

方程式の立て方、ゆっくりめの練習 連立方程式編

上越教育大学

布川 和彦

方程式を解くだけならできるけど、ごちゃごちゃした文章が出てくると方程式をどう立てていいのかわからない、という人もいるかもしれません。ここではそうした場面で少しでも方程式に近づくための手立てについて考えてみます。

基本的な発想は、考えている場面について、まずはそのイメージをふくらませて、その過程で出てくる量の間の関係をさぐり、少しずつでもはっきりさせていく、ということです。そして、はっきりしてきた関係を文字式で表していくと、自然に方程式ができあがります。

実は、同じことは算数でもやっていました。[算数の文章題](#)でも、式を立てるためにはまずは場面のイメージをふくらませ、そこで見出した量の間の関係を式で表しました。ただし、算数では数しか使えなかったのに対し、方程式を使う場合には、値がいくつかははっきりしない量でも文字を用いて表すことができるので、ある意味で算数の文章題よりも簡単です。

方程式で文字を使うことで算数よりも楽をして、文字式の学習で苦労した分を取り返しましょう。

連立方程式を用いる問題の基本構造

例えば2つの数 x と y があって、

(i) x と y をたすと10になる。

(ii) x を10倍した積と、 y を7倍した積をたすと79になる。

ということがわかっていたら、どのような方程式を立てることができるでしょうか。これであれば、次のような式を比較的かんたんに思いつきそうです。

$$(1) x+y=10$$

$$(2) 10x+7y=79$$

中学校第2学年で出会う連立方程式の文章題も、結局は(i)や(ii)のような条件に直すことができ、そこから(1)や(2)のような式を作ることができます。

ではどうして、文章題のときは少しめんどろそうに見えるのでしょうか。その理由はおおきくは2つあります。

- ・少し入り組んだストーリーの中に条件が埋め込まれているので、
(i)(ii)のような形になるように取り出すのに手間がかかること。
- ・10%といった割合が入ると、(ii)の10倍や7倍に当たる部分が
何かがわかりにくいこと

逆に言えば、問題に示されたストーリーを少しずつ読み解き、場面のイメージをふくらませていくと、(i)(ii)にあたる条件が見えてくる可能性が高まります。

そこで、ここでは、場面のイメージをふくらませる部分を少していねいにしてみることで、どのような連立方程式を立てたらよいかをゆっくり考えてみます。

連立方程式を作るプロセス

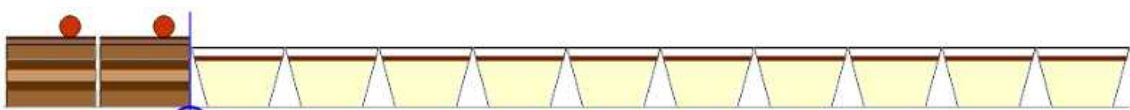
問題文を読んですぐに方程式を作ることができるならば、もちろんそのようにしてよいのです。ただ、ごちゃごちゃしてよくわからないという場合は、文字を使って方程式を作る前に、いくつかの数値の場合にどのようなになるかを計算してみましょう。それにより解が求まるとは限りませんが、場面のイメージが少しできてきます。文字が入るよりも、とりあえずは数だけの方が、どのような計算をしたらよいかの見当もつきやすいかもしれません。

場面のイメージができてくると、場面に現れる数量の関係についても感じがつかめてきます。また、いくつかの数値を求めるときに自分が使った計算を振り返ると、それがそのまま方程式を作るときに使える計算であることが多いのです。つまり、数値の場合に使った計算をもとに文字式を作ると、それが方程式になっていく可能性が高いです。

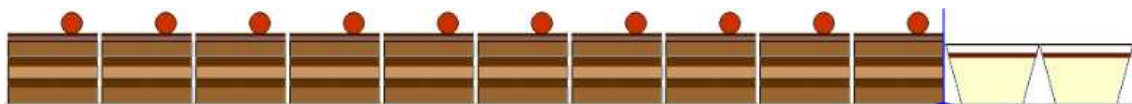
問題：1個200円のケーキと1個120円のプリンを合わせて12個買います。代金の合計が2000円になるようにするには、ケーキとプリンをそれぞれ何個買えばよいですか。

もしも方程式をどのように作ったらよいかまようようであれば、まずはケーキとプリンの個数を適当に考えて、そのときの代金の合計を調べてみましょう。その中で、どのような計算をする必要があるかも見えてきます。（参考：[ケーキとプリンの代金の合計](#)）

ケーキとプリンを合わせて12個買うので、例えば、ケーキを2個、プリンを10個買ってみたらどうでしょう。ケーキ2個の値段は $200 \times 2 = 400$ で400円となります。プリンは10個買うので、その値段は $120 \times 10 = 1200$ で1200円となります。このとき代金の合計は $400 + 1200 = 1600$ で1600円となります。問題の条件では代金の合計を2000円にしたいということでしたので、これだと安すぎるのがわかります。



ではケーキの方を 10 個にしてプリンを 2 個にしたらどうでしょうか。ケーキ 10 個の値段は $200 \times 10 = 2000$ で 2000 円となります。プリンも 2 個買うので、その値段は $120 \times 2 = 240$ で 240 円となります。このとき代金の合計は $2000 + 240 = 2240$ で 2240 円となります。問題の条件では代金の合計を 2000 円にしたいということでしたので、今度は高すぎるのがわかります。



代金の合計がちょうど 2000 円にするにはケーキとプリンをそれぞれ何個買ったらいいのでしょうか。問題にはその個数は示されていません。そこで、それらの個数をとりあえず文字で表して、考えてみることにします。例えば、ケーキの個数を x 個と表し、プリン個数を y 個と表します。

このとき、ケーキとプリンを合わせて 12 個買うことはわかっています。これは、 x 個と y 個を合わせると 12 個になるということです。

(i) x と y を合わせると 12 になる。

金額についての条件については、どのようになるでしょうか。これを考えるために、上で、代金を求めるために行った計算を振り返ってみます。

ケーキ 2 個とプリン 10 個の場合

ケーキ 2 個の値段 : $200 \times 2 = 400$

プリン 10 個の値段 : $120 \times 10 = 1200$

代金の合計 : $400 + 1200 = 1600$

ここで、「 $400 + 1200$ 」の「400」は「 200×2 」のことであり、「1200」は「 120×10 」のことでした。ここから、結局、代金の合計は次のようにして求めていたと考えることができます。

代金の合計 : $200 \times 2 + 120 \times 10$

ケーキ 10 個とプリン 2 個の場合

前の場合と同じように考えると、次のようにして求めていたことになります。

代金の合計 : $200 \times 10 + 120 \times 2$

以上から、合計の代金は次のように表すことができます。

ケーキ x 個とプリン y 個を買ったときの代金の合計

$$200 \times x + 120 \times y$$

そして、問題では、この代金の合計が 2000 円になるようにしたい、ということでした。

(ii) 代金の合計 $200 \times x + 120 \times y$ が 2000 になる。

以上のようにして、問題の場面から、次のような条件を見つけることができました。

(i) x と y を合わせると 12 になる。

(ii) 代金の合計 $200 \times x + 120 \times y$ が 2000 になる。

ここまでくれば、次のような方程式をすぐに作ることができるでしょう。

(1) $x + y = 12$

(2) $200x + 120y = 2000$

次のページからの問題は、百分率や速さが関係した場面を扱うので、どのような方程式を作ったらよいかを見出すのが、今の問題よりすこしむずかしいかもしれません。しかし、そうした場合も考え方は同じです。まずは、いくつかのてきとうな数値で計算してみることで、場面のイメージをふくらませていきましょう。その上で、数値のときに自分がした計算を振り返ってみることで、量の間の関係が見えてきて、方程式を作る方針も見えてくるはずです。

問題：10 %の食塩水と 5 %の食塩水を混ぜて、8 %の食塩水 400 g を作る。
それぞれ何 g ずつ混ぜればよいか。

「10 %の食塩水」とは、食塩水の重さのうち 10 %分が食塩で、残りの 90 %分が水であるような食塩水です。「5 %の食塩水」なら 食塩水の重さのうち 5 %分が食塩で、残りの 95 %分が水であるような食塩水ですから、10 %よりもうすいことがわかります。

最終的に「8 %の食塩水」を 400 g 作りたいので、まず、この「8 %の食塩水」400 gの正体がどのようなものを調べてみましょう。

「8 %の食塩水」は食塩水の重さのうち 8 %分が食塩で、残りの 92 %分が水になります。400 g の 8 %は $400 \times 0.08 = 32$ となるので、食塩は 32 g 入った状態ということになります。ちなみに水の方は 400 g の 92 %なので、 $400 \times 0.92 = 368$ より 368 g になるとわかります。このとき $32 + 368 = 400$ なので、確かに 32 g の塩と 368 g の水を合わせると 400 g の食塩水になりそうです。

ここから、次のことがわかります。

※「10 %の食塩水」と「5 %の食塩水」を混ぜて、食塩水全体では 400 g になるようにして、そのうち食塩が 32 g になるようにしたい。

10 %の濃い食塩水と 5 %のうすい食塩水を適当に混ぜて、ちょうどよい濃さにしたいということです。10 %食塩水が多すぎると 8 %よりも濃くなってしまいますし、逆に 10 %食塩水が少なすぎて 5 %食塩水が多すぎると、8 %よりもうすくなってしまいます。（参考：[食塩水の合わせ方と濃度の変化](#)）

例えば、10 %食塩水 300 g と 5 %食塩水 100 g を混ぜて 400 g にしてみたらどうでしょう。10 %の食塩水 300 g に含まれる食塩は 300 g の 10 %、つまり [0.1 倍なので](#)、 $300 \times 0.1 = 30$ より 30 g となります。また、5 %の食塩水 100 g に含まれる食塩は 100 g の 5 %、つまり [0.05 倍なので](#)、 $100 \times 0.05 = 5$ より 5 g となります。合わせて $30 + 5 = 35$ で 35 g となり、条件の 32 g より多くなってしまうので、8 %より濃くなってしまふことがわかります。

では 10 %食塩水 100 g と 5 %食塩水 300 g を混ぜて 400 g にしてみたらどうでしょう。10 %の食塩水 100 g に含まれる食塩は 100 g の 10 %なので、 $100 \times 0.1 = 10$ より 10 g となります。また、5 %の食塩水 300 g に含まれる食塩は 300 g の 5 %なので、 $300 \times 0.05 = 15$ より 15 g となります。合わせて $10 + 15 = 25$ で 25 g となり、今度は条件の 32 g より少ないので、うすすぎるようです。

2 種類の食塩水をそれぞれ何 g 混ぜたらよいかを知りたいのですが、示された情報だけではすぐにはわかりません。そこで、混ぜるときに使うそれぞれの食塩水の重さを、とりあえず文字を使って表しておくことにします。「10 %の食塩水」の重さを x g、「5 %の食塩水」の重さを y g と表しておきます。

上でみつけた※の条件を、 x と y を用いて表せないでしょうか。

混ぜた後の食塩水全体が 400 g なのですから、 x g と y g を合わせると 400 g にならなければなりません。

(i) x と y を合わせると 400 になる。

できた 400 g の食塩水のうち 32 g が食塩であるようにしたいのですが、これは「10 %の食塩水」 x g から得られる食塩の重さと「5 %の食塩水」 y g から得られる食塩の重さとを合わせると 32 g になるようにしたいということです。

では「10 %の食塩水」 x g から得られる食塩の重さは何 g でしょうか。

「10 %の食塩水」では食塩水の重さのうち 10 %分が食塩でした。したがって x g の食塩水のうち、その 10 %、つまり x g の 0.1 倍が食塩の重さになります。これは **$0.1x$ g** と表すことができます。

同様に「5 %の食塩水」では食塩水の重さのうち 5 %分が食塩なので、 y g の 5 %、つまり y g の 0.05 倍が食塩の重さになります。これは **$0.05y$ g** と表すことができます。

そして、 $0.1x$ g と $0.05y$ g を合わせた時に 32 g になるようにしたいのです。

(ii) $0.1x$ と $0.05y$ を合わせると 32 になる。

こうして場面のイメージをふくらませてきたことで、(i)と(ii)の条件をはっきりさせることができました。そして、これらの条件から、次のような式を立てることができます。

$$(1) x+y=400$$

$$(2) 0.1x+0.05y=32$$

【補足】

x g の 10 % なら $0.1x$ 、 y g の 5 % なら $0.05y$ と表すことができました。

では % の方が x や y で表されていたらどうなるでしょう。

例えば 300 g の x % の重さを、 x を用いて表すことを考えてみます。5 年生で学習したように、1 % は 0.01 倍の意味でした。なので、10 % は 0.01 の 10 倍で 0.1 倍の意味になりましたし、5 % は 0.01 の 5 倍で 0.05 倍の意味になったのでした。ですから、 x % は 0.01 の x 倍で $0.01x$ 倍の意味だと考えればよいでしょう。したがって、300 g の x % なら $300 \times (0.01x) = 300 \times 0.01 \times x = 3x$ となり、 $3x$ g と表せることがわかります。

0.01 倍は $\frac{1}{100}$ 倍と同じですので、 $0.01x$ の代わりに $\frac{1}{100} \times x = \frac{x}{100}$ と表すことも多

いです。この場合、300 g の x % は $300 \times \frac{x}{100}$ と表すことができます。もちろんこれを計算すれば、やはり $3x$ となります。

問題： 資源回収で、古新聞と古雑誌を毎月集めています。

先月は古新聞と古雑誌が合わせて 1650 kg 集まりました。

今月は先月に比べて、古新聞は 10 % 増え、古雑誌は 20 % 増えたので、合わせて 210 kg 増えました。

先月の古新聞と古雑誌の回収量は、それぞれ何 kg ですか。

先月は古新聞と古雑誌が合わせて 1650 kg 集まったということなので、例えば、古新聞が 1000 kg、古雑誌が 650 kg 集まったとしたらどうでしょう。今月は、古新聞は先月より 10 % 増えたということですから、1000 kg の 10 %、つまり 0.1 倍だけ増えたことになります。1000×0.1=100 なので古新聞は 100 kg 増えたとわかります。また古雑誌は 650 kg の 20 %、つまり 0.2 倍だけ増えたので、650×0.2=130 より 130 kg 増えたとわかります。したがって、この場合は、古新聞と古雑誌は合わせて 100+130=230 で 230 kg 増えたことになります。条件では合わせて 210 kg 増えたとなっていますので、条件に合いません。どうも、古新聞 1000 kg、古雑誌 650 kg ではないようです。

では古新聞が 650 kg、古雑誌が 1000 kg ならどうでしょう。古新聞 650 の 10 % は 650×0.1=65 より 65 kg となり、古雑誌 1000 kg の 20 % は 1000×0.2=200 より 200 kg となりますから、先月からの増加は 65+200=265 で 265 kg となります。条件の 210 kg からは、さらに離れてしまいました。

それでは先月集まった古新聞と古雑誌の重さを、それぞれ何 kg にすれば、今月増えた重さがちょうど 210 kg になるのでしょうか。問題にはその重さは書かれていません。そこで先月集まった古新聞と古雑誌の重さを、とりあえず文字を使って表しておくことにします。先月集まった古新聞の重さを x kg、古雑誌の重さを y kg と表しておきます。

まず条件から、先月は古新聞と古雑誌が合わせて 1650 kg 集まったので、 x kg と y kg を合わせると 1650 kg にならなければなりません。

(i) x と y を合わせると 1650 になる。

また、古新聞 x kg の 10 % と古雑誌 y kg の 20 % を合わせると 210 kg になるようにしたいのでした。 x kg の 10 % は x kg の 0.1 倍ですから、 $x \times 0.1 = 0.1x$ より **$0.1x$ kg** となります。

同様に、 y kg の 20 % は y kg の 0.2 倍ですから、 $y \times 0.2 = 0.2y$ より **$0.2y$ kg** となります。

そして、 $0.1x$ kg と $0.2y$ kg を合わせると 210 kg になるようにしたいのです。

(ii) $0.1x$ と $0.2y$ を合わせると 210 になる。

こうして場面のイメージをふくらませてきたことで、(i) と (ii) の条件をはっきりさせることができました。そして、これらの条件から、次のような連立方程式を立てることができます。

$$(1) x + y = 1650$$

$$(2) 0.1x + 0.2y = 210$$

問題：ハンバーガーとジュースを先月買った時には、合わせて 800 円でした。

今日買いに行ったら、ハンバーガーが 10 %値上げになっていましたが、ジュースの方は割引きセールで 20 %安く買うことができました。今日の代金は 793 円でした。

先月のハンバーガーとジュースの代金はそれぞれ何円だったでしょう。

先月はハンバーガーとジュースを合わせて 800 円だったということなので、例えば、ハンバーガーが 600 円、ジュースが 200 円だったとします。今日は、ハンバーガーは先月より 10 %値上げしたということですから、600 円の 10 %値上げ、つまり 110 %の値段になったことになります。したがって、今日の代金は 600 円の 1.1 倍だということになります。 $600 \times 1.1 = 660$ なので、もしも先月のハンバーガーの代金が 600 円だったら、今日の代金は 660 円になるとわかります。

ジュースはセールで 20 %引きだったということですから、200 円の 20 %引き、つまり 80 %の値段になったことになります。今日の代金は 200 円の 0.8 倍ですから、 $200 \times 0.8 = 160$ より 160 円になります。

したがって、この場合は、今日のハンバーガーとジュースを合わせた代金は $660 + 160 = 820$ で 820 円ということになります。条件では今日の代金は 793 円だったとなっていますので、条件よりも高くなりすぎて条件に合いません。

では先月はハンバーガーが 500 円、ジュースが 300 円だったとしたらどうでしょう。今日のハンバーガーの代金は 500 円の 1.1 倍ですから、 $500 \times 1.1 = 550$ より 550 円になるはずですが、ジュースの代金は 300 円の 20 %引き、つまり 0.8 倍ですから、 $300 \times 0.8 = 240$ より 240 円になるはずですが、合わせると $550 + 240 = 790$ 円なので、今度は条件の 793 円より少しだけ安くなり、やはり条件に合いません。

それでは先月のハンバーガーとジュースの代金を、それぞれ何円にすれば、今日の代金がちょうど 793 円になるのでしょうか。それを求めるために、先月のハン

バーガーとジュースの代金を、とりあえず文字を使って表して考えてみます。先月のハンバーガーの代金を x 円、ジュースの代金を y 円と表しておきます。

まず条件から、先月はハンバーガーとジュースの合わせた代金が 800 円でしたので、 x 円と y 円を合わせると 800 円にならなければなりません。

(i) x と y を合わせると 800 になる。

また、今日のハンバーガーの代金である x 円の 110 % と、ジュースの代金である y 円の 80 % を合わせると 793 円になるようにしたいのです。 x 円の 110 % は x 円の 1.1 倍ですから、 $x \times 1.1 = 1.1x$ より **1.1x 円** となります。

同様に、 y 円の 80 % は y 円の 0.8 倍ですから、 $y \times 0.8 = 0.8y$ より **0.8y 円** となります。

そして、1.1x 円と 0.8y 円を合わせると 793 円になるようにしたいのです。

(ii) 1.1x と 0.8y を合わせると 793 になる。

こうした場面をイメージをふくらませてきたことで、(i)と(ii)の条件をはっきりさせることができました。そして、これらの条件から、次のような連立方程式を立てることができます。

$$(1) x + y = 800$$

$$(2) 1.1x + 0.8y = 793$$

今の問題も基本的には、古新聞と古雑誌の問題と同じように考えることができます。ただ、10 % や 20 % は値上げや値引きの割合なので、10 % の値上げであれば、もとの値段の 110 % になったと考えて x 円の 1.1 倍を求めたり、20 % 引きをした後の値段であれば、もとの値段の 80 % と考えて y 円の 0.8 倍を求めたりする必要がありました。

それらの部分はひとひねりして考える必要があり、その分だけ少しむずかしいかもしれません。

問題： 家から 12 km 離れた公園まで行きました。

最初は自転車に乗って時速 18 km で走っていましたが、途中でタイヤがパンクしたため、そこからは自転車を押して時速 4 km で歩きました。

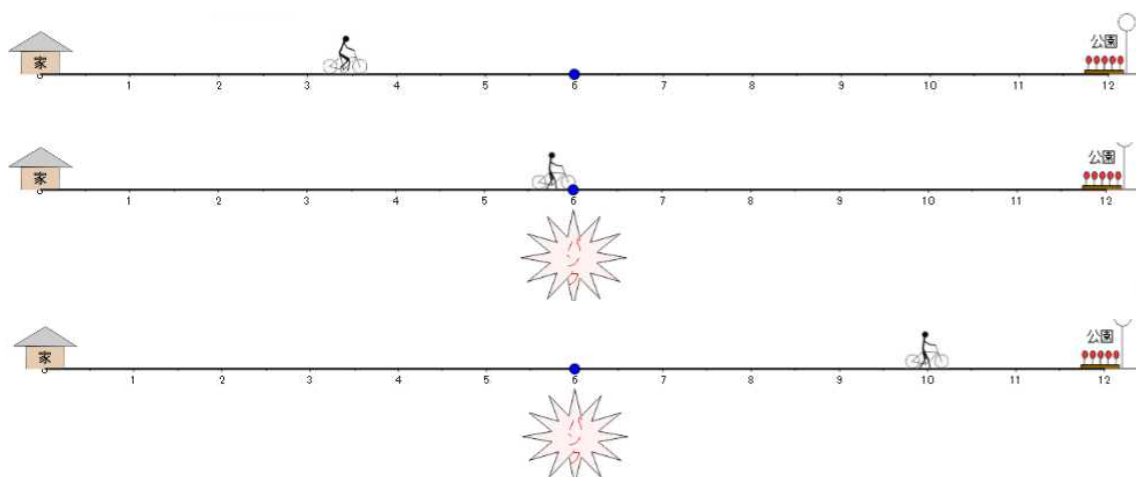
結局、全体では 1 時間 15 分かかりました。

自転車で走った道のりと歩いた道のりを求めなさい。

例えば、家からちょうど真ん中の 6 km の地点でパンクしたとしたら、どのくらい時間がかかるでしょうか(参考：[パンクの前後の動き](#))。時速 18 km で 6 km 進むには $6 \div 18 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ より、 $\frac{1}{3}$ 時間かかることがわかります。これは 20 分間ということです。

残りの 6 km を時速 4 km で歩くと $6 \div 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ より、 $\frac{3}{2}$ 時間かかることがわかります。これは 1 時間 30 分ということです。

したがって全体では 20 分間と 1 時間 30 分を合わせて 1 時間 50 分かかることになってしまいます。これでは、条件の 1 時間 15 分より長すぎます。つまり 6 km よりももっと長い距離を自転車で走ることができ、歩くのは 6 km より短い距離ですんだことがわかります。

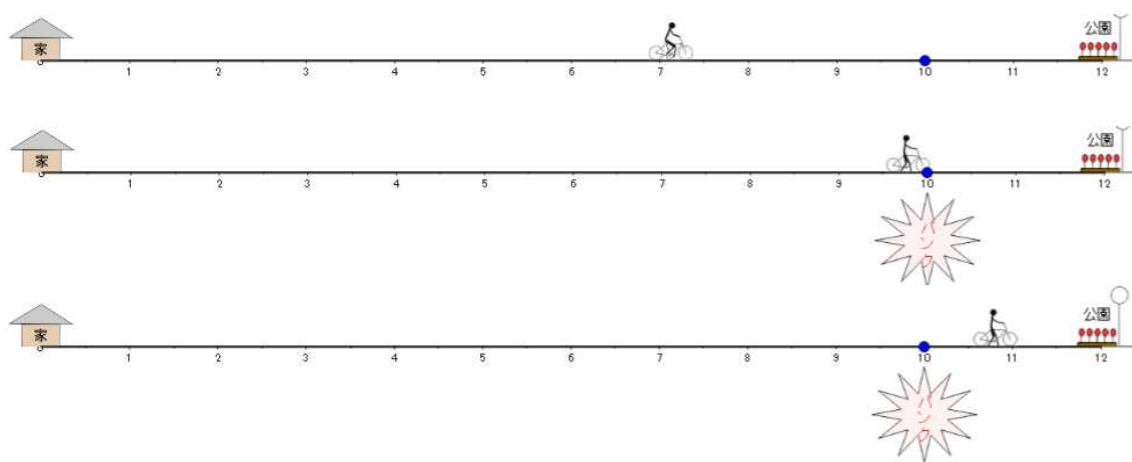


では自転車にもっと長く乗っていたということで、10 km の地点までは自転車に乗ることができたとしたらどうでしょう。この場合 10 km を時速 18 km で走

るのにかかる時間は $10 \div 18 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ より $\frac{5}{9}$ 時間、つまり約 33 分間です。また、

残り 2 km を時速 4 km で歩くのにかかる時間は $2 \div 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ より $\frac{1}{2}$ 時間、つま

り 30 分間となります。合わせて約 63 分間ですから、今度は条件の 1 時間 15 分より短か過ぎます。これだと自転車に乗っている距離が長すぎるのです。



ここから、次のことがわかります。

※ 12 km の道のりのどこかにパンクした地点をうまく決めて、パンクする前までに時速 18 km で走ってかかる時間と、パンクした後に時速 4 km で歩いてかかる時間とを合わせて、ちょうど 1 時間 15 分になるようにしたい。

では何 km の地点でパンクしたのでしょ。6 km より先の方だけれども 10 km より手前であることは、上で調べたことからわかります。しかし、示された条件からは、それ以上のことはすぐにはわからないので、パンクした地点をとりあえず文字で表して考えてみることにします。

家からパンクした地点までの距離を x km と表し、残りのパンクした地点から公園までの距離を y km と表しておきます。

上の※の条件を、 x と y を用いて表すことを考えます。

まず道のり全体は 12 km なので、 x km と y km を合わせると 12 km とならなけ

ればなりません。

(i) x と y を合わせると 12 になる。

x km を時速 18 km で走るとかかる時間は、 $x \div 18 = \frac{x}{18}$ より $\frac{x}{18}$ 時間と表すこと

ができます。また y km を時速 4 km で走るとかかる時間は、 $y \div 4 = \frac{y}{4}$ より $\frac{y}{4}$ 時間

と表すことができます。問題で示された条件では、これを合わせた時間が 1 時間 15 分ということでした。小学校 6 年生の時の学習を思い出すと、1 時間 15 分は

$1\frac{1}{4}$ 時間と表すことができました。したがって、 $\frac{x}{18}$ 時間と $\frac{y}{4}$ 時間を合わせると

$1\frac{1}{4}$ 時間になるはずだ、ということです。

(ii) $\frac{x}{18}$ と $\frac{y}{4}$ を合わせると $1\frac{1}{4}$ になる。

こうして場面のイメージをふくらませてきたことで、(i)と(ii)の条件をはっきりさせることができました。そして、これらの条件から、次のような式を立てることができます。

$$(1) \quad x + y = 12$$

$$(2) \quad \frac{x}{18} + \frac{y}{4} = 1\frac{1}{4}$$

x km を時速 18 km で走るときにかかる時間を考える部分が少し難しいですが、6 km のときはかかる時間を $6 \div 18$ 、つまり距離 $\div$ 速さで求められたことと、わり算の商(答え)は分数で表すことができたことを思い出しながら考えてみましょう。

【別解】

上では、家からパンクした地点までの距離とパンクした地点から公園までの距離を文字で表して考えました。しかし、問題で示された条件の一つは、全部で1時間15分かったという時間についての条件でした。また、自転車に乗って走っていたときの速さと自転車を押して歩いていたときの速さもわかっていますから、走った時間と歩いた時間を文字で表せば、自転車で走った距離と歩いた距離も文字を用いて表すこともできるはずです。

そこで、パンクした地点まで自転車に乗って走った時間を x 時間、パンクした後、自転車を押して公園まで歩いた距離を y 時間と表しても、問題で示された条件を表現することができそうです。

この時はまず、全体の時間が1時間15分、つまり $1\frac{1}{4}$ 時間でしたから、次の条件がわかります。

$$(i)' x \text{ と } y \text{ を合わせると } 1\frac{1}{4} \text{ になる。}$$

パンクした地点まで時速18 kmで x 時間走ることになるので、家からパンクした地点までの距離は、 $18 \times x = 18x$ より **18x km** と表すことができます。またパンクした後は時速4 kmで y 時間歩くことになるので、パンクした地点から公園までの距離は $4 \times y = 4y$ より **4y km** と表すことができます。18x kmと4y kmを合わせると、家から公園までの距離12 kmになるはずです。ここから、次のような条件もわかります。

$$(ii)' 18x \text{ と } 4y \text{ を合わせると } 12 \text{ になる。}$$

この(i)'と(ii)'からも方程式を作ることができます。方程式は前に作ったものとは異なりますが、方程式を解いて、求まった x 時間と y 時間からパンクした地点までの距離やそこから公園までの距離を求めると、前に求めた結果と同じになります。

1年生の問題の見直し

1年生の方程式の学習で扱ったような x だけを用いて表現することができる場面であっても、 x と y の2つの文字を用いるともっと簡単に表現できる場合があります。ここではそうした問題を2つ考えてみましょう。

問題 :長さ 150 cm のリボンを姉と妹で分けたところ、姉のリボンは妹のリボンよりも 30 cm 長くなりました。妹のリボンと姉のリボンはそれぞれ何 cm ですか。

妹のリボンの長さを x cm、姉のリボンの長さを y cm ととりあえず表しておきます。

2 人のリボンを合わせるともとの 150 cm になるはずです。つまり x cm と y cm を合わせると 150 cm にならなければなりません。

(i) x と y を合わせると 150 になる。

また姉のリボンは妹のリボンよりも 30 cm 長いのですから、姉のリボンの長さから妹のリボンの長さを引くと 30 cm になるはずです。

(ii) y から x を引くと 30 になる。

(i)と(ii)から次のような方程式を作ることができます。

$$(1) x + y = 150$$

$$(2) y - x = 30$$

1年生のときは、合わせて 150 cm という条件から少し考えて、姉のリボンの長さを $(150 - x)$ cm と表したり、姉の方が 30 cm 長いという条件から考えて $(x + 30)$ cm と表したりしました。

2年生になって x に加えて y の文字も使えるようになったので、とりあえず姉のリボンの長さも y cmと文字で表し、その上で、示された条件をそのまま文字式で表現できるようになったのです。

問題：くりがいくつありますか。今いる人に1人9個ずつ分けようとしたら3個たりませんでした。次に1人に8個ずつ分けたところ、4個あまりました。今いるのは何人ですか。またくりはいくつありますか。

今いる人を x 人、くりの個数を y 個でとりあえず表してみます。

1人に9個ずつ分けた時に必要な個数は $9 \times x = 9x$ より**9x個**となります。ただ、残念ながらそうするには3個たりないということでした。3個たりないということは、くりの個数 y 個は $9x$ 個よりも3個少ないということです。つまり、 $9x$ 個から3個を引いて、ようやく y 個と等しくなるとわかります。

(i) $9x$ から 3 を引くと y と等しくなる。

1人に8個ずつ分けた時に必要な個数は $8 \times x = 8x$ より**8x個**となります。今度は8個ずつわけても4個あまるのでした。4個あまるということは、くりの個数 y 個は $8x$ 個よりも4個多いということです。つまり、 $8x$ 個に4個を加えると、ようやく y 個と等しくなるはずです。

(ii) $8x$ に 4 をたすと y と等しくなる。

(i)と(ii)から次のような方程式を作ることができます。

$$(1) 9x - 3 = y$$

$$(2) 8x + 4 = y$$

1年生のときは、くりの個数を y 個と表すことができませんでした。そのため、 $9x - 3$ も $8x + 4$ もくりの個数を表していると考えて、この2つの式が等しいとして方程式を作りました。

もちろんそれで正しいのですが、くりの個数も y 個と表すことができると、 $9x - 3$ が y に等しいとしてとりあえず1つの式を作ることができるので、条件に沿って一つ一つ順を追って考えやすくなります。前半の条件について式を作ってから、次に後半の条件を式に表すことができるようになります。

まとめ

1年生の問題の見直しでわかったように、以前は苦勞して解いていた問題も、2年生になって文字を2つ用いた方程式を扱えるようになり、もっと樂をして解けるようになります。文字を自由に使えなかった算数のときと比べると、その効果をもっと感じる事ができるでしょう。

文字が増えるとむずかしくなったように思う人もあるかもしれませんが、その分、私たちの表現力が豊かになるので、結果として場面を文字式で表現しやすくなるのです。ですから、重要なのは、文字式を用いて表現しようとしている場面についてイメージをふくらませ、理解を深めることです。表現しようとするものをよく知らなければ、豊かな言葉を持っていたとしても表現することはできないからです。

問題を読んで方程式がすぐに思いつかないときは、無理に式を作ろうとするのではなく、表現しようとする場面を理解することを考えてみてください。もしも文字を用いると考えにくいときは、わからない数値をてきとうに100とか1とかと決めてみて、まずはそれで他の量を計算してみると、少し考えを進めることができます。そのときに自分が使った計算を振り返ると、何を文字で置くと考えやすいのか、その文字についてどのような式を作ったらよいかも見えてきます。文字にこだわらずに、てきとうな数値から始めることで、最初の一步をふみ出してみましょう。