\div 3=60\div 3+12\div 3 \\ &= (6\div 3)\times 10+12\div 3 \quad (\text{青字の部分は3年生のわり算})\end{aligned}$$

ただし、 $12\div 5$ の場合は、 $12\div 5=12\div (2+3)$ は $12\div 2+12\div 3$ と等しくなりません。

5年生以上の方は、 $12\div 5=\frac{12}{5}$ と表すことができたことを思い出してもらおう

と、 $\frac{12}{2}+\frac{12}{3}=\frac{12}{5}$ と計算できないことから、 $12\div 5=12\div (2+3)$ が $12\div 2+12\div 3$

と等しくならないことを確かめてもらうことができるでしょう。

さらに6年生以上の方は、わり算が逆数のかけ算であることによっても確かめることができます。

$$12\div 2+12\div 3=12\times \frac{1}{2}+12\times \frac{1}{3}=12\times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) \text{ は、}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3} \text{ が } \frac{1}{5} \text{ に等しくならないので、} 12\div 5=\frac{12}{5} \text{ と等しくならない。}$$

わり算の筆算の基本的な考え方

このようにわる数をわけて考えることができないので、わり算の筆算では、わる数を基本的にはそのまま扱うことになります。

そのため、わり算の筆算では、わられる数の上の位から考えていきます。しかも上の位から考えて、その積み残し分を下の位に申し送るという流れになります。そのため、上の位を考えると、ちよどの答えが見つかるというよりも、できるだけ“近い”値になる答えを求めようとしたり、またその値の見当をつけるためにおよその数を利用して、答えを見積もったりします。

ほかの計算（たし算、ひき算、かけ算）の筆算では、下の位から順に積み上げていけばよく、しかも上で見たように、一つ一つの計算は1年生や2年生の簡単な計算でよかったことに比べると、わり算の筆算はまったく発想がちがいます。実際に紙の上に書かれたことの外で、およその数で見積もったり、その見積もった数がわられる数に“近い”かを考えたりする必要があります。しかもその見積もりのときにはかけ算をする必要もありますが、そのかけ算はわり算の筆算の中に、はっきりとは書かれていないのです。かけ算の筆算で最後にたし算をするのとは、見やすさのレベルがまったく違います。

このように考えてくると、わり算の筆算がむずかしいのはしかたのないことであり、むしろほかの計算の筆算になれた人ほど、むずかしいと感じるのがあたりまだと思えてくるでしょう。

実際の計算で確認

上で見てきたむずかしさを、実際にわり算の筆算をするようすを振り返ってみることで確認してみます。なれた人であれば無意識にしているようなことも、あえてきちんと書いてみます。

例： $986 \div 34$

このわり算を計算するということは、 $986 = 34 \times \square$ となる $\square$ を求めることです。ひょっとすると最後にあまりがでるかもしれません。そうなると、 $34 \times \square$ はちよど986にはならないので、もう少し正確に言えば、 $34 \times \square$ ができるだけ986に

“近く” なる□を見つけることが目標です。

① 上の位に着目して□の数の見当をつける

986 をおよその数にして考えてみます。ただし $34 \times \square$ が 986 を越えてはいけ
ないので、十の位以下を切り捨て、900 にして考えてみます。さらに 34 が 2 けたの
数なので、900 の上から 2 けたを考えて 90 にして考えてみます。すなわち、 $34 \times \triangle$
が 90 にできるだけ“近く”なる $\triangle$ をさがします。その $\triangle$ を 10 倍すれば 34 とか
けて 900 に “近い” 数になるからです。

$\begin{array}{r} \square \\ 34 \overline{) 986} \end{array}$ 34 とかけて 986 になる 数を求めたい	$\begin{array}{r} \square \\ 34 \overline{) 900} \end{array}$ およその数に して見当を つける	$\begin{array}{r} \triangle \\ 34 \overline{) 90} \end{array}$ 上から 2 けた で考えてみる	$\begin{array}{r} 2 \\ 34 \overline{) 90} \\ \underline{68} \end{array}$ 34×2 だと “近く” なりそう
---	---	---	---

$\triangle$ を 3 にすると $34 \times 3 = 102$ で越えてしまうので、 $\triangle$ を 2 にしてみます。すると
 $34 \times 2 = 68$ ですから、これが越えない範囲でいちばん “近い” 数のようです。

これで□の十の位は 2 であるとわかりました。

② 下の位に申し送る分を考える

□の一の位を考えるために、□を 20 にすると 986 からいくつ不足するのかを
調べてみます。そこで、わられる数の上から 2 けたを 98 にもどし、そこから
 34×2 の積をひいてみます。なお、この 34×2 や $34 \times 3 = 102$ のかけ算に出てくる
34、2、3 はいつものかけ算の筆算とはちがう位置に書かれています。頭の中で位
置をよみかえながら、なんとか計算をするか、紙の別の場所でかけ算の筆算する
ことになります。

$\begin{array}{r} \times 2 \\ 34 \overline{) 98} \\ \underline{68} \end{array}$ 34×2 をどこか で計算して 68 と求めておく	$\begin{array}{r} 2 \\ 34 \overline{) 98} \\ \underline{- 68} \\ 30 \end{array}$ 申し送る分 を調べる	$\begin{array}{r} 2 \star \\ 34 \overline{) 986} \\ \underline{- 68} \\ 306 \end{array}$ 全体として たりない分 を求める
--	--	--

$34 \times 2 = 68$ がわかったら、もとのわられる数の上から 2 けたである 98 からひい

て、差が30と求まります。これが下の位に申し送りをする必要のある分です。ただし、今は上から2けた、つまり百の位と十の位で考えていましたから、この30は本当は300のことでした。そこでこの300と一の位の6とをあわせた306が、□を20にしたときに986から不足する分になります。

③ 34×20 では不足する分をおぎなうように□の一の位を求める

□の一の位（図の☆）をうまく選んで、 $34 \times ☆$ がたりない分の306にできるだけ“近い”数になるようにすることを考えます。

$30 \times 9 = 270$ であると見積もると、☆を9にしてよいのではないかとの見当がつきます。そこで、☆を9として、 34×9 のかけ算をやってみます。このかけ算も、数字の位置をよみかえながらするか、別にかけ算の筆算を書いて計算するかします。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \text{ } \quad \quad 29 \\
 34 \overline{) 986} \\
 \underline{68} \\
 306 \\
 \underline{306} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{ } \quad \quad 29 \\
 34 \overline{) 986} \\
 \underline{68} \\
 306 \\
 \underline{- 306} \\
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

34×9 をする

かけ算をしてみると $34 \times 9 = 306$ となり、 34×20 ではたりなかった分が 34×9 でちょうどおぎなえることがわかりました。したがって、この20と9をあわせた29を考えると、ちょうど $34 \times 29 = 306$ となりますから、この29が求めたかった $986 = 34 \times \square$ となる□だとわかります。

いつもはなんとなくやっているわり算の筆算も、あらためて一つ一つのステップを振り返ってみると、とても複雑なことをしています。1年生や2年生の計算を単に繰り返せばよいほかの計算の筆算にくらべて、むずかしく感じるのもあたりまえのことなのです。

小数のわり算の筆算

小数のわり算の筆算では、小数点のない形の整数のわり算をすれば商を求めることができました。なぜこうしてよいのかも、わり算がかけ算の逆であることに戻って考えるとわかります。

例えば $1.5 \div 0.3$ を考えてみます。 $1.5 \div 0.3$ は $1.5 = 0.3 \times \square$ となる $\square$ 、あるいは $1.5 = \square \times 0.3$ となる $\square$ を求めるのでした。ここで、 1.5 と $\square \times 0.3$ の両方を 10 倍してみます。等しいものをそれぞれ 10 倍するので、10 倍したもののどうしも等しくなります。

$$1.5 \times 10 = (\square \times 0.3) \times 10$$

$(\square \times 0.3) \times 10 = \square \times (0.3 \times 10) = \square \times 3$ なので、結局、

$$15 = \square \times 3$$

となります。つまり $1.5 = \square \times 0.3$ となる $\square$ は、 $15 = \square \times 3$ となる $\square$ と同じであることがわかります。なので、 $1.5 \div 0.3$ の商を求めたいときは、 $15 \div 3$ の商を求めればよいのです。

$9.86 \div 3.4$ であれば $9.86 = \square \times 3.4$ となる $\square$ を求めればよいのですが、両辺を 10 倍すると $98.6 = \square \times 34$ なので、 $98.6 \div 34$ の商を求めても同じことになります。あるいは、両辺を 100 倍すると $986 = \square \times 340$ なので、 $986 \div 340$ の商を求めてもいいでしょう。

わる数が整数であるわり算に置き換えることができれば、筆算のしかたは上で確認したのと同じようになります。なお、要するに $9.86 = \square \times 3.4$ となる $\square$ を求めればよいのですから、 3.4 を整数になおさなくても、位もまちがえずに $\square$ を求められるという人は、そのまま計算してももちろん問題はありません。

なお両辺を 10 倍や 100 倍したときに、商は上の理由から変わらないのですが、あまりの方は 10 倍、100 倍されてしまいます。なので、あまりが出た場合には、最後に 10 倍や 100 倍した分をもどすような調整が必要になります。

まとめ

わり算の筆算でも結局はかけ算を用いて商を求めています。筆算はそのステップをある程度コントロールしやすいように整備されてきたものです。ただ、わり算の場合はわる数を位ごとに分けることができないために、およその数を使って見積もったり、そのためにかけ算をしたり、その積が“近い”かを判断し、必要があれば数を調整するといった手間が必要でした。その意味で、たし算、ひき算、かけ算のように、筆算は一番かんたんな計算に分解して計算することではありませんでした。

わり算はそもそもが「わる数とかけるとわられる数になる数を求める」ことです。わり算の筆算がほかの計算の筆算のように各ステップをきちんとこなせば答えが自動的に出るというタイプの手続きではないとするならば、教科書の説明にあるわり算のしかたのこまかい部分にこだわる必要はなく、要するに「わる数とかけるとわられる数になる数」がわかればいいのだとわりきって、自分なりにやりやすいしかたで計算をしてみてもよいでしょう。

こまかい部分まで暗記しようとして何をしているのかがわからなくなるよりも、「わる数とかけるとわられる数になる数を求める」という目標を忘れずに進む方がたいせつです。