かなりわりきった

単位量あたりの大きさ学び直しテキスト

上越教育大学

布川　和彦

「単位量あたりの大きさ」は、あるモノのある特徴を表現するための数値です。その特徴は、本当は１つの数値で表せるほど単純ではない場合もありますが、そこでちょっとシンプルに考えて、特徴を１つの数値で代表させてしまおうというアイデアです。

話をシンプルにしてしまっているので、もちろん本当の状態やその複雑さを正確にとらえているわけではありませんが、その特徴をおおよそは表していると考えるわけです。

でも１つの数値で代表させて表しますから、その数値の大小により、そのモノがどのようなモノか、どんな状態なのかをおおざっぱにとらえたり、いくつかのモノを比較したり順序づけたりすることが、できるようになります。

では、どのようにシンプルにしてしまうのでしょうか。それは、そのモノの中はどこを選んできても「同じ状態」になっていると仮定することです。モノの内部は本当は場所によって状態が違っているかもしれません。この違いをそのまま扱うには、少しむずかしい数学が必要なので、まずはこの違いに目をつぶり、どこも「同じ状態」と仮定することで、話をシンプルにします。

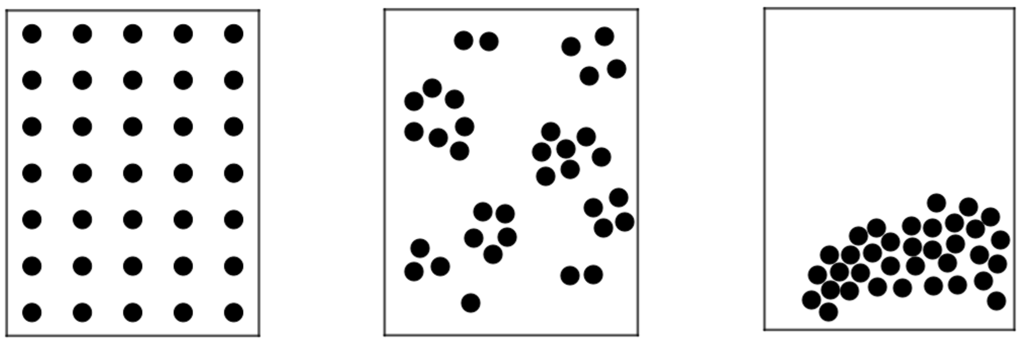
その考え方を、少しくわしく見ていきましょう。

「均質」という見方

水に塩を溶かすときに、適当な量の塩を入れてよくかきまぜていくと、やがて、塩が水全体とよくまざり、どの部分をすくっても同じようなしょっぱさの塩水になるでしょう。

どの部分をすくっても同じような状態のことを「均質」といいます。どこをとっても「均(ひと)しい質」になっている、という意味です。

同じようなことは、例えば教室の人の集まり方でも考えることができます。授業中は左の図のように、人はおおよそ整列して並んでいます。でも休み時間になると、真ん中の図のように、何人で集まっておしゃべりをする人がいたり、逆に一人で本を読む人がいたりするので、人のかたよりができます。また、授業中にみんなが黒板の前に集まったりする場合は、右の図のように、さらにかたよりができます。



左の図の状態でも人のあまりいない場所もあるので、塩水の時のようにどこをとっても同じというわけにはいきませんが、それでも真ん中の図や右の図よりは「均質」になっているといえそうです。

自動車が走る場合には、ほとんど「均質」にはなっていません。確かに、同じ速さでスムーズに入っているときもあります。しかし走り始めはだんだん速くなりますし、止まるときはだんだん遅くなります。また、途中であっても信号があったり、歩行者がいたりすればいったん止まり、それからまた走りだしたりします。ですから、自動車の走り方は基本的に「均質」ではありません。

「均質」ではない場合も、少しむずかしい数学を使えば表せることもあります。しかし算数ではそこまではできないので、まずはシンプルに、全体が「均質」であると仮定して考えてみることにします。

単位量あたりの大きさ

「均質」であることに目を向けるのは、そこに利点があるからです。

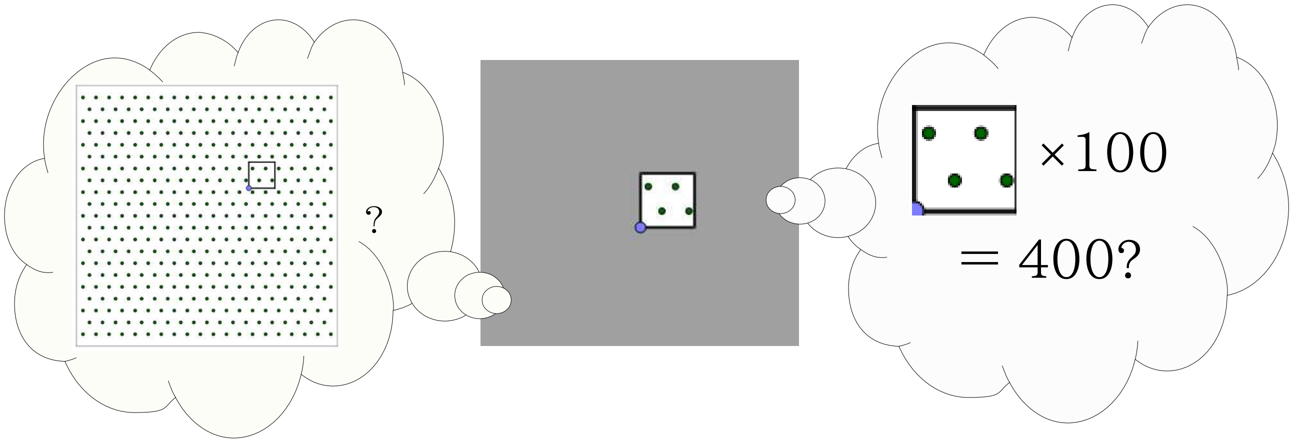
全体が「均質」である場合はどこをとっても同じ状態になっていますから、どの部分を選んできても、そこから全体のようすを推測することができます。選んだ部分がサンプルとして役立つのです。

例えば、よくまぜあわさった塩水であれば、どの部分でもいいので、ちょっとなめれば全体のしょっぱさもわかります。料理のときによくやっていることです。また理科の学習のように少量の塩水から塩をとりだすことができれば、その情報から塩水全体に溶けている塩の量も求めることができます。

何十ｍかの針金があり、それが「均質」であれば、どの部分でもいいので１ｍ分をサンプルとして採り、その重さを測れば、この針金がどのような感じの針金かがわかります。また、１ｍ分の重さに長さの値をかけることで、全体の重さを知ることもできました。

さらに４人の人に１人３個ずつあめを配る場合も、１人分の個数はどの人も同じ、つまり配り方が「均質」なら、１人分の個数から配り方全体のようすもわかり、人数をかけることで全部の個数もわかります。ハンバーガー１個分のねだんがわかれば、何個買うかとは別に、そのハンバーガーが高級志向タイプかお得なタイプかの感じはわかりますし、何個か買ったときの代金もわかります。ただし考えているのがすべて同じタイプ、つまり全体が「均質」である場合です。

そこで、「均質」な全体からサンプルとして採ってきた１ｍ分の重さや１人分の個数のことを「**単位量あたりの大きさ**」と呼んで、全体のようすを表したり、長さや人数から全体のようすを求めたりするのに使っていくことにします。



1 m や 1 人は長さを測ったり人数をかぞえたりする際の基準の量でした。m は長さを測るときの基準である「単位」と呼んでいました。そこで、こうした量を「単位量」と呼ぶことにします。時間の 1 秒、面積の 1 m^2、重さ(質量)の 1 kg はすべて単位量です。

また、「あたり」は、それぞれに割り当てることを表すことばです。「単位量あたり」ということは、全体の中のどの 1 m に対しても同じ重さになること、あるいはどの 1 人に対しても同じ個数が割り当てられるということを表しています。「この針金は 1 m あたり 42 g である」といえば、全体の中のどの 1 m も 42 g であると考えていることを表しています。「あめは 1 人あたり 3 個くばります」といえば、全体の中のどの 1 人にも 3 個のあめをくばることを表しています。

単位量あたりの大きさとかけ算

ここまで振り返ってきたことからわかるように、単位量あたりの大きさとかけ算には深いつながりがあります。

単位量あたりの大きさがわかるときは、それに「いくつ分」をかけることで全体の量を求めることができます。逆に私たちがかけ算を使っているときは、「1 つ分の大きさ」はどこでも、いつでも同じであると考えていますから、この「1 つ分の大きさ」は、上で考えた単位量あたりの大きさと同じです。

要するに全体が「均質」と考えられるときにはかけ算を使うことができますし、かけ算をつかっているときは全体が「均質」であると考えているのです。

そこでもしも、全体の量が「1 つ分の量」に長さや人数をかけて求めることができると考えられそうな場合には、その「1 つ分の量」は、実は「単位量あたりの大きさ」のことなのです。「1 つ分の量」を全体を代表するサンプルと考えることで、それにより全体のようすを表したり、イメージしたりすることができるようになります。

（全体の量）＝（単位量あたりの大きさ）×（いくつ分）

「均質」と「平均」

では全体が必ずしも「均質」ではない場合には、どうしたらよいでしょう。

ここで同じ「均」の字が入った「平均」に着目してみます。例えば、ある市の図書館の１日の貸出冊数を考えてみます。この図書館は火曜日から日曜日までが開館日で、月曜日は休館日です。ある１週間の貸出冊数は次のようでした。

曜　日	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日	土曜日	日曜日
貸出冊数(冊)	495	472	527	538	546	551

１日あたりの貸出冊数の平均を計算すると

$$(495+472+527+538+546+551)\div 6 = 521.5$$

で１日平均 521.5 冊となります。

冊数なのに 521.5 と小数になっているのは変な感じがします。しかしこれは、６日間で合計 3129 冊が貸し出された時に、もしも毎日同じ冊数が貸し出されたら、つまり６日間の貸し出しの状態が「均質」であると仮定したら、毎日の貸し出しのようすはどの程度なのかを表した値です。本当の貸出冊数ではなく、日々の貸し出しのようすを表した目安の値なので、小数でもよいのです。その値がわかることで、この図書館の貸し出しが日々どのようであったか、およそイメージすることができます。

毎日の貸し出しの状態が「均質」であると仮定して、毎日だいたいこの程度の貸し出しが行われると考えるならば、平均の値を１日分の貸出冊数と考えて、その値に日数をかけることで、その期間に貸し出された本の冊数を予想することができます。

（期間中に貸し出された冊数）＝（１日分の平均）×（日数）

もちろん、平均の求め方から、６日間については以下のようになります。

$521.5\times 6 = 3129$　より　3129 冊

同じように卵 10 個の重さの平均が 59.3 g とわかり、どの卵もおよそ同じ重さである、つまり 10 個の卵は重さに関して「均質」であると仮定したとします。すると、平均の値からこの 10 個がおよそどのような卵であるかがイメージできますし、また、平均の値が１個分の重さであると考えて、これに個数をかけることで、その個数のときの重さを予想することができます。

（ある個数の卵の重さ）＝（１個分の平均の重さ）×（個数）

「均質」と仮定する

平均は

（１日分の平均）＝（期間中に貸し出された冊数）÷（日数）

で求めましたが、これは上でも見たように

（期間中に貸し出された冊数）＝（１日分の平均）×（日数）

であるのと同じことです。つまり「１日分の平均」は日数をかけると全部の冊数になるような数値になっています。そして、平均の数値は全体が「均質」だと仮定した上での１日の貸出冊数の目安でしたが、それでも、全体のおよそのようすをイメージすることができました。

そこで、全体が必ずしも「均質」とは言えない場合にも、話をシンプルにするために、とりあえず全体が「均質」であると仮定し、平均と同じようにして、**単位量あたりの大きさ**を考えることにします。

例えば上で見た教室の場合、どの単位面積、つまりどの 1 m^2 分の面積を採っても同じ人数にすることはむずかしそうです。そこで「均質」にできたと仮定をして、単位面積あたりの人数を求めます。例えば教室の面積が 65 m^2、そこに 35 人の人がいるとします。人が「均質」に散らばっていて、今の「１つ分」、つまり 1 m^2 あたりの人数が求められると仮定すると、次のような計算ができるはずです。

35 人＝(1 m^2 あたりの人数) × 65 m^2

ここから 1 m^2 あたりの人数は次のように求められます。

(1 m^2 あたりの人数)＝35 人÷65 m^2

計算をすると、1 m^2 あたり約 0.54 人となります。

仮定した上での話ですから、「1 m^2 あたり約 0.54 人」という単位量あたりの大きさが、実際のようすそのものを表すというわけではありません。それでも、「均質」にしたら「1 m^2 あたり約 0.54 人」になる程度の状態なのだとして、全体のおよそのようすを知ることができます。

「0.54 人」と人数が小数になっているのは、この 0.54 が「一人、二人、…」とかぞえてみつけた人数ではなく、全体のようすを表すために、教室全体に人が「均質」にちらばっていると仮定して求めた目安にすぎないからです。教室にはロッカーや本棚など人がいることができない部分の面積もあります。そもそも、どの 1 m^2 を採っても同じ人数になるように 35 人からちらばってもらうこともできま

せん。教室の広さに対してどのくらいの人がいるかを表す、目安の値なのです。そしてその目安の値を、仮のサンプルと考えて、教室全体のようすを考えていくことになります。

この「0.54 人」がかぞえて求めた人数ではなく、全体のようすを表す目安であることを明確にするために、「人」のかわりに「人/m^2」で表すことがあります。ここに出てくる「/」はわり算を表しています。つまりこれはかぞえた人数ではなく、人数を何 m^2 という面積でわって求めた値であることを表しています。

人口密度

ある国は面積が 720 km^2 で人口は 5,850,000 人です。もちろんこれらの人々が国の中に均しくちらばっているわけではありませんが、もしも均しくちらばっていて国全体として「均質」であると仮定した場合、仮の「1 km^2 あたりの人口」に面積をかけると、国全体の人口になるはずです。

$$5{,}850{,}000\text{ 人}=(1\ km^2\text{ あたりの人口})\times 720\ km^2$$

ここから 1 km^2 あたりの人口を求めてみると、8125 人/km^2 となります。つまり、もしもこの国の中に人が均しくちらばっていて国全体が「均質」であると仮定できたとすると、国の中のどの 1 km^2 の面積を採ってきても 8125 人がいるような程度に、この国には人がいるということです。単位面積あたりの人口は人がどの程度「密集しているのか」の程度を表すという意味で、「人口密度」と呼ばれています。

どの 1 km^2 の面積を採ってきても 8125 人がいるとして考えているので、ある面積 x km^2 の土地にいる人数を y 人とすると、次のような関係があると考えることができます。

$$y\text{ 人}=8125\text{ 人}/km^2\times x\ km^2$$

つまり単位面積 1 km^2 あたりに 8125 人を割り当てていく程度の混み具合だと考えていくことができます。

別の国は面積が 1,566,500 km^2 で人口は 3,278,000 人です。同じように、国全体として「均質」であると仮定した場合、

$$3{,}278{,}000\text{ 人}=(1\ km^2\text{ あたりの人口})\times 1{,}566{,}500\ km^2$$

ここから 1 km^2 あたりの人口を求めてみると、約 2.1 人/km^2 となります。つま

り、国全体が「均質」であると仮定できたとすると、国の中のどの 1 km^2 の面積を採ってきても 2.1 人しか人がいないという程度の人しか、この国にはいないということです。なお「2.1 人」と小数になっていますが、これは上で説明したように、「均質」であると仮定して求めたこの国の混み具合を表す目安だからです。目安であることを明確にするには、「2.1 人/km^2」と表すのがよいでしょう。

こちらの国についてもある面積 x km^2 の土地にいる人数を y 人とすると、次のような関係があると考えることができます。

$$y \text{ 人} = 2.1 \text{ 人}/\mathrm{km}^2 \times x \ \mathrm{km}^2$$

つまり単位面積 1 km^2 あたりに 2.1 人を割り当てていく程度の混み具合だと考えていくことができます。

8125 人/km^2 と 2.1 人/km^2 という 2 つの国の状態を表す目安を比べると、どのようなことがわかるでしょうか。

どの単位面積 1 km^2 に対しても 2.1 人を割り当てていくのですから、もし自分がこの国のどこかにいるとしても、すぐ近くには人の姿は見えず、かなりゆったりとした、のびのびした感じがしそうです。これにくらべると、どの単位面積 1 km^2 に対しても 8125 人を割り当てていく国では、自分の近くに人がいて声をかけ合うこともでき、人とのかかわりがもっと密になりそうな感じがします。

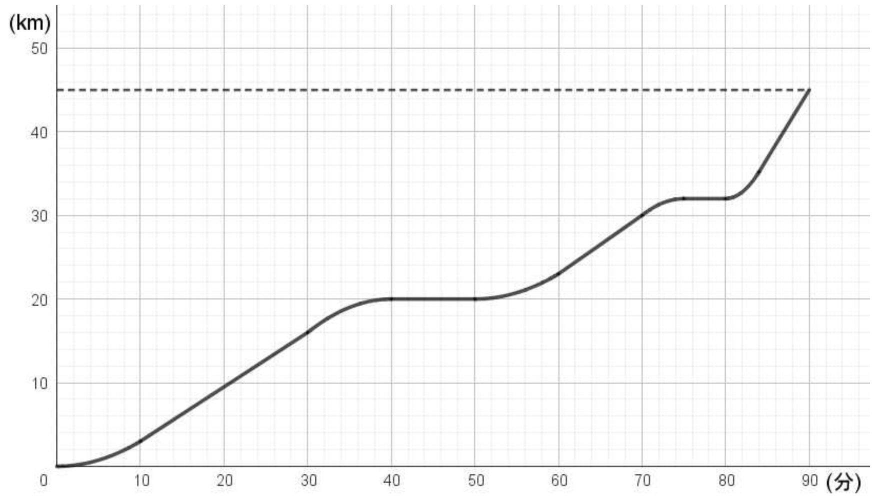
ちなみに日本の人口密度は 2022 年のデータでは 1 km^2 あたり 331 人で世界で 28 位となっています。上の 2 つの国の間の密集の程度です。

それぞれの国では、実際には都市部では人口密度の値よりももっと人が密集しているでしょうし、場所によってはもっと人がちらばっているでしょう。しかしとりあえず「均質」であると仮定して、人の密集の程度の目安として人口密度を求めてみると、その国では人がどの程度、密集しているかをおよそ表すことができます。またその値により国どうしの密集の程度を比べ、そしてその程度の順位をつけることもできます。

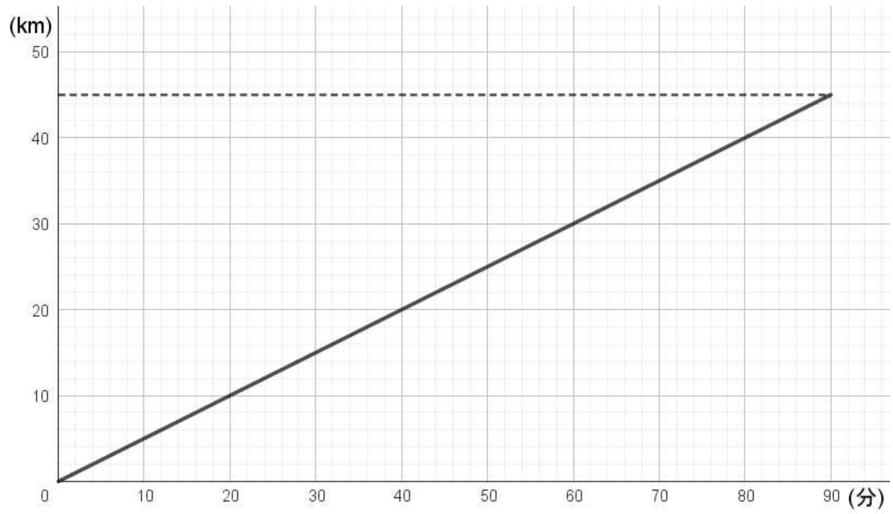
速さ

最初のところでも考えたように、自動車が走っているときには、だんだん速くなったり、遅くなったり、信号などでは止まったりします。ですから、自動車の走り方は基本的に「均質」ではありません。しかしこの場合も、自動車の走り方が「均質」であるととりあえず仮定をすることで、ある時間の間の走り方全体のようすを表すことができると考えるのです。

例えば午前 9 時に走り始め、午前 10 時 30 分に 45 km 離れた目的に到着したとします。この 90 分の間、自動車は加速したり、減速したり、信号で止まったりしたはずですから、ずっと同じように進むわけではありません(下図)。



しかし、とりあえず下図のように「均質」な走り方をしたと仮定して、「1 分間あたりに進んだ距離」を求めて、走り方全体のようすを表すことを考えます。



「均質」な走り方をしたと仮定したのですから、「1 分間あたりに進んだ距離」に何分間走ったかの時間をかけると、その間に進んだ距離が求まるはずです。つまり 45 km を 45000 m、1 時間 30 分を 90 分と直すと、次のようになるはずです。

45000 m＝(1 分間あたりに進んだ距離)×90 分

ここから 1 分間あたりに進んだ距離を求めてみると、500 m/分となります。この 90 分間ずっと同じような走り方をした、つまりその間、走り方は「均質」であったと仮定したとすると、90 分間のどの 1 分間を採ってきても 500 m 進むような程度で、自動車は走ったということです。単位時間あたりに進んだ距離は、自動車が考えている時間の間、どの程度の速さで走ったかの目安という意味で、「平均の速さ」と呼ばれています。

人口密度のときと同じように、どの 1 分間を採ってきても 500 m 進むと考えているので、このような走り方をしている自動車は、x 分間に y km 進むとすると、次のような関係があると考えることができます。

y km＝500 m/分 × x 分

90 分間で 45000 m 進んだということは、5400 秒で 45000 m 進んだというのと同じことです。そこで、単位時間として 1 分間のかわりに 1 秒間を採ると、次のようになります。

45000 m＝(1 秒間あたりに進む距離) × 5400 秒

ここから 1 秒間あたりに進む距離を求めると、約 8.33 m/秒となります。

さらに単位時間として 1 時間を採ると、1 時間半、つまり 1.5 時間で 45 km 進んだということですから、次のようになります。

45 km＝(1 時間あたりに進む距離) × 1.5 時間

ここから 1 時間あたりに進む距離を求めると、30 km/時となります。

これらは全て、午前 9 時から午前 10 時 30 分までの 1 時間 30 分に 45 km 走った自動車の「平均の速さ」を表していますから、まったく同じ速さです。ちょうど同じ長さを mm や cm、m、あるいはインチで表現すると見かけは異なるように、同じ速さを異なる単位時間で表現したことによるちがいにすぎません。

また当然のことながら、同じ速さであれば、1 秒間あたりに進む距離を 60 倍すると 1 分間あたりに進む距離となり、1 分間あたりに進む距離を 60 倍すると 1 時間あたりに進む距離になります。

自動車の走り方が「均質」であるとシンプルに考え、単位時間あたりに進む距離で自動車の走り方の「質」を表すときは、実際に走った時間や距離とは別に、走り方の「質」を考えることができます。そのため、実際には走った時間や距離が異なる何台かの自動車について、その走り方の「質」を比較することができます。

例えば、2 時間で 58 km 走った自動車があるとき、先ほどの 1 時間 30 分で 45 分走った自動車とどちらの方が速いといえるでしょうか。今の自動車の方が 58 km と、より長い距離を走ったので速そうにも思いますが、ただ 58 km を走るのに 2 時間と、より多くの時間を費やしています。そう考えると、単純に長い距離を走った自動車の方が速いとはいえなくなります。

そこでそれぞれの自動車の走り方の「質」を見るために、単位時間あたりに進む距離、「平均の速さ」を求めてみます。先ほどの自動車の速さは 30 km/時でした。一方、今の自動車は 2 時間で 58 km ですから、

$$58\ \mathrm{km} = (1\ \text{時間あたりに進む距離}) \times 2\ \text{時間}$$

から 29 km/時となります。したがって、単位量あたりの大きさで走り方の「質」を考えたときには、先ほどの自動車の方が速いといえます。もちろん、今の自動車の方が速く走ったときもあったかもしれません。しかし走り方全体が「均質」であると仮定して考えたときには、「平均の速さ」の値が大きい先ほどの自動車の方が速いと考えるのです。

動物のチーターが 110 km/時で走るとか、ツバメが最高で 200 km/時で飛ぶことができるといったときには、実際にその速さで走ったり飛んだりする時間は必ずしも同じとは限りません。しかしこうした単位量あたりの大きさの情報があることで、その走り方や飛び方の「質」をイメージすることができます。

また、陸上の 100 m の選手の速さが約 38 km/時であるとか、ゾウガメの速さが約 3 km/時であるといった情報があると、それぞれの動き方の「質」を比較することもできるようになります。

その他の単位量あたりの大きさ

人口密度や平均の速さのところで見たように、単位量あたりの大きさを用いると実際の国の面積や実際の走った時間とは別に、ある種の「質」を表すことができ、その「質」の程度により比較をすることもできます。そうしたことから、考えているものごとの実際の大きさによらずに「質」を表したい場面では、単位量あたりの大きさが用いられています。

（１）密度：物質の「ずっしり」ぐあい

発泡スチロールは見た目の割には持った時に重くありません。これに比べて、トレーニングで使うダンベルは、それほど大きくないものでも、ずっしりと重く感じます。こうした素材の「質」の違いにも、単位量あたりの大きさがかかわっています。

こうした場合には、単位体積あたりの質量が 1 つの目安となります。その素材が「均質」であると考えて、その単位体積 1 cm^3 あたりの質量を考えます。これを「密度」と呼んでいます。

ある種類の発泡スチロールは密度が 0.02 g/cm^3 とされています。この場合、

(g で測った質量)＝0.02 g/cm^3 × (cm^3 で測った体積)

となりますから、例えば体積が 1000 cm^3、つまり 1 L のときの質量は、0.02 g/cm^3 × 1000 cm^3＝20 g となります。1 L の牛乳パックくらいの発泡スチロールの重さは 20 g しかないことになります。

ダンベルに使われる鉄は密度が約 7.874 g/cm^3 とされています。体積が 1000 cm^3 ときの質量は、7.874 g/cm^3 × 1000 cm^3＝7874 g となりますから、1 L の牛乳パックくらいの鉄でも重さが 8 kg ちかくになってしまいます。

このように、見た目の大きさの割に重いとか軽いという素材の「質」が、密度により表されています。さらに発泡スチロールでも種類によって密度は違いますし、金属もやはり種類によって密度は違いますが、素材や物質の密度を知ることで、その素材や物質の「ずっしり」の程度をイメージすることができます。

（２）圧力：押す力の集中

くつのまま雪の上に立ったり、どろの中に入ったりすると、かなりうまって動

けなくなることがあります。しかし、スキーやスノボにのったり、板の上にのったりすると、あまりうまらなくてすみます。

体重により雪やどろを押す力は変わらないのですが、その力を雪やどろの方で受ける面積が広くなるので、力が分散されます。そして、力が分散され、板全体で押し方が「均質」になることで、部分部分が受ける力は小さくなります。

こうしたことから、押す力全体よりも、部分部分、つまり小さい面積のそれぞれが受ける力が問題になってきます。そこで用いられるのが、単位面積あたりに受ける力です。この単位面積あたりに受ける力のことを「圧力」と呼びます。圧力の単位は、力を表す単位 N (ニュートン)と単位面積 m^2 を用いて「N/m^2」とすることもありますが、圧力がとても大切な量ということで、それ自体の単位を持っています。それが Pa (パスカル)です。天気予報でよく聞く「ヘクトパスカル」の「パスカル」です。ヘクトパスカルは 100 Pa のことです。

独自の単位があたえられるほどに、単位量あたりの大きさが重要な役割を果たしているのだと考えられます。

（３）燃費：走りのお得感

自分の自動車がガソリンを満タンにしたときに何 km 走ることができるかも大切な情報ですが、ただそのために多くのガソリンを消費すると、それだけガソリン代がかかります。できれば、少ないガソリンで長い距離を走ってくれる方がありがたいでしょう。

そうした情報を提供してくれるのが燃費です。これはガソリン 1 L あたりで走ることのできる距離で表します。例えば燃費が 23.8 km/L であれば、ガソリン 1 L あたり 23.8 km 走ることができる程度の燃費だということです。もちろん走り方や走っている状況によりガソリンの消費の仕方も異なるでしょうが、どの 1 L のときも走り方は「均質」であると考えて、燃費を求めています。

国によっては 100 km あたり走るのに必要なガソリンの量で燃費を表すそうですから、燃費の表し方は一つではありません。消費するガソリンの量とそれで走ることのできる距離の関係について、およその目安がわかればよいのです。

ちなみに電気自動車の燃費は、電力量を表す単位 Wh (ワットアワー)を使って「Wh/km」で表し、水素燃料電池で走る自動車の燃費は、「km/kg」で表すとされて

います。Wh/km は 1 km あたり走るのにどの位の電力量を必要とするかを示しており、km/kg は水素 1 kg あたりで何 km 走ることができるかを表しています。

（４）坪月商：もうかり具合の目安

飲食店などの店で 1 か月に売り上げる金額を「月商」と呼びます。店が広ければそれだけ多くのお客さんに対応できるので、月商は上がりそうですが、しかしその分、コストや手間もかかりそうです。

そうしたことから、店の広さと売上げの関係を考える必要がありますが、その一つの目安が「坪月商」です。これは店の面積の 1 坪あたりで 1 か月で売り上げている金額を表します。「坪」は昔から用いられている面積の単位で、約 3.3058 m^2 に相当します。店の面積を「坪」で表して、(1 か月の売上げ)÷(店の坪数)を計算すると、坪月商が求まります。坪月商が 10 万円であるか、20 万円であるかといったことが、店が効率的に経営されているかを考える判断材料になります。

もちろん店の全ての場所で同じように売上げがでているわけではありませんが、売上げの点で店全体を「均質」と仮定して、計算していることになります。

なお単位面積あたりということでいえば、農作物の単位面積当たりの収量なども、農作物のとれ具合を表す一つの目安といえそうです。

（５） 1 人当たり GDP：国の経済活動のようす

GDP (国内総生産)は、ある期間に新たに生み出された付加価値の合計金額で、いわばその期間に国内で生み出されたもうけの大きさでした。しかし、人口が多い国では自然と売買も多くなり、そのためにもうけの金額自体は大きくなりますし、逆に人口が少ないと売買の機会がその分へることで、もうけの金額自体は小さくなりがちになると考えられます。

そこでそれぞれの国の人口の多さや少なさと、もうけの大きさとの関係を考える必要があり、そこから、一人あたりの GDP という目安が出てきます。GDP を人口でわって求めます。ここでも、一人一人の経済への関わりが「均質」だと仮定して、求めているわけです。これにより人口の違いによらずに、それぞれの国の GDP を比較したり、経済活動の状況をイメージしたりすることが可能になります。

まとめ

単位量あたりの大きさは、モノの特徴を表すために考えますが、求めるときは、そのモノが全体として「均質」であることを確認するか、あるいは「均質」であると仮定するかしました。もともと全体が「均質」であればどの部分を採ってきても、単位量あたりの大きさが表す状態になっています。しかし「均質」であると仮定しただけの場合には、ある部分を採ってきたときに、実際には単位量あたりの大きさの通りになっていないことも多いので、その点に注意をして単位量あたりの大きさを使っていく必要はあります。

それでも、単位量あたりの大きさのサンプルと考えて、モノ全体のおよそのようすを表したり、イメージしたりするのに用います。あるいは、いくつかのモノを比較したり、順位をつけたりすることを、単位量あたりの大きさというアイデアは可能にしてくれます。全体が「均質」であるとシンプルに考えることで、全体を示す目安となる数値を求めることができたのです。

また、単位面積あたりの人数である人口密度については、面積 x km^2 の土地にいる人数を y 人とすると、

$$y\text{人} = (\text{単位面積あたりの人数}) \times x\ \text{km}^2$$

という関係がありましたが、同じように、2 つの量 A と B についての単位量あたりの大きさを考えているときには、

$$\text{B} = (\text{A の単位量あたりに対する B の大きさ}) \times \text{A}$$

という関係があります。ここから次のような式も導かれ、それらを用いて他の情報を求めることもできます。

$$(\text{単位量あたりの大きさ}) = \text{B} \div \text{A}$$

$$\text{A} = \text{B} \div (\text{単位量あたりの大きさ})$$

このように式を変形することも考えると、モノの特徴を単位量あたりの大きさで表すことは、モノに関する量について、いろいろな情報を教えてくれる重要な情報だということができるのです。