

かなりわりきった
単位量あたりの大きさ学び直しテキスト

全国学力・学習状況調査の類題を用いた実践編

上越教育大学

布川 和彦

全国学力・学習状況調査では「単位量あたりの大きさ」に関する問題も多く出されています。ここではそれらとよく似た問題を、「単位量あたりの大きさの学び直し」テキストの考え方で整理してみることにします。

といっても、この考え方というのは、次のような1つの式だけです。

$$(\text{第二の量}) = (\text{単位量あたりの大きさ}) \times (\text{第一の量}) \cdots (*)$$

この式が表しているのは、「単位量あたりの大きさ」が「第一の量」を「第二の量」に結びつけているということです。ですから問題で示された場面を、まずは「二つの量がこんなふうに結びついている」というイメージで整理していきます。そのとき、数値がわからないところは○や x などを用いて表していきます。場面が整理できたら、○や x の値を求めるにはどうしたらよいかを考えればよいのです。

なお中学校の数学にも、単位量あたりの大きさがさりげなく含まれている問題が出てきます。それらも同じ発想で考えてみます。そのために、中学校の調査問題と似たものもいくつか含めています。

目次

単分量あたりの大きさ

単分量あたりの大きさの単位

単分量あたりの大きさについての問題の考え方

タイプ1の問題の考え方 $(\textcircled{2} = \textcircled{0} \times \textcircled{1})$

タイプ2の問題の考え方 $(\textcircled{0} = \boxed{\text{単}} \times \textcircled{1})$

タイプ3の問題の考え方 $(\textcircled{2} = \boxed{\text{単}} \times \textcircled{0})$

タイプのみきわめ

タイプ1の問題

タイプ2の問題

タイプ3の問題

タイプ1とタイプ2を組み合わせる問題

タイプ1とタイプ3を組み合わせる問題

単位量当たりの大きさ

ある店で大福を6個買ったら540円でした。別の店では8個で680円でした。どちらの店の方が大福が「安い」と言えるでしょうか？

もちろん代金で言えば、540円を払った店の方が「安い」のですが、ただ6個しか買えていません。そこで、1個の値段、つまり単価を考えてみます。払った代金は単価に個数をかけると求められます。したがって、単価を□で表すと、上の2つの店での買い物は次のように表すことができます。

$$\text{第1の店：540円} = \square \times 6 \text{個}$$

$$\text{第2の店：680円} = \square \times 8 \text{個}$$

ここから、第1の店では単価が90円なのに対し、第2の店では単価が85円であることがわかります。つまり、単価で比べると、第2の店の方が「安い」と言えそうです。2つの店の大福を、単価という1つの数値で比べているのです。

歩いている人の速さを、大福と同じように考えてみます。

ある人は6分で540m歩きました。別の人は8分で680m歩きました。どちらの人の方が歩いた速さが「速い」と言えるでしょうか？上の1個の値段と同じように、今度は1分間で歩いた距離を考えてみます。分は時間の単位なので、これも□で表すことにすると、2人の人の歩いたようすは次のようになります。

$$\text{第1の人：540m} = \square \times 6 \text{分}$$

$$\text{第2の人：680m} = \square \times 8 \text{分}$$

ここから第1の人は1分間で90m歩いたのに対し、第2の人は1分間で85m歩いたことがわかります。つまり、1分間で歩いた距離で比べると、第1の人の方が「速い」と言うことができます。

ただ大福の値段と歩く速さでは、少し話が違っています。

大福の1個の値段は、その店にある大福ではどれも同じです。一方、歩く場合

は速くなったり遅くなったりすることもあるので、「どの1分間」でも歩いた距離が同じ、とは必ずしも言えません。ただ、こうした速さが変わる状況を扱うには、少し難しい数学が必要になります。そこで、まずは話を単純にするために、ずっと同じ速さで歩いていたと仮定して考えることにします。

上の式はそのように仮定したことで書くことができたのです。ずっと同じ速さだと仮定したので、歩いた時間が2倍になれば歩いた距離も2倍に、歩いた時間が3倍になれば歩いた距離も3倍になると考えることができます。つまり、歩いた距離が歩いた時間に比例すると考えることができるようになり、それで上の式になったのです。

このようにずっと同じ速さで歩いていたと仮定すると、どの1分間を取り出しても、そこでは同じ速さで歩いていることになります。つまり、「どの1分間か」にこだわる必要はなくなり、どの1分間でもいいので取り出して調べれば、その人の速さを知ることができます。

そこで、この「1分間で歩いた距離」を、「速さ」を表す目安として使います。「1分間で90 m歩いた」という情報と、「ずっと同じ速さで歩いていた」という情報をあわせて表すために、「あたり」ということばを使って「1分間あたり90 m歩いた」と言ったり、「分速90 m」と言ったりします。これにより、6分間歩いた移動全体のようなすを特徴づけるのです。

同じことを今度は、人口と面積で考えてみます。面積が広い割には人口が少ないとか、逆に面積が狭い割には人口が多い、といったことを表す目安となるような数を考えてみます。

例えばある地区は面積が6 km²のところに540人が住んでいます。隣の地区は面積8 km²のところに680人が住んでいます。どちらの方が面積の割には人が「多く」住んでいると言えるでしょうか？

大福や速さの時のまねをして、今度は1 km²に住んでいる人数を考えてみます。速さの時と同じように、そこに住む人の数は地区のどの1 km²を調べるかにより本当は異なるのですが、話を単純にするために、どの1 km²を取り出してもそこに住む人数は同じだと仮定して考えることにします。つまり、その地区では

どの場所でも同じように人が住んでおり、ある部分に住む人数はその部分の面積に比例すると仮定します。

km^2 は面積の単位ですから、 1 km^2 の部分に住む人の人数をまた「単」で表すことにすると、大福の単価や歩く速さの時と同じように、次のような式を作ることができます。

$$\text{第1の地区} : 540 \text{ 人} = \text{「単」} \times 6 \text{ km}^2$$

$$\text{第2の地区} : 680 \text{ 人} = \text{「単」} \times 8 \text{ km}^2$$

ここから第1の地区は 1 km^2 あたり90人が住んでいるのに対し、第2の地区は 1 km^2 あたり85人が住んでいることがわかります。つまり、 1 km^2 あたりに住んでいる人数で比べると、第1の地区の方が面積の割りには「多く」住んでいると言うことができます。 1 km^2 あたりに住んでいる人数を、地区に住む人が面積の割りに多いのか、つまり比較的混んでいるのかを表す目安として使っているのです。そして、 1 km^2 あたりに住んでいる人数で、この地区全体の混み具合を特徴づけています。

もし第3の地区では面積が 9 km^2 のところ、780人が住んでいるとしたらどうでしょう。この時も同じように 1 km^2 あたりに住んでいる人数を求めると、 $780 \div 9$ で $86.666\cdots$ 、つまり 1 km^2 あたり約86.67人となります。

人数が「86.67人」と小数になるのは変な感じがします。確かに、 1 km^2 に「86.67人」が実際に住んでいるという事はありえません。この数値はあくまで面積の割りに人が多いのかという「多さ」の目安であり、第3の地区の混み具合を特徴づけているだけです。 1 km^2 あたり「86.67人」であるということは、第3の地区の混み具合が、「 1 km^2 あたり90人」と「 1 km^2 あたり85人」の間くらいの「多さ」や「混み具合」であることを表しています。

このように、面積の割りに住んでいる人が「多い」のかや「混み具合」を表すための目安として 1 km^2 あたりに住んでいる人数を使う時、これを人口密度と言います。

他にも、物質の密度も同じ考え方に基づいています。物質のかたまりがあるときに、どの部分の 1 cm^3 を取り出しても同じ質量である、つまりその物質の質量が体積に比例していると仮定して、物質の体積 1 cm^3 あたりの質量により、その物質が体積の割りには重いのかどうか、ぎっしりつまった物質なのかスカスカなのかを表す目安として使います。

金は 1 cm^3 あたり 19.32 g ですが、荷物などに入っている発泡スチロールは 1 cm^3 あたり $0.02\sim 0.03\text{ g}$ 程度とされます。この数値を見ると、金や発泡スチロールを持ったときにずっしりするかどうか、さわるとぎっしりつまった感じがしそうかを、イメージすることができます。

cm^3 は体積の単位なので、体積 1 cm^3 あたりの質量を $\boxed{\text{単}}$ で表すと、質量が体積に比例していると仮定するとき、質量と体積の関係は次のように表すことができます。

$$\text{質量} = \boxed{\text{単}} \times \text{体積}$$

ここまで $\boxed{\text{単}}$ と表してきた部分を、算数では「単位量あたりの大きさ」と呼んでいます。「単位量あたりの大きさ」は2つの量が比例していると仮定した上で、その2つの量を結びつけています。単価は個数を代金に結びつけ、速さは時間を距離に、人口密度は面積を人口に、そして密度は体積を質量に結びつけています。

この結びつけているようすは、次のような式で表すことができました。

$$(\text{第二の量の大きさ}) = (\text{単位量あたりの大きさ}) \times (\text{第一の量の大きさ})$$

単位量あたりの大きさの値が大きいということは、第一の量の割りには第二の量が大きいことを意味します。

- ・単価であれば個数の割りには代金が高くなります。つまり割りと「高価」なものということになります。
- ・速さであれば時間の割りには進む距離が長くなります。つまり割りと「速い」「ビューンと動いている」ということです。
- ・人口密度では面積の割りには住んでいる人が多くなります。つまり、割りと

「混み合っている」「ぎゅうぎゅうしている」ということです。
・密度では体積の割りには質量が重くなります。つまり、割りと「ずっしり」している、「ぎっしり」「ギュッ」とつまっているという感じです。

(参照：単位量あたりの大きさの学び直し)

2種類の量に関わるような場面では、その2つの量がどのように結びついているかをイメージして、そのイメージを「単位量あたりの大きさ」を用いて上のような式に表してみると考えやすくなります。

以下では

$$(\text{第二の量の大きさ}) = (\text{単位量あたりの大きさ}) \times (\text{第一の量の大きさ})$$

という関係を用いて、単位量あたりの大きさに関わる問題を解いていくことにします。

その際、かんたんのため、第一の量と第二の量をそれぞれ①と②で表し、また単位量あたりの大きさを□と表すことがあります。つまり、

$$\text{②} = \square \times \text{①} \quad \dots \quad (*)$$

です。①や②がどの量なのかを考えながら場面をイメージしたり、その場面の□がどのように①と②を結びつけているのかを考えたりしながら、①と②と□の関係を上の(*)の式に表すことで、場面の状況を整理していきます。

単位量あたりの大きさの単位

算数では長さや重さと違い、単位量あたりの大きさに m や g のような単位をつけません。ただ、量の間係を考へるときに、単位量あたりの大きさにその役割を表すような単位をつけておくと、場面をイメージしたり整理するのに役立ちます。

大福の単価は、大福の個数を大福全部の代金に結びつけます。このことをわかりやすくするために、単価に「円/個」という単位をつけることにします。これにより、単価が「/」の右側の「個」を左側の「円」に結びつける役割をしていることを表しています。

例えば単価が 90 円の大福を 6 個買って代金が 540 円という場面であれば、単価を「90 円/個」と表すことで、次のように関係を表現することができます。

$$540 \text{ 円} = 90 \text{ 円/個} \times 6 \text{ 個}$$

このとき、「円/個」を分数のように $\frac{\text{円}}{\text{個}}$ と書き、“分母”の「個」と 6 個の「個」とを分数のように計算すると、「円」が残ることになります。

$$90 \text{ 円/個} \times 6 \text{ 個} = 90 \frac{\text{円}}{\text{個}} \times 6 \text{ 個} = 90 \times 6 \times \frac{\text{円}}{\text{個}} \times \text{個} = 90 \times 6 \times \frac{\text{円}}{\cancel{\text{個}}} \times \cancel{\text{個}} = 540 \text{ 円}$$

同じように、1 分間あたり 90 m という速さを「90 m/分」と表すと、速さ 90 m/分で 6 分間歩いて 540 m 進んだことは、次のように表すことができます。

$$540 \text{ m} = 90 \text{ m/分} \times 6 \text{ 分}$$

この右辺も同じように計算すると、確かに左辺の 540 m になります。

$$90 \text{ m/分} \times 6 \text{ 分} = 90 \frac{\text{m}}{\text{分}} \times 6 \text{ 分} = 90 \times 6 \times \frac{\text{m}}{\text{分}} \times \text{分} = 90 \times 6 \times \frac{\text{m}}{\cancel{\text{分}}} \times \cancel{\text{分}} = 540 \text{ m}$$

1 km²あたり 90 人住んでいるという混み具合を「90 人/km²」と表すと、その混み具合である 6 km²の地区に 540 人が住んでいることは、次のように表すことができます。

$$90 \text{ 人/km}^2 \times 6 \text{ km}^2 = 90 \frac{\text{人}}{\text{km}^2} \times 6 \text{ km}^2 = 90 \times 6 \times \frac{\text{人}}{\text{km}^2} \times \text{km}^2 = 90 \times 6 \times \frac{\text{人}}{\cancel{\text{km}^2}} \times \cancel{\text{km}^2} = 540 \text{ 人}$$

単体量あたりの大きさについて計算するときに自信がなくなったら、上のように単位もつけて計算してみて、単位のおつじつまがあうかどうかで確認することもできます。

単位量あたりの大きさについての問題の考え方

基本的には、わかっている情報を上の

$$\textcircled{2} = \boxed{\text{単}} \times \textcircled{1} \quad \dots \quad (*)$$

の式の形に整理してみます。次に、①、②、 $\boxed{\text{単}}$ のうち数値がわかっているものはその数値を式の中に入れ、数値がわからない部分は○や△を用いてとりあえず表しておきます。最後に、わからない部分を求めるには、どのような計算をすればよいかを、整理してできた式を見て考えてみます。

タイプ1の問題の考え方

このタイプの問題では第一の量と第二の量についての情報が示されていて、単位量あたりの大きさについて求めることになります。そこで単位量あたりの大きさを表す $\boxed{\text{単}}$ の部分を○で表して(*)の形に整理すると、次のようになります。

$$\textcircled{2} = \bigcirc \times \textcircled{1}$$

○を求めるには $\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ を計算することになります。

問題：8人に4Lのジュースを等しく分けます。1人分は何Lですか。

(令和3年度算数・問題4(2))

このときの「1人分」も「1人あたりのジュースの量」と考えると、単位量あたりの大きさと言えます。それにより、もらえるジュースの“程度”をおよそ知ることができます。

8人の人それぞれにジュースを分けていくようすや、分け終わってそれぞれの人の前に「1人あたりのジュースの量」があるようすをイメージしてみます。すると、「1人あたりのジュースの量」を人数分だけかけ算をすることで、全部のジュースの量になることがわかります。

つまり、 $\boxed{\text{単}}$ は1人あたりのジュースの量、①は人数、②は全部のジュースの量となり、(*)の式 $\textcircled{2} = \boxed{\text{単}} \times \textcircled{1}$ は次のようになります。

$$(\text{全部のジュースの量}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{人数}) \quad \dots \quad (*)$$

今の場面では、人数は8人、ジュースの量は4Lとわかっていますが、 $\boxed{\text{単}}$ がいくつかはわかりません。そこで1人あたりのジュースの量をとりあえず○ L/人と表しておきます。そして、それらを(*)の式に入れると、次のようになります。

$$4\text{L} = \text{○ L/人} \times 8\text{人}$$

$4 = \text{○} \times 8$ 、つまり○は8倍して4になる数なので、 $4 \div 8$ で求めることができます。

$$\text{○} = 4 \div 8 = 0.5 \quad (\text{あるいは } \frac{1}{2})$$

したがって1人あたりのジュースの量は0.5Lあるいは $\frac{1}{2}$ Lとわかります。

1人あたりのジュースが0.5L、つまり0.5L/人だと、ジュースは「多く」もらえる感じがしますか。また、 $\boxed{\text{単}}$ が0.5L/人のとき、2人分のジュースの量や36人分のジュースの量はどのようになるかも、イメージしてみましよう。

タイプ2の問題の考え方

このタイプの問題では単位量あたりの大きさと第一の量についての情報が示されていて、第二の量について求めることとなります。そこで第二の量を○で表して(*)の形に整理すると、次のようになります。

$$\text{○} = \boxed{\text{単}} \times \text{①}$$

○を求めるには $\boxed{\text{単}} \times \text{①}$ を計算することになります。

問題：ある冷蔵庫の1年間あたりの電気代は9672円だそうです。この冷蔵庫を8年間使ったときの電気代はいくらですか。

(平成31年度数学・問題6(1)類題)

冷蔵庫を使っているときに電気代が少しずつふえていくようすをイメージす

ると、今の場面の「単」は1年間あたりの電気代、①は使った年数、②は全部の電気代となります。そして今の場面のように（*）の式②＝「単」×①で表すと次のようになります。

$$(\text{全部の電気代}) = \text{「単」} \times (\text{使った年数}) \quad \dots \quad (*)$$

今の場面では、「単」は9672円/年、年数は8年とわかっていますが、全部の電気代はわかりません。そこで全部の電気代をとりあえず〇円と表して、上の式に入れてみると、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\text{〇円} = 9672 \text{円/年} \times 8 \text{年}$$

〇＝9672×8＝77376 ですから、全部の電気料金は77376円であるとわかります。

冷蔵庫によって「単」の値は変わってきます。この値が小さい冷蔵庫は、長期間使った割には電気代が安くすむことになります。

タイプ3の問題の考え方

このタイプの問題では単位量あたりの大きさと第二の量についての情報が示されていて、第一の量について求めることになります。求める量を〇と表して（*）の形に整理すると、次のようになります。

$$\text{②} = \text{「単」} \times \text{〇}$$

〇を求めるには②÷「単」を計算することになります。

問題：分速600mで走るバスは、3300m進むのに何分かかりますか。

（令和3年度算数・問題1(5)類題）

分速は1分あたりに進む距離でした。ですから今の場面では「単」は1分あたりに進む距離、①はかかる時間、②は全部の進む距離となります。そして今の場面

のようすは、次のような関係になっています。

$$(\text{全部の進む距離}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{かかる時間}) \quad \dots \quad (*)$$

今の場面では $\boxed{\text{単}}$ は分速 600 m、つまり 600 m/分とわかっています。また全部の進む距離も 3300 m とわかっています。ただ、進むのにかかる時間はわかりません。そこで、かかった時間をとりあえず \bigcirc 分と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$3300 \text{ m} = 600 \text{ m/分} \times \bigcirc \text{分}$$

$3300 = 600 \times \bigcirc$ ですから、 $\bigcirc = 3300 \div 600 = 5.5$ となります。これより 600 m/分で 3300 m 進むには 5.5 分、つまり 5 分 30 秒かかることがわかります。

600 m/分で 5 分間走ると $600 \times 5 = 3000$ より 3000 m となります。600 m/分で 30 秒、つまり 0.5 分間走ると 600 の 0.5 倍 (半分) の 300 m 走るはずですが。ここから、600 m/分で 5 分 30 秒間走ると確かに 3300 m 進みそうですから、上で求めたことが場面とあっていることが確認できます。

【補足】

$3300 \div 600$ のわり算は、単位をつけても話のつじつまが合うようになっています。

それを確認するために、まず 600 でわるということは 600 の逆数をかけることだったことを思い出します。また 600 の単位は m/分で、これは分数のようには $\frac{\text{m}}{\text{分}}$ と考えてよかったですのですが、600 の逆数を考えるときには、この単位の分数も逆数のように分子と分母を入れかえると考えます。

したがって、 $3300 \div 600$ を単位をつけて計算すると次のようになります。

$$3300 \text{ m} \div 600 \text{ m/分} = 3300 \text{ m} \div 600 \frac{\text{m}}{\text{分}}$$

$$\begin{aligned}
&= 3300 \text{ m} \times \frac{1}{600} \frac{\text{分}}{\text{m}} \\
&= 3300 \times \frac{1}{600} \times \text{m} \times \frac{\text{分}}{\text{m}} \\
&= 3300 \times \frac{1}{600} \times \text{m} \times \frac{\text{分}}{\text{m}} = 5.5 \text{ 分}
\end{aligned}$$

タイプのみきわめ

問題を見たら、まずは場面をイメージしてみて、そこに出てくる量がどのよう
 に関係しているかを考えてみます。そして、その関係を式を用いて整理してみま
 す。その際、数値がわからない量は、○や△などで表しておきます。

問題：次の3つの場面のうち、求めたい量が 200×0.4 で求められる場面は
 どれですか。

- (1) 砂糖を 0.4 kg 買ったなら 200 円でした。この砂糖 1 kg の値段が
 いくらかを求めましょう。
- (2) 200 kg の豆を 0.4 kg ずつ袋につめます。豆を全部袋につめる
 には、袋はいくついるかを求めましょう。
- (3) 1 m の値段が 200 円のリボンを 0.4 m 買いました。
 リボンの代金はいくらでしょう。

(平成 19 年度算数・問題 A 4 類題)

(1)

1 kg の値段は「1 kg あたりの値段」ということですから、これが今の場面の \square
 となります。この \square は、重さを値段に結びつけ、これに買った重さをかけると代
 金になります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{代金}) = \square \times (\text{買った重さ})$$

今の場面では代金は200円、買った重さは0.4 kgとわかっています。ただ「単」はわかりません。そこでとりあえず「単」=○円/kgと表すと、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$200 \text{ 円} = \text{○円/kg} \times 0.4 \text{ kg}$$

ここから $200 = \text{○} \times 0.4$ ですから、○である「1 kgあたりの値段」は $200 \div 0.4$ で求めることができます。

(2)

0.4 kg ずつつめるということは、「1 袋あたりの重さ」が0.4 kgということですから、これが今の場面の「単」となります。つまり、「単」=0.4 kg/袋です。これは袋の数を重さに結びつけますから、この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{全体の重さ}) = \text{単} \times (\text{袋の数})$$

今の場面では全体の重さは200 kgで、「単」=0.4 kg/袋でした。袋の数はわかっていないので、とりあえず○袋と表しておきます。すると、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$200 \text{ kg} = 0.4 \text{ kg/袋} \times \text{○袋}$$

ここから $200 = 0.4 \times \text{○}$ ですから、○である「袋の数」は $200 \div 0.4$ で求めることができます。

(3)

1 mの値段が200円ということは、「1 mあたりの値段」が200円ということですから、これが今の場面の「単」となります。つまり、「単」=200円/mです。これはリボンの長さを代金に結びつけますから、この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{リボンの代金}) = \text{単} \times (\text{買ったリボンの長さ})$$

今の場面では「1 mあたりの値段」は \square =200 円/m で、買ったリボンの長さは0.4 m でした。ただリボンの代金はわかっていないので、とりあえず○円と表しておく、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$\text{○円} = 200 \text{ 円/m} \times 0.4 \text{ m}$$

ここから $\text{○} = 200 \times 0.4$ ですから、求める「リボンの代金」は 200×0.4 で表されることがわかります。

ここまで見てきたことから、求める量が 200×0.4 で求まるのは、(3) の場面ということになります。

問題： 次の3つの場面のうち、求めたい量が $200 \times \Delta$ で求められる場面はどれですか。

- (1) 砂糖を Δ kg 買ったなら200円でした。この砂糖1 kgの値段がいくらかを求めましょう。
- (2) 200 kgの豆を Δ kg ずつ袋につめます。豆を全部袋につめるには、袋はいくついるかを求めましょう。
- (3) 1 mの値段が200円のリボンを Δ m 買いました。リボンの代金はいくらでしょう。

(平成22年度数学・問題A 2(2)類題)

前の問題の「0.4」の部分が「 Δ 」になっていますが、同じように考えることができます。

(1)

1 kgの値段は「1 kgあたりの値段」ということですから、これが今の場面の \square となります。この \square は、重さを値段に結びつけ、これに買った重さをかけると代

金になります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{代金}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{買った重さ})$$

今の場面では代金は200円、買った重さは Δ kgです。ただ $\boxed{\text{単}}$ はわかっていません。そこでとりあえず $\boxed{\text{単}} = \text{〇円/kg}$ と表すと、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$200 \text{ 円} = \text{〇円/kg} \times \Delta \text{ kg}$$

ここから $200 = \text{〇} \times \Delta$ ですから、 〇 である「1 kgあたりの値段」は $200 \div \Delta$ で求まることになります。

(2)

Δ kg ずつつめるということは、「1 袋あたりの重さ」が Δ kgということですから、これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ となります。つまり、 $\boxed{\text{単}} = \Delta \text{ kg/袋}$ です。これは袋の数を重さに結びつけますから、この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{全体の重さ}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{袋の数})$$

今の場面では全体の重さは200 kgで、 $\boxed{\text{単}} = \Delta \text{ kg/袋}$ でした。袋の数はわかっていないので、とりあえず 〇袋 と表しておきます。すると、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$200 \text{ kg} = \Delta \text{ kg/袋} \times \text{〇袋}$$

ここから $200 = \Delta \times \text{〇}$ ですから、 〇 である「袋の数」は $200 \div \Delta$ で求まることになります。

(3)

1 mの値段が200円ということは、「1 mあたりの値段」が200円ということですから、これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ となります。つまり、 $\boxed{\text{単}} = 200 \text{ 円/m}$ です。これは

ボンの長さを代金に結びつけますから、この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{リボンの代金}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{買ったリボンの長さ})$$

今の場面では「1 mあたりの値段」は $\boxed{\text{単}} = 200 \text{ 円/m}$ で、買ったリボンの長さは $\Delta \text{ m}$ でした。ただリボンの代金はわかっていないので、とりあえず \bigcirc 円と表しておく、今の場面の情報は次のように整理できます。

$$\bigcirc \text{円} = 200 \text{ 円/m} \times \Delta \text{ m}$$

ここから $\bigcirc = 200 \times \Delta$ ですから、求める「リボンの代金」は $200 \times \Delta$ で表されることがわかります。

ここまで見てきたことから、求める量が $200 \times \Delta$ で求まるのは、(3)の場面ということになります。

問題：次の3つの場面のように \bigcirc や Δ の式で表してみましょう。

- (1) 1500 mの道のりを分速 $\bigcirc \text{ m}$ で進んだら Δ 分間かかった。
- (2) 1冊80円のノートを \bigcirc 冊買ったなら代金は Δ 円だった。
- (3) $\bigcirc \text{ m}$ のリボンを3人で同じ長さに分けたら、1人分の長さは $\Delta \text{ m}$ だった。

(平成28年度数学・問題A 9(3)類題)

(1)

分速は1分間あたりに進む距離でした。これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ となり、時間を距離に結びつけます。ですから、これに進んだ時間をかけると進んだ距離になります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{進んだ距離}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{進んだ時間})$$

今の場面では進んだ距離は 1500 m、 $\boxed{\text{単}}$ は分速○ m、つまり $\boxed{\text{単}} = \text{○ m/分}$ 、進んだ時間は△分間とわかっています。そこで、これを上の式に入れてみます。

$$1500 \text{ m} = \text{○ m/分} \times \Delta \text{分}$$

今の場面でも△もわかっていて○を求めるならタイプ 1、○がわかっていて△を求めるならタイプ 3 となります。

(2)

1冊 80円は「1冊あたり 80円」ということで、これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ となり、冊数を代金に結びつけます。ですから、これに買った冊数をかけると代金になります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{代金}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{買った冊数})$$

今の場面では代金は△円、 $\boxed{\text{単}}$ は1冊あたり 80円、つまり $\boxed{\text{単}} = 80 \text{ 円/冊}$ 、買った冊数は○冊とわかっています。そこで、これを上の式に入れてみます。

$$\Delta \text{円} = 80 \text{ 円/冊} \times \text{○冊}$$

今の場面でも○もわかっていて△を求めるならタイプ 2、△がわかっていて○を求めるならタイプ 3 となります。

(3)

1人分の長さ△ mは「1人あたり △ m」ということで、これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ となり、人数を全体の長さに結びつけます。ですから、これに分けた人数をかけることで全体の長さになります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{全体の長さ}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{分けた人数})$$

今の場面では全体の長さは○ m、 $\boxed{\text{単}}$ は1人あたり△ m、つまり $\boxed{\text{単}} = \Delta \text{ m/人}$ 、分けた人数は3人とわかっています。そこで、これを上の式に入れてみます。

$$\text{○ m} = \Delta \text{ m/人} \times 3 \text{ 人}$$

今の場面で○もわかっている△を求めるならタイプ1、△がわかっている○を求めるならタイプ2となります。

たいせつなのは、どのタイプかを見きわめることよりも、場面のようすをイメージして、そのようすを式を用いて表してみたり、わかっている情報をその式をもとに整理してやることです。

タイプ1の問題

問題：8 m²のシートの上に14人の人がすわっています。この時、1 m²あたりの人数を求める式を書きましょう。

(平成28年度算数・問題A 4類題)

平成26年度算数・問題A 4参照)

1 m²あたりの人数は面積を人数に結び付けます。その関係を式で表すと、次のようになります。

$$(\text{その面積にいる人数(人)}) = (1 \text{ m}^2 \text{あたりの人数(人/m}^2)) \times (\text{面積(m}^2))$$

面積を人数に結び付ける「1 m²あたりの人数」が今の場面の \square であることを考慮すると、次のようにも表すことができます。

$$(\text{その面積にいる人数}) = \square \times (\text{面積})$$

今の場面ではシートの面積は8 m²とわかっており、そこにすわっている人の人数も14人とわかっています。ただ \square である1 m²あたりの人数はわかっていません。そこで1 m²あたりの人数である \square を、とりあえず $\square = \bigcirc \text{人/m}^2$ と表してみます。すると、今の場面の情報は、次のように整理することができます。

$$14 \text{ 人} = \bigcirc \text{人/m}^2 \times 8 \text{ m}^2$$

つまり $14 = \bigcirc \times 8$ となります。ここから、 \bigcirc を求める式は $14 \div 8$ とわかります。

これを計算すると $\bigcirc = 14 \div 8 = 1.75$ ですから、今の場面のシートは、1 m²あたり1.75人の人がすわっている程度の混み具合だということがわかります。1 m²のシートに1人ですわっているよりはぎゅうぎゅうだけれども、2人ですわっているほどはぎゅうぎゅうでない、という感じの混み具合です。

問題：(1) 5 m の重さが 2 kg の棒があります。この棒 1 m あたりの重さは何 kg ですか。

(2) 2 L のジュースを 3 人で分けると、1 人分の量は何 L ですか。

(平成 22 年度算数・問題 A 2 類題)

(1)

1 m あたりの重さは長さを重さに結びつけます。それを式で表すと次のようになります。

$$(\text{棒の重さ(kg)}) = (\text{棒 1 m あたりの重さ(kg/m)}) \times (\text{棒の長さ(m)})$$

今の場面では長さは 5 m、重さは 2 kg とわかっています。ただ 1 m あたりの重さはわかっていません。そこで、1 m あたりの重さをとりあえず $\square = \bigcirc \text{ kg/m}$ と表しておきます。すると、この場面の情報は次のように整理できます。

$$2 \text{ kg} = \bigcirc \text{ kg/m} \times 5 \text{ m}$$

$$2 = \bigcirc \times 5 \text{ なので、} \bigcirc = 2 \div 5 = \frac{2}{5} \text{ あるいは } 0.4 \text{ となります。つまり、} \square = \frac{2}{5} \text{ kg/m}$$

(0.4 kg/m) であり、1 m あたりの重さは $\frac{2}{5}$ kg (0.4 kg) となります。

(2)

1 人分の量は「1 人あたりの量」のことですから、これを $\bigcirc \text{ L/人}$ と表すと、(1) と同様にして、今の場面は次のように整理することができます。

$$2 \text{ L} = \bigcirc \text{ L/人} \times 3 \text{ 人}$$

$$2 = \bigcirc \times 3 \text{ なので、} \bigcirc = 2 \div 3 = \frac{2}{3} \text{ となり、1 人あたり } \frac{2}{3} \text{ L、つまり 1 人分は } \frac{2}{3} \text{ L で}$$

あるとわかります。

問題：5 mの重さが a gの針金があります。この針金1 mあたりの重さは何 gですか。

(平成29年度数学・問題A 2)

前の棒の場面と同じように、1 mあたりの重さは長さを重さに結びつけます。それを式で表すと次のようになります。

$$(\text{針金の重さ(g)}) = (\text{針金1 mあたりの重さ(g/m)}) \times (\text{針金の長さ(m)})$$

今の場面では長さは5 m、重さは a gとわかっています。ただ1 mあたりの重さはわかりません。そこで、1 mあたりの重さをとりあえず \square =○ g/mと表しておきます。すると、この場面の情報は次のように整理できます。

$$a \text{ g} = \square \text{ g/m} \times 5 \text{ m}$$

$a = \square \times 5$ なので、 $\square = a \div 5 = \frac{a}{5}$ となります。つまり、 $\square = \frac{a}{5}$ g/mであり、1 mあたりの重さは $\frac{a}{5}$ gとなります。

問題： a mの重さが b gの針金があります。この針金1 mあたりの重さは何 gですか。

(平成25年度数学・問題A 2 (3))

前の問題の「5 m」の部分が「 a m」と文字を使った情報になっていますが、次のような基本的な量の間関係は変わりません。

$$(\text{針金の重さ(g)}) = (\text{針金1 mあたりの重さ(g/m)}) \times (\text{針金の長さ(m)})$$

ですから、1 mあたりの重さをとりあえず $\boxed{\text{単}} = \bigcirc \text{ g/m}$ と表すと、この場面の情報は次のように整理できます。

$$b \text{ g} = \bigcirc \text{ g/m} \times a \text{ m}$$

$b = \bigcirc \times a$ なので、 $\bigcirc = b \div a = \frac{b}{a}$ となります。つまり、 $\boxed{\text{単}} = \frac{b}{a} \text{ g/m}$ であり、1 mあた

りの重さは $\frac{b}{a} \text{ g}$ となります。

問題：山の気温は標高が100 m上がるごとに 0.6°C 下がると言われています。標高 $\bigcirc \text{ m}$ の気温が標高 0 m の場所の気温より $\Delta^\circ\text{C}$ 下がるとするとした時に、 Δ は \bigcirc を用いてどのように表されますか。

(平成20年度数学・問題B 5(2)類題)

Δ を \bigcirc を用いて表すということは、標高を温度に結びつけることになります。ここで標高が高くなると温度はいつでも同じように下がると仮定して考えると、「1 mあたりの下がる温度」がわかれば、場面の量の間の関係を、以下のように表すことができます。

$$(\text{下がる温度}(\text{°C})) = (1 \text{ mあたりの下がる温度}(\text{°C/m})) \times (\text{標高の高さ}(\text{m}))$$

そこで、「1 mあたりの下がる温度」を今の場面の $\boxed{\text{単}}$ とすればよさそうです。これは今はわかっていないので、とりあえず $\boxed{\text{単}} = \star^\circ\text{C/m}$ と表しておきます。一方で100 m上がるごとに 0.6°C 下がることはわかっています。この情報を $\boxed{\text{単}} = \star^\circ\text{C/m}$ を用いて表してみると、次のようになります。

$$0.6^\circ\text{C} = \star^\circ\text{C/m} \times 100 \text{ m}$$

$0.6 = \star \times 100$ より $\star = 0.6 \div 100 = 0.006$ なので、 $\boxed{\text{単}} = 0.006 \text{ } ^\circ\text{C/m}$ となります。つまり、標高が 1 m 上がるごとに気温は $0.006 \text{ } ^\circ\text{C}$ 下がるとわかります。これで「1 m あたりの下がる温度」がわかりました。

今の場面では、標高を $\bigcirc \text{ m}$ と表し、下がった温度を $\Delta \text{ } ^\circ\text{C}$ と表すことにしていましたから、求めた $\boxed{\text{単}} = 0.006 \text{ } ^\circ\text{C/m}$ も用いると、今の場面は次のように表すことができます。

$$\Delta \text{ } ^\circ\text{C} = 0.006 \text{ } ^\circ\text{C/m} \times \bigcirc \text{ m}$$

ちなみに標高が 0 m の地点の気温が $25 \text{ } ^\circ\text{C}$ である時は、標高 $\bigcirc \text{ m}$ の地点の気温は、今の $\Delta \text{ } ^\circ\text{C}$ を用いると次のように考えることができます。

$$\begin{aligned} (\text{標高 } \bigcirc \text{ m の気温}) &= 25 \text{ } ^\circ\text{C} - (\text{標高により下がる温度}) \\ &= 25 \text{ } ^\circ\text{C} - \Delta \text{ } ^\circ\text{C} \\ &= 25 \text{ } ^\circ\text{C} - 0.006 \text{ } ^\circ\text{C/m} \times \bigcirc \text{ m} \end{aligned}$$

問題：Aさんの家から公園までは一本道で距離は1200 mです。Bさんの家から公園まで行くには曲がり角があり、家から曲がり角までが500 m、曲がり角から公園までが700 mあります。

Aさんが家から公園まで歩いたら23分間かかりました。Bさんが家から公園まで歩いたら21分間かかりました。家から公園までの歩く速さを比べると、どちらの方が速いですか。

(令和6年度算数・問題4(3)類題)

それぞれの人の歩く速さは、歩く時間を歩いた距離に結びつけ、今の場面の \square になっています。

$$(\text{歩いた距離}) = \square \times (\text{歩いた時間})$$

ここで、それぞれの家から公園までの距離を確認すると、Aさんの家から公園までは1200 mとわかっています。Bさんの家から公園までの距離は示されていませんが、曲がり角までは500 mで、曲がり角から公園までは700 mなので、家から公園まではこれらをあわせて1200 mであると考えられます。つまり、それぞれの家から公園までの距離は同じになっています。

一方、かかった時間はAさんは23分間、Bさんは21分間です。

$$1200 \text{ m} = \square \times (\text{歩いた時間})$$

の関係において、「歩いた時間」の部分が、AさんよりBさんの方が小さい値になります。 \square に小さい値をかけて同じ1200になるということは、Bさんの \square の方が値が大きいはずで、つまり、Bさんの方が歩いた速さは速いとわかります。

同じ距離を歩いたのであれば、短い時間ですんだ人の方が速いということですから、私たちのふだんの生活の感覚にもあっています。

もちろん、2人について時間と距離がわかっているので、それぞれの速さを求めてから比較してもよいのですが、どちらの方が速いかを考えるだけであれば、速さを計算しなくても判断することはできます。

問題：釘がたくさんあります。釘は全部同じ種類ですが、本数がわからないので、本数を知りたいと思っています。釘全部の重さを測ったら 500 g でした。本数を知るためには、他に何がわかればよいですか。

(平成 20 年度数学・問題 B 3(2)類題)

知りたいのは釘全部の本数です。また今のところわかっているのは、釘全部の重さです。したがって、重さと本数を結びつける情報があればよさそうです。

そこで重さを本数に結びつける情報を考えてみると、「釘 1 g あたりの本数」となります。これを今の場面の「単」とすると、量の間関係は以下のように表すことができます。

$$(\text{釘の本数}) = \text{単} \times (\text{釘の重さ})$$

例えば、釘 1 g あたりの本数が 0.6 本、つまり「単」= 0.6 本/g とわかると、本数を ○本と表した時、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\text{○本} = 0.6 \text{ 本/g} \times 500 \text{ g}$$

○ = $0.6 \times 500 = 300$ となるので、釘は全部で 300 本あると考えることができます。

また本数を重さに結びつける情報を考えても、本数を求めることができます。この場合は「釘 1 本あたりの重さ」を今の場面の「単」と考えることになります。この時は、量の間関係は以下ようになります。

$$(\text{釘の重さ}) = \text{単} \times (\text{釘の本数})$$

例えば、釘 1 本あたりの重さが 1.6 g、つまり「単」= 1.6 g/本 とわかると、本数を ○本と表した時、今の場面の情報は次のように整理することができます。

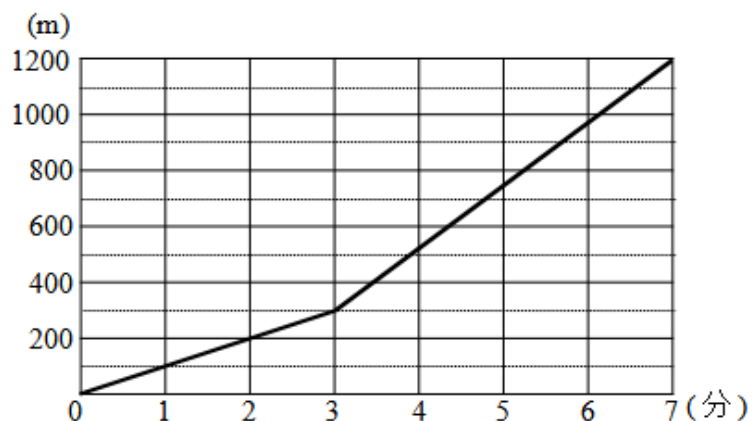
$$500 \text{ g} = 1.6 \text{ g/本} \times \text{○本}$$

$500 = 1.6 \times \text{○}$ なので、 $\text{○} = 500 \div 1.6 = 312.5$ となります。つまり、釘は全部で312～313本あると考えることができます。

結局、今の場面では、「釘1gあたりの本数」か「釘1本あたりの重さ」がわかれば、釘全部の本数を知ることができそうです。

本数と重さを結びつけるものとしては、2つの「単」を考えることができました。実際にどちらを用いるかは、「釘1gあたりの本数」と「釘1本あたりの重さ」のうち、どちらの方が求めやすいかを考えて決めればよいでしょう。

問題：下のグラフは、家を出てからの時間と、その時に家から何 m 進んでいたかを表しています。



家を出てから3分間の速さは分速何 m ですか。また家を出てから3分後から7分後までの間の速さは分速何 m ですか。

(平成19年度数学・問題A 1 2 類題)

分速は「1分あたりに進む距離」で、時間を距離に結びつけるのでした。

$$(\text{進んだ距離(m)}) = (\text{分速 (m/分)}) \times (\text{進んだ時間(分)})$$

ですから、逆に速さを求めるには、進んだ時間とその時間で進んだ距離がわかればよいことになります。

家を出てから3分間では、進んだ時間は3分間です。またその間に進んだ距離は、上のグラフから300 mとわかります。そこで分速を \square m/分 ととりあえず表しておくと、この場面のようなすは、次のように表すことができます。

$$300 \text{ m} = \square \text{ m/分} \times 3 \text{ 分}$$

$300 = \square \times 3$ となるので、ここから $\square = 300 \div 3 = 100$ となります。つまり、最初の3分間の速さは分速100 m (100 m/分)であることがわかります。

家を出てから3分後から7分後までは、進んだ時間は4分間です。またグラフ

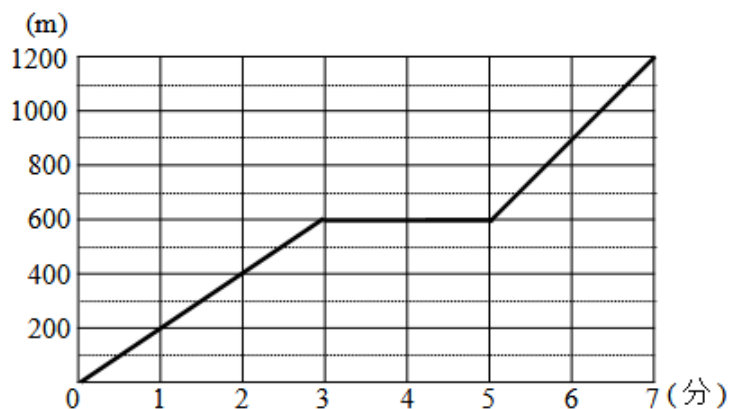
から3分後には300 mのところに行ったのが、7分後には1200 mのところまで進んでいますから、この4分間で進んだ距離は900 mとなります。そこで分速を□=△ m/分 ととりあえず表しておく、この場面のような場合は、次のように表すことができます。

$$900 \text{ m} = \triangle \text{ m/分} \times 4 \text{ 分}$$

$900 = \triangle \times 4$ となるので、ここから $\triangle = 900 \div 4 = 225$ となります。つまり、家を出てから3分後から7分後までの速さは分速225 m (225 m/分)であることがわかります。

3分後までよりも3分後から7分後までの方が速いという結果となりました。これは、上のグラフで、3分後までの部分よりもその後の部分の方が直線の傾きが大きいこととつじつまが合っています。

問題：下のグラフは、家を出てからの時間と、その時に家から何 m 進んでいたかを表しています。



家を出てから3分間の速さと、家を出てから5分後から7分後までの速さとは、どちらの方が速いですか。

(平成19年度数学・問題B 6 (3) 類題)

前の問題と同じようにしてそれぞれの速さを求めてくらべてもいいのですが、この問題ではどちらが速いかわかればいいので、速さを求めなくても判断することができます。

家を出てから3分間に進んだ距離は、上のグラフから600 mとわかります。そこで分速を□=○ m/分 ととりあえず表しておく、この場面のようなすは、次のように表すことができます。

$$600 \text{ m} = \text{○ m/分} \times 3 \text{ 分}$$

家を出てから5分後には600 mのところに行ったのが、7分後には1200 mのところまで進んでいますから、この2分間で進んだ距離も600 mです。そこでこちらの分速を□=△ m/分 ととりあえず表しておく、この場面のようなすは、次のように表すことができます。

$$600 \text{ m} = \text{△ m/分} \times 2 \text{ 分}$$

同じ600 mになるのに○は3をかける必要がありますが、△は2をかけるだけですんでいますから、△の値の方が大きいとわかります。つまり、家を出てから5分後から7分後までの速さの方が、家を出てから最初の3分間の速さよりも速いとわかります。

上の二つの式からわかるように、同じ距離を進んだのであれば、短い時間ですんでいる方が速くなります。

問題：ある地区のバスケットボール・リーグでは、Aチームは今年前半では12試合を行って、観客数の合計が90,000人でした。Bチームは今年前半では14試合を行って、観客数の合計は35,000人でした。

Aチームの1試合あたりの観客数は、Bチームの1試合あたりの観客数の何倍ですか。

(平成25年度算数・問題B 4(1)類題)

「1試合あたりの観客数」は今の場合の□で、試合数を観客数に結びつけています。その関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{今年前半の観客数}) = \square \times (\text{今年前半の試合数})$$

ただしその□はAチームとBチームで異なります。そこで、Aチームの□をとりあえず○人/試合と表し、Bチームの□を△人/試合と表すと、今の場面の情報は、次のように整理することができます。

$$90000 = \bigcirc \text{人/試合} \times 12 \text{ 試合}$$

$$35000 = \triangle \text{人/試合} \times 14 \text{ 試合}$$

$90000 = \bigcirc \times 12$ より $\bigcirc = 90000 \div 12 = 7500$ となるので、Aチームの1試合あたりの観客数は7500人となります。また $35000 = \triangle \times 14$ より $\triangle = 35000 \div 14 = 2500$ となるので、Bチームの1試合あたりの観客数は2500人となります。

Aチームの1試合あたりの観客数がBチームの1試合あたりの観客数の何倍かを考えるには、Bチームの1試合あたりの観客数を何倍するとAチームの1試合あたりの観客数になるかを考えればよいでしょう。そこで、☆倍であるとして、この関係を式で表してみると、次のようになります。

$$(\text{Aチームの1試合あたりの観客数}) = (\text{Bチームの1試合あたりの観客数}) \times \star$$

上で A チームの 1 試合あたりの観客数は 7500 人、B チームの 1 試合あたりの観客数は 2500 人と求めていたので、これを上の式に入れてみます。

$$7500 \text{ 人} = 2500 \text{ 人} \times \star$$

$7500 = 2500 \times \star$ より $\star = 7500 \div 2500 = 3$ となります。つまり、A チームの 1 試合あたりの観客数は B チームの 1 試合あたりの観客数の 3 倍とわかります。

この結果から、B チームにくらべて A チームでは、それぞれの試合に観客がかなり多く応援に来る傾向であったことがわかります。

問題：ある学校の図書室では、昨年 1 年間の貸し出し冊数は 21,006 冊でした。またおとし 1 年間の貸し出し冊数は 20,793 冊でした。ここから、ある子が、おとしより昨年の方が本をよく借りるようになったと言ったところ、別の子が「1 人あたりの貸し出し冊数」も調べた方がよいと発言しました。

では、「1 人あたりの貸し出し冊数」を調べるには、ほかに何かを調べる必要がありますか。もし調べる必要があったら、何を調べたらよいですか。

(平成 28 年度算数・問題 B 4(1)類題)

「1 人あたりの貸し出し冊数」は「人数」を「貸し出し冊数」に結びつけます。

「1 人あたりの貸し出し冊数」を□で表すと、今の場面の量の関係は、次のように表すことができます。

$$(\text{全校の貸し出し冊数}) = \square \times (\text{全校の人数})$$

今の場面では昨年もおとしも、全校の貸し出し冊数はわかっています。しかし上の式にある「全校の人数」は示されていません。したがって、□である「1 人あたりの貸し出し冊数」を求めるには、「全校の人数」を調べる必要があります。

例えば、昨年の全校児童の人数が287人、おととしの全校児童の人数が297人とわかったとします。昨年の「1人あたりの貸し出し冊数」を \square =○冊/人、おととしの「1人あたりの貸し出し冊数」を \square =△冊/人ととりあえず表しておく、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\begin{aligned} \text{昨年} & : 21006 \text{ 冊} = \square \text{ 冊/人} \times 287 \text{ 人} \\ \text{おととし} & : 20793 \text{ 冊} = \square \text{ 冊/人} \times 297 \text{ 人} \end{aligned}$$

$21006 = \square \times 287$ より $\square = 21006 \div 287 = 73.19 \dots$ なので、昨年は1人あたり約73.2冊を借りたことがわかります。また $20793 = \square \times 297$ より $\square = 20793 \div 297 = 70.01 \dots$ なので、おととしは1人あたり約70冊借りていたことがわかります。ここから、おととしよりも昨年の方が1人あたりの貸し出し冊数が多いので、1人あたりの貸し出し冊数で比べても、昨年の方がおととしよりもよく借りるようになったとすることができます。

実際、昨年はおととしよりも全校の児童数は少ないのに、1年間の貸し出し冊数は増えていますから、昨年の方がよく借りていたということは、人数と貸し出し冊数のこうした関係とも合っています。

問題：まもるさんとかおるさんの、それぞれの家から学校までの道のりと、歩いてかかる時間は次の表のようになっています。

	道のり (m)	時間 (分)
㊦ まもるさん	760	16
㊧ かおるさん	1000	20

どちらの方が速いかを調べるために、下の計算をしました。

$$\text{㊦} \quad 760 \div 16 = 47.5$$

$$\text{㊧} \quad 1000 \div 20 = 50$$

わり算の商である47.5と50は「1分間あたりに進む道のり」と「1mあたりにかかる時間」のどちらを表していますか。また、その値を見たときに、どちらの方が速いと言えますか。

(令和3年度算数・問題1(3)類題)

「1分間あたりに進む道のり」は時間を道のりに結びつけます。これに対して「1mあたりにかかる時間」は道のりを時間に結びつけます。これらのことを式の形で表すと次のようになります。

$$(\text{進んだ道のり(m)}) = (1 \text{分間あたりに進む道のり(m/分)}) \times (\text{歩いた時間(分)})$$

$$(\text{歩いた時間(分)}) = (1 \text{mあたりにかかる時間(分/m)}) \times (\text{進んだ道のり(m)})$$

表の中の数値と比べてみると、㊦や㊧の式では(道のり)÷(時間)の計算をしています。上の2つの式を見ると、(道のり)÷(時間)で求まるのは「1分間あたりに進む道のり」であることがわかります。これが今の場面の「単」ということになります。

そこで今度は、㊦と㊧で求めた値を使って、二人の歩くようすを

$$(\text{進んだ道のり}) = (1 \text{分間あたりに進む道のり}) \times (\text{歩いた時間})$$

の形で表してみます。すると次のようになります。

$$\textcircled{ア} \text{まもるさん} : \text{進んだ道のり(m)} = 47.5 \text{ m/分} \times \text{歩いた時間(分)}$$

$$\textcircled{イ} \text{かおるさん} : \text{進んだ道のり(m)} = 50 \text{ m/分} \times \text{歩いた時間(分)}$$

ここから、まもるさんは1分間で47.5 m、2分間で95 m、・・・と進むのに対して、かおるさんは1分間で50 m、2分間で100 m、・・・と進むことがわかります。したがって、まもるさんよりかおるさんの方が速いと言えます。

問題：次の表は、シートの上にすわっている人数とシートの面積を表しています。

	人数(人)	面積(m ²)
ア	18	9
イ	19	10

どちらのシートの方がこんでいるかを調べるために、下の計算をしました。

$$\textcircled{ア} \quad 18 \div 9 = 2$$

$$\textcircled{イ} \quad 19 \div 10 = 1.9$$

わり算の商である2と1.9は「1人あたりの面積」と「1 m²あたりの人数」のどちらを表していますか。また、その値を見たときに、どちらの方が混んでいると言えますか。

(平成30年度算数・問題A4(2)類題

平成25年度算数・問題A4参照)

これも前の問題と同じように考えることができます。

「1人あたりの面積」は人数を面積に結びつけます。これに対して「1 m²あたりの人数」は面積を人数に結びつけます。これらのことを式の形で表すと次のようになります。

$$(\text{全部の面積}(\text{m}^2)) = (1 \text{ 人あたりの面積}(\text{m}^2/\text{人})) \times (\text{全部の人数}(\text{人}))$$

$$(\text{全部の人数}(\text{人})) = (1 \text{ m}^2\text{あたりの人数}(\text{人}/\text{m}^2)) \times (\text{全部の面積}(\text{m}^2))$$

表の中の数値と比べてみると、㊦や㊩の式では(人数)÷(面積)の計算をしています。上の2つの式を見ると、(人数)÷(面積)で求まるのは「1 m²あたりの人数」であることがわかります。これが今の場面の「単」ということになります。

そこで今度は、㊦と㊩で求めた値を使って、二つのシートのようにすを

$$(\text{全部の人数}) = (1 \text{ m}^2\text{あたりの人数}) \times (\text{全部の面積})$$

の形で表してみます。すると次のようになります。

$$\text{㊦のシート} : \text{人数}(\text{人}) = 2 \text{ 人}/\text{m}^2 \times \text{面積}(\text{m}^2)$$

$$\text{㊩のシート} : \text{人数}(\text{人}) = 1.9 \text{ 人}/\text{m}^2 \times \text{面積}(\text{m}^2)$$

ここから、㊦のシートではどの1 m²の部分にも2人がいる程度の混み具合なのに対して、㊩のシートではどの1 m²の部分にも1.9人がいる程度の混み具合となっていることがわかります。したがって、㊩のシートよりも㊦のシートの方が少しだけ混み具合が大きいと言えます。

問題：小学校5年生が40 mハードルをする時、目標タイムを決める一つの方法として、次のような式を使うものがあります。

(目標タイム) = 0.3 × ハードルの台数 + 40 m 走のタイム
この式の「0.3」は何を表していますか。

(平成28年度算数・問題B2(3)類題)

上の式で目標タイムは時間です。また40 m 走のタイムも時間です。ここから「0.3×ハードルの台数」の積は、時間とたし合わせて時間になるような量ですから、これも時間であるとわかります。

「0.3×ハードルの台数」の積が時間なので、「0.3」は「ハードルの台数」を時間に結びつける役割をしていることになります。そのような役割をするのは、「ハードル1台あたりの時間」のはずです。したがって、「0.3」は「ハードル1台あたりにかかる時間」、つまり「ハードルを1台とぶのにかかる時間」ということになります。

ハードルをとぶ時のことをイメージしてみると、40 m をふつうに走るのに比べて、ハードルをとぶためによけいに時間がかかります。そのよけいにかかる時間が「0.3×ハードルの台数」の部分で表されています。

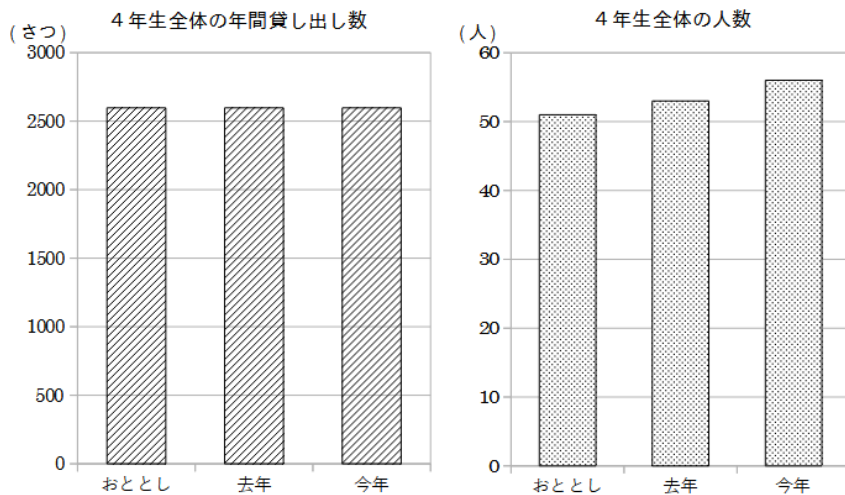
ハードルをとぶのにかかる時間は、置いてあるどのハードルでも同じであると仮定すると、何台かあるハードルをとぶのにかかる全部の時間は、1台とぶのにかかる時間にハードルの台数をかけたものになると考えることができます。

(全部のハードルをとぶのにかかる時間)

$$= (\text{ハードル1台あたりにかかる時間}) \times (\text{ハードルの台数})$$

この「ハードル1台あたりにかかる時間」が上の式の0.3だったわけです。これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ であり、 $\boxed{\text{単}} = 0.3 \text{ 秒/台}$ ということです。

問題：下のグラフはおととし、去年、今年の4年生の図書の貸し出し数と4年生全体の人数です。



この2つのグラフから、4年生1人あたりの貸し出し数についてどのようなことがわかりますか。

(平成31年度算数・問題2(3)類題)

「1人あたりの貸し出し数」は4年生の人数を4年生全体の貸し出し数に結びつけます。ある年の「1人あたりの貸し出し数」を□と表すと、この関係は次のように表すことができます。

$$(\text{その年の4年生全体の貸し出し数}) = \square \times (\text{その年の4年生の人数})$$

上のグラフを見ると、次のことがわかります。

- ・ 4年生全体の貸し出し数はおととしから今年までだいたい同じ。
- ・ 4年生の人数はおととしから今年までふえている。

つまり、おととしから今年まで上の式の左辺にある「4年生全体の貸し出し数」は同じであるのに対して、右辺にある「4年生の人数」はふえています。

かける数である「4年生の人数」が大きくなっているのに、積である「4年生全

体の貸し出し数」が同じになるということは、かけられる数である「単」はおととしから今年にかけて小さくなっているということになります。

ここから、「単」である「1人あたりの貸し出し数」は年をおうごとに減っていることがわかります。

問題：リボンを0.7 m 買ったら、代金は210円でした。

(1) このリボン1 mあたりの代金はいくらですか。

(2) $2100 \div 7$ の計算で求められるのは、何 m の代金ですか。

(平成31年度算数・問題3(4)類題)

(1)

このリボン「1 mあたりの代金」はリボンの長さを代金に結びつけます。これを「単」で表すと、今の場面の量の間関係は、次のように表されます。

$$(\text{その長さ分の代金}) = \text{単} \times (\text{買うリボンの長さ})$$

今の場面では、0.7 m 買った時の代金が210円とわかっています。「1 mあたりの代金」をとりあえず「単」=○円/m と表すことにすると、わかっている情報は次のように整理することができます。

$$210 \text{ 円} = \text{○円/m} \times 0.7 \text{ m}$$

$210 = \text{○} \times 0.7$ から $\text{○} = 210 \div 0.7$ となります。これを計算すると $\text{○} = 300$ です。つまり、「1 mあたりの代金」は「単」=300円/m とわかります。

実際、1 mあたり300円なら、半分の0.5 mなら150円です。さらにその半分の0.25 mは75円となります。これをあわせると0.75 mの代金は225円となりますが、これは0.7 mの代金が210円という場面についてわかっていた情報と、つじつまが合っています。

(2)

先ほどの

$$(\text{その長さ分の代金}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{買うリボンの長さ})$$

という式で、もしもが「1 mあたりの代金」 $\boxed{\text{単}}$ が変わらないのであれば、右辺の「買うリボンの長さ」が10倍になったら、左辺の「代金」も10倍になると考えることができます。

そうであるとする、

$$210 \text{ 円} = \bigcirc \text{ 円/m} \times 0.7 \text{ m}$$

の0.7 mが10倍の7 mになったら、代金の210円は10倍の2100円になります。

つまり、

$$2100 \text{ 円} = \bigcirc \text{ 円/m} \times 7 \text{ m}$$

ここから $2100 = \bigcirc \times 7$ ですから、 $\bigcirc = 2100 \div 7$ となります。つまり、 $2100 \div 7$ で求められるのは \bigcirc ですから、1 mあたりの代金となります。そして、上のことからわかるように、こうして求めた「1 mあたりの代金」は、0.7 mで210円という情報から求めた「1 mあたりの代金」と同じ値になります。

$210 \div 0.7$ の筆算をする時に、小数点を移動して $2100 \div 7$ を計算しているように見えますが、これは、上のように2つの商が同じになることがわかっているからです。

問題：求めたい量が $15 \div 0.6$ の式で求められる場面を、下の（１）から（４）の中からすべて選びましょう。

（１）1 mの重さが15 gの針金があり、その0.6 mの重さを求めたい。

（２）木にニスをするのに、0.6 Lのニスが15 m²の板にぬることができたときに、1 Lでは何m²をぬることができるかを求めたい。

（３）黄色のテープの長さは15 mで、緑色のテープの長さが黄色のテープの長さの0.6倍のときに、緑色のテープの長さを求めたい。

（４）長さが15 mのひもを0.6 mずつ切ったときに、0.6 mのひもが何本できるかを求めたい。

（平成30年度算数・問題A2類題）

（１）

「1 mの重さ」、つまり「1 mあたりの重さ」は長さを重さに結びつけます。これを□で表すと、この場面の量の関係は次のように表すことができます。

$$(\text{針金の重さ}) = \square \times (\text{針金の長さ})$$

今、1 mあたりの重さは□=15 g/m、針金の長さは0.6 mとわかっています。ただ0.6 mの針金の重さはわかっていませんので、これを○ gと表しておくと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\bigcirc \text{ g} = 15 \text{ g/m} \times 0.6 \text{ m}$$

○=15×0.6で求められますから、この場面では、求めたい量を求める式は $15 \div 0.6$ ではありません。

（２）

ニス1 Lあたりのぬることができる面積は、ニスの量を面積に結びつけます。これを□で表すと、この場面の量の関係は次のように表すことができます。

$$(\text{ぬることができる面積}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{使うニスの量})$$

今の場面では、0.6 Lのニスが15 m²の板にぬることができることがわかっています。ただし $\boxed{\text{単}}$ はわかっていないので、これをとりあえず○ m²/Lと表しておいて、わかっている情報を整理すると、次のようになります。

$$15 \text{ m}^2 = \text{○} \text{ m}^2/\text{L} \times 0.6 \text{ L}$$

ここから $15 = \text{○} \times 0.6$ となります。○を求めるには $\text{○} = 15 \div 0.6$ の計算をすればよさそうです。つまり、(2)は求めたい量が $15 \div 0.6$ の式で求められる場面であるとわかります。

(3)

この場面では、緑色のテープの長さが黄色のテープの長さの0.6倍であることがわかっています。つまり、黄色のテープの長さを0.6倍すると緑色のテープの長さになります。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{緑色のテープの長さ}) = (\text{黄色のテープの長さ}) \times 0.6$$

黄色のテープの長さは15 mとわかっていますが、緑色のテープの長さはわかりません。そこで緑色のテープの長さをとりあえず○ mと表して、今の場面の情報を整理すると、次のようになります。

$$\text{○} \text{ m} = 15 \text{ m} \times 0.6$$

$\text{○} = 15 \times 0.6$ で求められますから、この場面では、求めたい量を求める式は $15 \div 0.6$ ではありません。

(4)

ひもを0.6 mずつ切るということは、できたひも1本あたりの長さが0.6 mということです。これが今の場面の $\boxed{\text{単}}$ になります。そして、これにできた本

数をかけると、切る前の 15 m にもどるはずです。つまり、この場面の量の関係は次のように表すことができます。

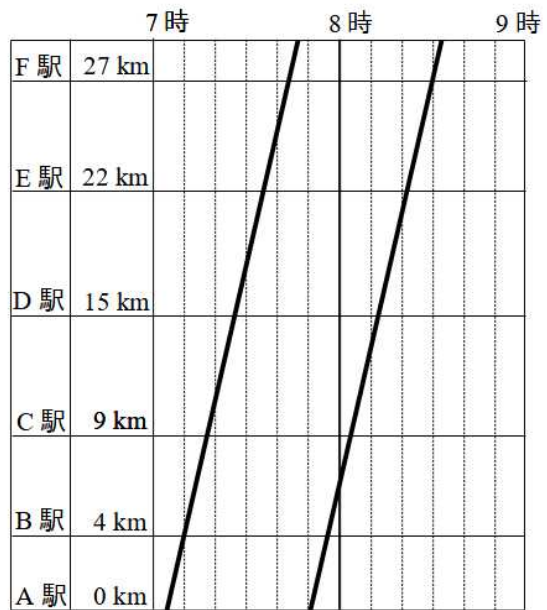
$$(\text{もとのひもの長さ}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{ひもの本数})$$

もとのひもの長さは 15 m とわかっています。また 1 本あたりのひもの長さも 0.6 m/本とわかっています。ただ、何本できるのかはわかっていないので、これをとりあえず○本と表しておくと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$15 \text{ m} = 0.6 \text{ m/本} \times \text{○本}$$

$15 = 0.6 \times \text{○}$ ですから、 $\text{○} = 15 \div 0.6$ で求まります。つまり、(4) も求めたい量が $15 \div 0.6$ の式で求められる場面であるとわかります。

問題：ダイヤグラムでは右図のように、列車の運行のようすが直線で表されています。このように直線で表しているのは、何かが一定であると考えているからです。何を一定だと考えているのでしょうか。



(平成30年度数学・問題B3(1)類題)

平成28年度数学・問題B3(2)参照)

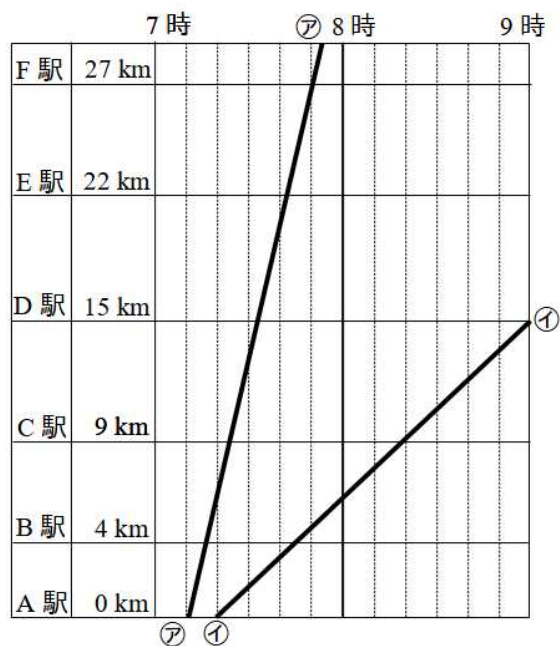
直線は傾きが一定です。ですから、一定だと考えている何かは、直線の傾きが表しているものだということになります。

では直線の傾きは何を表しているでしょう。

右のダイヤグラムでは㊦の直線の方が㊩の直線よりも傾きが大きくなっています。

さらにくわしく見てみると、㊦の直線が表す列車は、7:10から7:50までの40分間で27 km先の駅まで進んでいますが、㊩の直線が表す列車は7:20から9:00までの100分間でまだ15 km先の駅までしか進んでいません。

このようにダイヤグラムの直線



の傾きが大きいと、短い時間でも遠くまで進むことになり、傾きが小さいと、長い時間でも近くまでしか進んでいないことになります。

つまり、直線の傾きは、時間を距離にどのように結びつけるかを表しています。そして、時間を距離に結びつけるのは、単位時間あたりに進む距離である「速さ」でした。ですから、傾きが一定ということは、速さが一定ということになります。

中学校で、直線の傾きは変化の割合にあたることを学習します。変化の割合は

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$$

で求めることができます。ダイヤグラムを見ますと、 x 方向（横軸）は時間、 y 方向（縦軸）は距離ですから、変化の割合は（距離） \div （時間）に当たることになります。（距離） \div （時間）の商は

$$(\text{距離}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{時間})$$

の $\boxed{\text{単}}$ であり、速さになるのでしたから、上で図から確認したことと合っています。

問題：家からコンビニの前を通過して、公園まで自転車で行きました。

家からコンビニまでは660 mで、4分間かかり、分速165 mでした。

コンビニから公園までは990 mで、6分間かかり、分速165 mでした。家から公園までの自転車の速さは、分速何 m ですか。

(令和6年度算数・問題4(4)類題)

家からコンビニまでの4分間は、分速が165 mでした。ずっと同じ速さで走っていたと仮定して考えると、最初の1分間で165 m進み、次の1分間で165 m進み、…というペースでコンビニまで進んだこととなります。

コンビニから公園までの8分間も、分速が165 mでした。やはりずっと同じ速さで走っていたと仮定すると、家を出てから4分後からの1分間に165 m進み、次の1分間で165 m進み、…というペースで進み、最後の1分間も165 m進んで公園に着いたと考えられます。

つまり、家を出てから公園に着くまでの10分間の間、どの1分間でも165 mずつ進んでいたこととなります。これは、家を出てから公園に着くまでの全体の動きにおいて、分速が165 mであったことを意味します。したがって、家から公園までの自転車の速さは、分速165 mであったとわかります。

確かめてみます。家からコンビニまでは660 mで、コンビニから公園までは990 mですから、家から公園までは $660+990=1650$ で、1650 mあります。また家からコンビニまで4分間かかり、コンビニから公園まで6分間かかりましたから、家から公園までは10分間かかったこととなります。

1650 mの距離を10分間で走ったので、 $1650 \div 10 = 165$ から、分速はやはり165 mと求められます。

コンビニまでが分速165 mで、コンビニからが分速165 mなので、公園まではあわせて分速330 mと思ってしまうかもしれません。しかし、速さは移動全体のようすを特徴づける目安でした。今の場面ではコンビニを通過する前後で動き方の特徴は変わっていないので、速さも変わらないのです。

タイプ2の問題

問題：1冊80円のノートを○冊買った時の代金を△円と表します。この場面のようすを式で表しましょう。

(平成20年度数学・問題A9(1)類題)

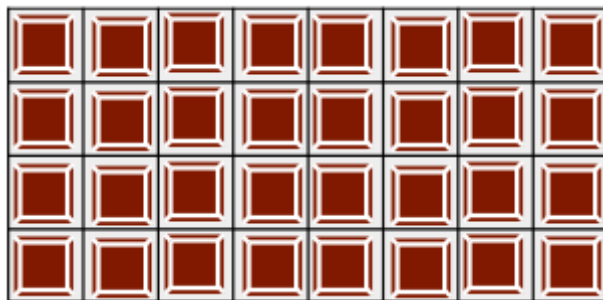
「1冊80円のノート」ということは「ノート1冊あたり80円」ということです。これが今の場面の□で、冊数を代金に結びつけています。

$$(\text{代金}) = \square \times (\text{冊数})$$

今の場面では□=80円/冊とわかっています。冊数はわかりませんが、とりあえず○冊と表すことになっています。代金は△円と表すことになっていますから、これらを上式の式に入れてみると、今の場面のようすは次のように表すことができます。

$$\triangle \text{円} = 80 \text{円/冊} \times \bigcirc \text{冊}$$

問題：1個25円のチョコレートを買おうと思います。お店で見たら下図のような箱に入ったセットがありました。1箱のチョコレートの代金はいくらですか。ただし箱代はかからないとします。



(平成19年度算数・問題B2類題)

図を見るとチョコレートは $4 \times 8 = 32$ より32個あることがわかります。「1個25円のチョコレート」ということは「チョコレート1個あたり25円」ということですから、32個分の代金は次のようにして求めることができます。

$$(\text{代金(円)}) = 25 \text{ 円/個} \times 32 \text{ 個}$$

ただ、上の図は4個のチョコレートが8列なので、1列あたりの値段を考えても求めることができそうです。しかも、今の場面ではチョコレートは1個あたり25円なので、4個では $25 \times 4 = 100$ で100となります。つまり、「1列あたりの値段」を改めて今の場面の「単」と考えると、「単」=100円/列となります。そして、チョコレートは全部で8列あるのでしたから、代金は次のようにしても求められることとなります。

$$(\text{代金(円)}) = 100 \text{ 円/列} \times 8 \text{ 列}$$

しかも、このように考えた時には代金は 100×8 で求められるので、計算がたいへんかんたんになることもわかります。

【補足】

上のことは、4年生で学習する式のきまりを使った、次のような計算と同じことをやっています。

$$25 \times 32 = 25 \times (4 \times 8) = (25 \times 4) \times 8 = 100 \times 8$$

問題：1 m あたりの値段が 80 円のリボンを買います。

(1) リボンを 3 m 買った時の代金はいくらですか。

(2) 0.7 m のリボンを買った時の代金は、7 m のリボンを買った時の代金の何倍ですか。

(平成 29 年度算数・問題 A 1(1)(3) 類題)

今の場面では 1 m あたりの代金が 80 円とわかっています。1 m あたりの代金を \square で表すと、 $\square = 80 \text{ 円/m}$ ということになります。

この \square は長さを代金に結びつけていますが、その関係は次のようになります。

$$(\text{代金}) = \square \times (\text{買う長さ})$$

(1)

3 m 買う時の代金は、上の「買う長さ」に 3 m を入れると求まります。その代金をとりあえず \bigcirc 円と表すと、今の場面の情報は次の整理できます。

$$\bigcirc \text{ 円} = 80 \text{ 円/m} \times 3 \text{ m}$$

$\bigcirc = 80 \times 3 = 240$ なので、3 m 買った時の代金は 240 円となります。

(2)

0.7 m 買った時の代金を \triangle 円、7 m 買った時の値段を \star 円と表しておくと、わかっている情報を次のように整理することができます。

$$\triangle\text{円} = 80 \text{ 円/m} \times 0.7 \text{ m}$$

$$\star\text{円} = 80 \text{ 円/m} \times 7 \text{ m}$$

ここで0.7を10倍すると7になること、逆に言えば、7を0.1倍、あるいは $\frac{1}{10}$ 倍すると0.7になることを思い出します。この関係を上の式でも使ってみると、次のようなことがわかります。

$$\begin{aligned}\triangle\text{円} &= 80 \text{ 円/m} \times 0.7 \text{ m} \\ &= 80 \text{ 円/m} \times (7 \times 0.1) \text{ m} \\ &= (80 \text{ 円/m} \times 7 \text{ m}) \times 0.1 \\ &= \star\text{円} \times 0.1\end{aligned}$$

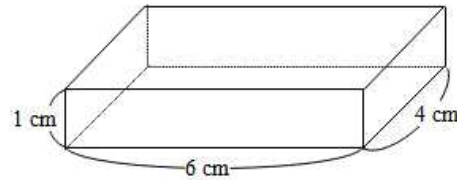
$$\begin{aligned}\star\text{円} &= 80 \text{ 円/m} \times 7 \text{ m} \\ &= 80 \text{ 円/m} \times (0.7 \times 10) \text{ m} \\ &= (80 \text{ 円/m} \times 0.7 \text{ m}) \times 10 \\ &= \triangle\text{円} \times 10\end{aligned}$$

つまり、 \triangle 円は \star 円の0.1倍であり、 \star 円は \triangle 円の10倍であることがわかります。0.7 mのリボンを買った時の代金が \triangle 円、7 mのリボンを買った時の代金が \star 円でしたから、0.7 mのリボンを買った時の代金は、7 mのリボンを買った時の代金の0.1倍ということになります。

80×0.7の積を求める時に、80×7の積を求めて、その0.1倍を考えればよいのは、こうした理由によるものです。

問題：右下のような直方体があります。

この直方体で高さを2倍、
3倍にすると、体積はどのよう
に変わりますか。



(平成24年度算数・問題A 9類題)

直方体の体積は「たて×横×高さ」で求められることを、5年生の時に学習しました。ですから、上の直方体の体積は $4 \times 6 \times 1 = 24$ より 24 cm^3 とわかります。

また、6年生の時には角柱の体積は「底面積×高さ」で求められることも学習しました。今の直方体を四角柱と考えると底面積は $4 \times 6 = 24$ より 24 cm^2 となります。上の直方体は底面積が 24 cm^2 、高さが 1 cm の四角柱ですから、その体積は $24 \times 1 = 24$ より、やはり 24 cm^3 となります。

上の直方体で高さだけを変える時には、底面積は変わりませんから、その体積は次のように求められることとなります。

$$(\text{直方体の体積}(\text{cm}^3)) = 24 \text{ cm}^2 \times (\text{直方体の高さ}(\text{cm}))$$

この式を例えば「(代金) = \square × (買う個数)」の式と比べてみると、単価である \square が「個数」を「代金」に結び付けているように、「 24 cm^2 」の部分は直方体の「高さ」を「体積」に結び付けていると見ることができます。つまり「 24 cm^2 」の部分が今の場面の \square であり、「高さ 1 cm あたりの体積」を表していると見ることができます。

ここから、「買う個数」が2倍、3倍になると「代金」が2倍、3倍になるように、「高さ」が2倍、3倍になると、同じ \square に2倍や3倍の高さかけるので、「体積」も2倍、3倍になることがわかります。

なお「 24 cm^2 」を今の場面の \square である「高さ 1 cm あたりの体積」と見ることは、単位の点からも説明することができます。「 24 cm^2 」の単位は「 cm^2 」ですが、これ

は次のように「 cm^3/cm 」と見ることもできます。

$$\text{cm}^2 = \text{cm} \times \text{cm} = \frac{\text{cm} \times \text{cm} \times \text{cm}}{\text{cm}} = \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}} = \text{cm}^3/\text{cm}$$

「円/個」が単価、つまり「1個あたりの値段」を表していたように、「 cm^3/cm 」は「1 cmあたりの体積」を表していると見るができるわけです。

問題：水が3 L入っている水そうに、1分間あたり2 Lの水を入れていきます。水を入れ始めてから○分後の水そうの水の量が△ Lである時、△を○を使った式で表しましょう。

(平成25年度数学・問題A 1 2類題)

水を入れて○分経った時の水の量は、初めから水そうに入っていた水の量に、あとから入れた水の量を合わせたものになります。

$$(\text{○分後の水の量(L)}) = (\text{初めに入っていた水の量(L)}) + (\text{○分間で入った水の量(L)})$$

ここで「○分後の水の量」は△ Lと表すことになっています。また、「初めに入っていた水の量」は3 Lとわかっています。これをとりあえず入れてみると、次のようになります。

$$\Delta L = 3 L + (\text{○分間で入った水の量(L)})$$

「○分間で入った水の量」はわかりませんが、「1分間あたりに入る水の量」はわかっています。「1分間あたりに入る水の量」は時間を水の量に結びつけますが、これが今の場面の「単」と考えられます。それをを用いると、「○分間で入った水の量」は次のように表すことができそうです。

$$(\text{○分間で入った水の量(L)}) = \boxed{\text{単}} \times (\text{水を入れた時間(分)})$$

今の場面では Δ =2 L/分、水を入れた時間は○分となっています。これを上の式に入れると、次のようになります。

$$(\text{○分間で入った水の量(L)})=2 \text{ L/分} \times \text{○分}$$

ここまでわかったことをすべて組み合わせて、場面の情報を整理すると、場面のようすは次のように表すことができます。

$$\Delta \text{ L}=3 \text{ L}+2 \text{ L/分} \times \text{○分}$$

ここから $\Delta=3+2 \times \text{○}$ となることがわかります。

問題：縦が 23.5 cm、横が 12 cm の長形 3 号の封筒は定形郵便物として送ることができます。一方、縦が 20.5 cm、横が 14.2 cm の角形 7 号の封筒は定形外郵便物の扱いになります。

そして送るのに必要な料金は、右の表のようになっています。

今、送りたい品物を長形 3 号の封筒に入れたら 35 g に、角形 7 号の封筒に入れたら 36.4 g になりました。

	重さ	料金
定形郵便物	25 g 以内	84 円
	50 g 以内	94 円
定形外郵便物	50 g 以内	120 円
	100 g 以内	140 円
	150 g 以内	210 円

(2024 年 3 月現在)

料金を安くしたいので、長形 3 号の封筒で送ることにします。全部で 50 通送るとすると、長形 3 号の封筒で送る場合は、角形 7 号の封筒で送る場合に比べて、何円安くなりますか。

(平成 29 年度算数・問題 B 2(1)類題)

長形 3 号の封筒で 50 通を送る場合の料金と、角形 7 号の封筒で 50 通を送る場合の料金とを求めて、その差を考えてもよいのですが、ここではもう少し楽をするために、1 通あたりの安くなる金額を考えて、それをもとに 50 通ではいくら安くなるかを考えてみます。つまり、単として「1 通あたり安くなる金額」を用いてみることにします。50 通送ったときに安くなる金額は次のようにして求めるはずで

$$(50 \text{ 通送った時に安くなる金額}) = \text{単} \times 50 \text{ 通}$$

そこでこの単がいくらになるかを求めてみます。

今、送りたい品物を長形 3 号の封筒に入れると 35 g になり、角形 7 号の封筒に入れると 36.4 g になることがわかっています。この情報を参考にしながら、今度は料金の表を見てみます。

長形 3 号は定形郵便物なので、表の上側を見ます。そして今、送ろうとしているものは 35 g で、25 g よりは重く 50 g よりは軽くなっています。ここから、料金

は1通あたり94円とわかります。

一方、角形7号は定形外郵便物ですから、表の下側を見ます。そして今、送ろうとしているものは36.4gですから、50g以内です。ここから、料金は1通あたり120円とわかります。

1通あたりの料金が94円と120円ですから、その差は26円となります。つまり、「1通あたり安くなる金額」は26円であり、 $\boxed{\text{単}}=26\text{円/通}$ となります。

まだわかっていない「50通送った時に安くなる金額」をとりあえず○円と表し、今の場面の情報を整理してみると、 $\boxed{\text{単}}=26\text{円/通}$ なので、次のようになります。

$$\text{○円} = 26\text{円/通} \times 50\text{通}$$

$\text{○} = 26 \times 50 = 1300$ なので、角形7号の封筒ではなく、長形3号の封筒を使って50通送ると1300円安くなることがわかります。

問題：運動会でクラス対抗の玉入れを計画しています。玉入れは3回戦行いますが、1回にかかる時間は、玉を投げる時間と入れた玉をかぞえる時間をあわせて3分以内にしなければなりません。

ためしに玉を50秒間投げてもらったところ、入れた玉の数は64個でした。入れた玉をかぞえるのに玉1個あたり2秒かかるとすると、投げる時間を50秒間にした時、1回にかかる時間は3分以内におさまりますか。

(平成30年度算数・問題B 2(2)類題)

1回にかけられる時間は3分、つまり180秒ですが、投げる時間が50秒の時は、かぞえるのに使える時間は130秒以内にする必要があります。そこで、かぞえるのに何秒かかりそうかを調べてみます。

今、玉1個あたりかぞえる時間は2秒とわかっています。これを今の「単」と考えると「単」=2秒/個ということです。これは玉の個数をかぞえる時間に結び付けています。

$$(\text{かぞえるのにかかる時間}) = \text{単} \times (\text{玉の個数})$$

また、玉の個数は64個とわかっていますが、64個をかぞえるのにかかる時間はわかっていません。そこで、かかる時間をとりあえず○秒と表しておくと、場面の情報は次のように整理することができます。

$$\text{○秒} = 2 \text{ 秒/個} \times 64 \text{ 個}$$

○=2×64なので○=128となります。つまり64個をかぞえるには128秒かかることがわかります。これはかぞえるために使える130秒より短いので、投げる時間を50秒間にしても、1回にかかる時間は3分間におさまりそうだと考えることができます。

問題：木でつくった棒に、すべりどめのためにひもがまかれています。

同じものを作るために、ひもの長さを知りたいと思います。

今、1巻きの長さは調べました。必要なひものおよそ長さを知るためには、1巻きの長さのほかに何を調べるとよいでしょうか。ただし棒の太さはどこでも同じになっているとします。

(令和2年度算数・問題2(4)類題)

1巻き長さを「1巻きあたりの長さ」と考えると、これは「巻数」を「長さ」に結びつける[単]ということになります。単位をつけるとすれば、「cm/巻」です。

今、知りたいのはひも全体の長さです。「巻数」を「長さ」に結びつける[単]がわかっていて、長さを知りたいのですから、あと知る必要があるのは「巻数」の部分ということになります。

つまり、何回巻いているかを調べれば、長さを求めることができるとわかります。そのとき、量の間関係は次のようになると考えられます。

$$(\text{ひも全体の長さ}) = [\text{単}] \times (\text{ひもの巻数})$$

問題：歩道橋の渡る部分が歩道からどれ位の高さにあるのかを調べたい

と思っています。今、歩道から歩道橋の渡る部分まで登ったところ、階段は30段ありました。あと何を調べると歩道橋のおよその高さがわかりますか。

(平成21年度算数・問題B 1(1)類題)

知りたいのは歩道橋の渡る部分までの高さです。そこまで階段が30段あることもわかっています。したがって、段数を高さに結びつける情報があればよさそうです。段数を高さに結びつけるのは「1段あたりの高さ」ですから、これが今の場面の[単]ということになります。単位をつけるとすれば、「m/段」です。

この[単]を用いて、今の場面のようにすを式で表すと、次のようになります。

$$(\text{歩道橋の渡る部分の高さ}) = [\text{単}] \times (\text{渡る部分までの階段の段数})$$

問題：分速○ mで△分間歩いた時の進んだ道のりを☆ mとします。この時の関係は次のように表すことができます。

$$\star m = \bigcirc \text{ m/分} \times \triangle \text{ 分} \cdots (*)$$

歩いた時間が2倍、3倍になったら、進む道のりは何倍になりますか。また歩いた時間が $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍になったら進む道のりは何倍になりますか。

(平成26年度数学・問題A10(3)類題)

今の場面で例えば10分間の2倍の20分間歩いたとします。その歩いたようすは次のように表すことができます。

$$\star m = \bigcirc \text{ m/分} \times 20 \text{ 分}$$

20分は(10分)×2と表すことができますから、これを上の式に入れると、次のようになります。

$$\star m = \bigcirc \text{ m/分} \times (10 \text{ 分}) \times 2$$

ここで○ m/分 × (10分)の部分は10分間で歩いた距離を表しています。つまり、20分間で歩いた距離は10分間で歩いた距離の2倍になることが、式の形からもわかります。

一方で10分間の $\frac{1}{2}$ 倍の5分間歩いたとします。その歩いたようすは次のように表すことができます。

$$\star m = \bigcirc \text{ m/分} \times 5 \text{ 分}$$

5分は(10分)× $\frac{1}{2}$ と表すことができますから、これを上の式に入れると、次の

ようになります。

$$\star m = \bigcirc \text{ m/分} \times (10 \text{ 分}) \times \frac{1}{2}$$

ここで $\bigcirc \text{ m/分} \times (10 \text{ 分})$ の部分は 10 分間で歩いた距離を表しています。つまり、5 分間で歩いた距離は 10 分間で歩いた距離の $\frac{1}{2}$ 倍になることが、式の形からもわかります。

10 分のところはほかの時間に変えても同じように考えることができます。ここから、歩いた時間が 2 倍になれば歩いた距離も 2 倍に、歩いた時間が $\frac{1}{2}$ 倍になれば歩いた距離も $\frac{1}{2}$ 倍になることを、式の形から確かめることができます。

さらに 2 倍や $\frac{1}{2}$ 倍のところを 3 倍や $\frac{1}{3}$ 倍に変えても同じように考えることができます。ここから、歩いた時間が 3 倍になれば歩いた距離も 3 倍に、歩いた時間が $\frac{1}{3}$ 倍になれば歩いた距離も $\frac{1}{3}$ 倍になることも、式の形から確かめることができます。

ここで見てきたことを、2 倍や $\frac{1}{2}$ 倍の代わりに \square 倍として表すと、次のようにまとめることができます。

$$\bigcirc \text{ m/分} \times (\triangle \text{ 分} \times \square) = (\bigcirc \text{ m/分} \times \triangle \text{ 分}) \times \square$$

$(\triangle \text{ 分} \times \square)$ は時間 \triangle 分を \square 倍にすることを、 $(\bigcirc \text{ m/分} \times \triangle \text{ 分}) \times \square$ は分速 $\bigcirc \text{ m}$ で \triangle 分歩いた距離を \square 倍することを表しています。

式の形は、4 年生で学習した計算のきまりに似ていることがわかります。

問題： 先生が持っている折り紙を6人に等しく分けたら、1人5枚ずつになりました。先生が持っていた折り紙の枚数を□枚とすると、この場面のようなすはどのように式で表すことができますか。

(平成29年度算数・問題A8類題)

折り紙を分け終わったようすをイメージすると、6人の前に1人5枚ずつの折り紙があります。そして、これらの折り紙を全部集めると、はじめに持っていた折り紙になるはずです。

「1人5枚ずつ」を「1人あたり5枚」と考え、これを□で表すと、□=5枚/人となります。また人数は6人とわかっています。はじめに持っていた枚数はわかってはいませんが、これを□枚と表すことにはなっています。

そこで、こららを使って場面の様子を式で表すと、次のようになります。

$$\square \text{枚} = 5 \text{枚/人} \times 6 \text{人}$$

つまり、 $\square = 5 \times 6$ となります。

なお「1人あたりの枚数」である5を求める式であれば $\square \div 6 = 5$ になりますし、そこにいる人数である6を求める式であれば $\square \div 5 = 6$ となります。

問題： 先生が持っている折り紙を、そこにいる子どもたちに配ろうと思います。1人に5枚ずつ配ると8枚あまります。1人に6枚ずつ配ろうとすると、今度は4枚たりません。

先生が持っている折り紙は何枚でしょう。

(令和2年度数学・問題A3(2)類題)

平成21年度数学・問題A3(3),

平成20年度数学・問題A3(2)参照)

前の問題と同じように、先生が持っている折り紙の枚数を□枚と表し、わかっている情報を整理してみます。

場面の中でわかっているのは、前の問題と同じように、1人に5枚ずつ配るとか、1人に6枚ずつ配るという情報です。これは人数を枚数に結びつける「単」で、単位をつけるとすれば「枚/人」となるのでした。

この「単」を用いては□枚を表すのですが、今の問題では人数がわかりません。そこで子どもたちの人数をとりあえず○人と表して、場面の情報をさらに整理してみます。

1人に5枚ずつ配ると8枚あまるということは、先生の持っている折り紙の枚数は、○人に5枚ずつ配った時の枚数より8枚多いということです。そこで、先生の持っている折り紙の枚数は次のように表すことができます。

$$\square \text{枚} = 5 \text{枚/人} \times \bigcirc \text{人} + 8 \text{枚}$$

また、1人に6枚ずつ配ると4枚たりないということは、先生の持っている折り紙の枚数は、○人に6枚ずつ配った時の枚数より4枚少ないということです。そこで、先生の持っている折り紙は、次のようにも表すことができます。

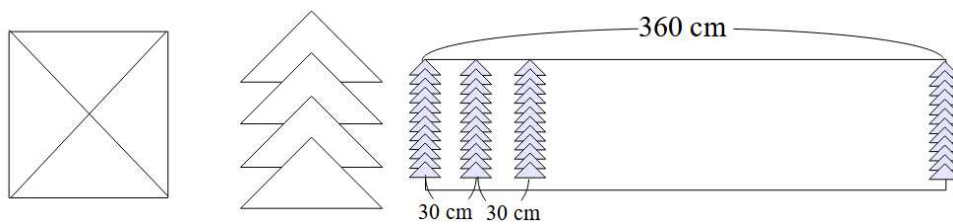
$$\square \text{枚} = 6 \text{枚/人} \times \bigcirc \text{人} - 4 \text{枚}$$

この2つの式は同じ□枚を表しているので、同じになるはずですが、「5枚/人 × ○人」に8枚を加えても、「6枚/人 × ○人」よりまだ4枚少ないということは、「5枚/人 × ○人」は「6枚/人 × ○人」より12枚少ないことになります。そして、5枚ずつ配った枚数が6枚ずつ配った枚数より12枚少なくなるのは、人数が12人の場合です。ここから子どもたちは12人いたことがわかります。

実際、上の「5枚/人」の式に12人を入れると、□枚=68枚となります。12人に6枚ずつ配るには72枚が必要ですから、確かにそれより4枚少なくなっています。

問題：教室の後ろにある掲示板に、三角つづりの飾りをつけようと思います。

三角つづりは、折り紙を左の図のように4等分にしてできた三角形を真ん中の図のようにはりつけ、12枚をはりつけたものが1個となります。この三角つづりを、右の図のように30 cmずつ間をあけてはります。また、掲示板の両はしにもつけようと思います。掲示板の横はばは360 cmです。



今、手もとに折り紙が40枚あります。掲示板に三角つづりをつけるのに、この40枚で足りるでしょうか。

(平成30年度算数・問題B 2(2)類題)

掲示板の幅は360 cmで、三角つづりは30 cmの間をあけてつけるので、この間は12個できます。ただ、掲示板の両はしにもつけるので、必要な三角つづりの数は間の数より1つ多くなり13個となります。そこで、13個の三角つづりを作るのに40枚で足りるかを調べればよいことになります。

そこで三角つづりの個数を折り紙の枚数に結びつけるために、 \square として「三角つづり1個あたりの折り紙の枚数」を考えてみます。この \square を使うと、場面に出てくる量の関係は次のように表すことができるはずです。

$$(\text{必要な折り紙の枚数}) = \square \times (\text{作りたい三角つづりの個数})$$

ただ、この \square について問題では示されていないので、わかっていることから求めてみることにします。

三角つづりは三角形を12枚はりつけて作ります。この三角形は、折り紙を4等分して作られたものなので、折り紙1枚から三角形は4枚できることになり

ます。したがって、三角形を 12 枚作るには折り紙 3 枚が必要とわかります。つまり、「三角つづり 1 個あたりの折り紙の枚数」は 3 枚となります。ここから、今の場面では「単」=3 枚/個ということになります。

作りたい三角つづりの個数は、上で 13 個とわかりました。そのために必要な折り紙の枚数はわかっていませんので、とりあえずこれを○枚と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\text{○枚} = 3 \text{ 枚/個} \times 13 \text{ 個}$$

○=3×13=39 なので、13 個の三角つづりを作るのに必要な折り紙は 39 枚とわかります。したがって、手もとにある 40 枚の折り紙で足りることになります。

この問題では「単」がはっきりとは示されていません。場面をイメージする中でどのような「単」が必要かを考えます。そしてその「単」について、わかっていることをもとに調べていく中で、わかっている情報を上のような形に整理していくことがたいせつです。

タイプ3の問題

問題：歩幅が65 cmの人が1500 mの道を歩くと、歩数は何歩になりますか。

(令和6年度算数・問題4(1)類題)

「歩幅が65 cm」ということは「1歩あたりに進む長さが65 cm」ということですから、これが今の□であり、歩数を進んだ長さに結びつけています。

$$(\text{進んだ長さ}) = \square \times (\text{歩数})$$

1500 m進むときの歩数を知りたいので、歩数もmで表しておいた方がべんりそうです。65 cmは0.65 mですから、今の場面では、□=0.65 m/歩となります。1500 m進んだ時の歩数はわかっていないので、とりあえず○歩と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$1500 \text{ m} = 0.65 \text{ m/歩} \times \text{○歩}$$

$1500 = 0.65 \times \text{○}$ ですから、 $\text{○} = 1500 \div 0.65 = 2307.692\cdots$ となります。つまり、歩数は2307歩か2308歩であろうとわかります。

もちろん、実際に歩いているときは歩幅はいつも65 cmちょうどとは限りませんから、ちょうど2307歩か2308歩になるかはわかりません。ただ、同じ歩幅で歩くと仮定して考えたときには、2307歩か2308歩くらいであると予想することはできます。

問題： 1枚の厚さが0.4 cmの板が何枚か積んであります。積んである高さを測ったら70 cmでした。板は何枚あるでしょう。

(平成20年度数学・問題B 3(1)類題)

「1枚の厚さが0.4 cm」ということは「1枚あたり厚さ0.4 cm」ということですから、これが今の□であり、これが板の枚数を積まれた板の厚みに結びつけています。積まれた全体の厚みが高さですから、量の間関係は次のように表すことができます。

$$(\text{板の高さ}) = \square \times (\text{板の枚数})$$

今の場面では、□=0.4 cm/枚とわかっています。また積まれた板の高さも70 cmとわかっています。ただ枚数はわかっていないので、とりあえず○枚と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$70 \text{ cm} = 0.4 \text{ cm/枚} \times \text{○枚}$$

$70 = 0.4 \times \text{○}$ ですから、 $\text{○} = 70 \div 0.4 = 175$ となります。つまり、積まれた板は175枚あることがわかります。

今のような場面では全体の高さは測定しやすいので、枚数を全体の高さに置き換えて考えています。このように、知りたい量を他の量に置き換えて考えることを、「関数の考え」といいます。

問題： ゆみさんは公園で、カートに乗るために列に並んでいます。
今、ゆみさんの前には24人が並んでいます。カートには4人が乗
ることができます。
ゆみさんは一番早くて何番目のカートに乗ることができますか。

(平成23年度算数・問題B 5(1)類題)

ゆみさんの前に並んでいる24人がカートに乗った後、ゆみさんはその次のカートに乗ることができます。そこで、まず24人が乗るのにカートが何台必要かを考えます。

今、カート1台に4人乗ることができるとわかっています。「一番早く」ゆみさんの番がまわってくるには、前に並んでいる24人が4人ずつカートに乗って来て、24人全員がカートに乗ってしまえばよさそうです。

では24人がカートに乗るには、カートが何台必要かを考えます。

1台に4人乗ることができるということは、「1台あたり4人」ということですから、これを今の場面の「単」と考えると、「単」=4人/台 となります。ゆみさんの前にいる24人が全員カートに乗るために必要なカートの台数を、とりあえず○台と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$24 \text{ 人} = 4 \text{ 人/台} \times \text{○台}$$

$24 = 4 \times \text{○}$ より $\text{○} = 24 \div 4 = 6$ なので、カートが6台で24人全員が乗ることができます。つまり、6番目のカートでゆみさんの前にいる人がいなくなるので、一番早くに乗れるとすれば、ゆみさんは7番目のカートに乗ることができます。

問題： 旅行の計画を立てるのにバス会社のツアーを調べています。あるツアーは通常料金は一人あたり 4500 円ですが、20 人でまとまって団体ツアーの形にすると 81000 円で申し込めるそうです。

団体ツアーの料金は、通常料金の何人分にあたりますか。

(平成 30 年度数学・問題 B 5(2)類題)

今の場面では、支払う全部の料金はツアー料金の 81000 円です。ただこの料金が通常料金の何人分かを調べているので、1 人あたりの料金としては 4500 円を考えることになります。つまり、 $\square = 4500$ 円/人で考えます。何人分に当たるかはわかっていないので、とりあえずこれを○人と表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$81000 \text{ 円} = 4500 \text{ 円/人} \times \text{○人}$$

$81000 = 4500 \times \text{○}$ ですから、 $\text{○} = 81000 \div 4500 = 18$ となります。これより、ツアー料金は通常料金の 18 人分であることがわかります。団体ツアーの形にして申し込むと 18 人分の料金で 20 人がツアーに行けるということです。

問題：軽トラックには350 kgまで荷物を積むことができます。このトラックで18往復したら、荷物を何kgまで運ぶことができますか。

(令和6年度算数・問題2(1)類題)

もちろん、「軽トラックには350 kgまで荷物を積むことができる」とあるので、これを「1往復あたり運ぶことのできる重さ」ととらえて、今の場面の $\boxed{\text{単}}$ と考えることもできます。つまり $\boxed{\text{単}}=350\text{ kg/往復}$ です。これで考えると、18往復で運ぶことのできる重さは、

$(18\text{ 往復で運ぶことのできる重さ(kg)}) = 350\text{ kg/往復} \times 18\text{ 往復}$
から $350 \times 18 = 6300$ で、6300 kgと求めることができます。

今の場面では、1往復で350 kg運ぶことができることから、2往復すると700 kg運ぶことができるとすぐにわかります。そこで、2往復を1セットと考えて、「1セットあたりの重さは700 kg」を今の場面の $\boxed{\text{単}}$ と考えることもできます。つまり、 $\boxed{\text{単}}=700\text{ kg/セット}$ を考えて、700というきりのよい数を利用して、計算をかんたんにするという工夫をすることができます。

そこで18往復が何セットにあたるかを考えてみます。1セットは2往復ですから、これを今の場面のもう一つの $\boxed{\text{単}}$ と考えると、 $\boxed{\text{単}}_2=2\text{ 往復/セット}$ となります。そして、18往復が○セットだと表しておく、次のようになります。

$$18\text{ 往復} = 2\text{ 往復/セット} \times \text{○セット}$$

$18 = 2 \times \text{○}$ より $\text{○} = 18 \div 2 = 9$ で、9セットとわかります。ここから18往復で運ぶことのできる重さは次のようにして求めることができます。

$$\begin{aligned} (18\text{ 往復で運ぶことのできる重さ}) &= (9\text{ セットで運ぶことのできる重さ}) \\ &= 700\text{ kg/セット} \times 9\text{ セット} = 6300\text{ kg} \end{aligned}$$

このように、場面の数値に応じて、考えやすい単位を自分なりに工夫して作り、場面をその単位でとらえなおしてみることも大切です。

問題： 大小2台の灯油ストーブがあります。大きいストーブは1時間あたり0.65 Lの灯油を使用します。小さいストーブは1時間あたり0.2 Lの灯油を使用します。灯油を18 L用意した時に、それぞれのストーブで使える時間には、何時間のちがいがありますか。

(令和6年度数学・問題8(2)類題)

1時間あたりに使う灯油の量は、ストーブをつけている時間をその間に消費する灯油の量に結びつけます。

(消費する灯油の量)=(1時間あたりに使う灯油の量) \times (つけている時間)

今、大きいストーブの1時間あたりに使う灯油の量を $\square_{大}$ で表し、小さいストーブの1時間あたりに使う灯油の量を $\square_{小}$ で表すと、場面のわかっている情報から、

$$\square_{大}=0.65 \text{ L/時}$$

$$\square_{小}=0.2 \text{ L/時}$$

となっています。

また大きいストーブが18 Lの灯油を使う時間を $\bigcirc_{大}$ 時間と表し、すと、小さいストーブが18 Lの灯油を使う時間を $\bigcirc_{小}$ 時間と表すと、結局、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$18 \text{ L}=0.65 \text{ L/時} \times \bigcirc_{大}\text{時間}$$

$$18 \text{ L}=0.2 \text{ L/時} \times \bigcirc_{小}\text{時間}$$

$18=0.65 \times \bigcirc_{大}$ ですから、 $\bigcirc_{大}=18 \div 0.65=27.69 \dots$ となります。また、 $18=0.2 \times \bigcirc_{小}$ ですから、 $\bigcirc_{小}=18 \div 0.2=90$ となります。つまり、18 Lの灯油を用意すると、大きいストーブでは約27.7時間(約27時間42分間)しか使うことができませんが、小さいストーブでは90時間使うことができます。使える時間の差は $90-27.7=62.3$ で約62.3時間(62時間18分間)となります。

27.7時間は90時間の約0.308倍です。0.65 Lが0.2 Lの3.25倍なので、時間はその逆数の約0.308倍になっているのです。

問題： 工作をするのにひもをみんなに 80 cm ずつ配ろうと思います。
今あるひもは 2000 cm の長さだそうです。子どもは 24 人います。
今あるひもで 24 人の子どもたちに 80 cm ずつ配ることができるか
を考えるために、3 人の人がそれぞれ次のような式を作りました。

$$\text{A さん： } 80 \times 24 = 1920$$

$$\text{B さん： } 2000 \div 80 = 25$$

$$\text{C さん： } 2000 \div 24 = 83.33 \dots$$

それぞれの式が何を調べようとしているのかを説明しましょう。

(平成 28 年度算数・問題 B 3(1)類題)

今の場面では、1 人あたりのひもの長さは 80 cm と決まっています。これは
子どもの人数をひもの長さに結びつけています。

$$(\text{必要なひもの長さ}) = (1 \text{ 人あたりのひもの長さ}) \times (\text{人数}) \dots (*)$$

「1 人あたりのひもの長さ」を \square と表すと $\square = 80 \text{ cm/人}$ です。A さんの式に出
てくる「80」はこの \square だと考えられます。また「24」は子どもの人数でした。つま
り、A さんの式は

$$80 \text{ cm/人} \times 24 \text{ 人}$$

の計算をしています。したがって積の 1920 は 24 人に 80 cm ずつ配るのに必要な
ひもの長さになります。この長さが 1920 cm で、今あるひもの長さ 2000 cm より
短いので、24 人に 80 cm ずつ配ることができるわかります。

B さんの式に出てくる「2000」は今あるひもの長さ 2000 cm のことだと考えら
れます。また「80」は「1 人あたりのひもの長さ」80 cm/人のことでした。「25」は場
面の中には出てきていないようです。そこで 2000 cm と 80 cm/人を上の(*)の式
に入れてみると、次のようになります。

$$2000 \text{ cm} = 80 \text{ cm/人} \times (\text{人数})$$

ここから (人数) = $2000 \text{ cm} \div 80 \text{ cm/人}$ となりますから、Bさんの式 $2000 \div 80$ の答え 25 は人数を表しているとわかります。

では何の人数かを考えてみると、今あるひもの長さを 1 人あたりのひも長さで割っていますから、2000 cm のひもを 1 人に 80 cm ずつ配ると何人に配ることができるかを求めていることとなります。つまり、2000 cm のひもを 80 cm ずつ配るとちょうど 25 人に配ることができることを、Bさんの式は表しています。この 25 人が今いる子どもの人数 24 人より少ないので、今あるひもで全員に 80 cm ずつのひもを配ることができるとわかります。

Cさんの式に出てくる「2000」は今あるひもの長さ 2000 cm のこと、「24」は今いる子どもの人数だと考えられます。ただ「83.33・・・」は場面の中には出てきていないようです。そこで 2000 cm と 24 人を上の(*)の式に入れてみると、次のようになります。

$$2000 \text{ cm} = \boxed{\text{単}} \times 24 \text{ 人}$$

ここから $\boxed{\text{単}} = 2000 \text{ cm} \div 24 \text{ 人}$ となりますから、Cさんの式 $2000 \div 24$ の答えである 83.33・・・は $\boxed{\text{単}}$ である「1 人あたりのひもの長さ」を表しているとわかります。つまり、2000 cm のひも全部を 24 人に分けてしまうとすると、1 人あたり約 83.33 cm もらえることを、Cさんの式は表しています。この約 83.33 cm が、実際に配ろうと思っている 80 cm より短いので、ひもを 24 人に配る時、1 人に 80 cm ずつ配っても大丈夫だということがわかります。

必要なひもの長さを考えるか、最大で何人に配ることができるかを考えるか、最大で何 cm なら配ることができるかを考えるかと、考え方は 3 人で異なりますが、その考察の結果は同じになっています。

問題：ペットボトルを貯金箱のようにして、10円硬貨を貯金をしています。今、いくらくらい貯金できたかを調べようと思い、硬貨の入ったペットボトルの重さを測りました。また、10円硬貨の重さも調べました。他に何がわかると、いくらくらい貯金できたかがわかりますか。

(平成23年度数学・問題B 1(2)類題)

貯金しているのが全部10円硬貨だとすると、硬貨が何枚あるかがわかれば、貯金できた金額もわかります。今、場面についてわかっているのは、硬貨の入ったペットボトルの重さや10円硬貨の重さという、重さについての情報です。この重さの情報を10円硬貨の枚数の情報に結びつける必要があります。そこで、枚数を重さに結びつける「10円硬貨1枚あたりの重さ」を今の場面の \square として考えてみます。枚数と重さの関係は次のように表すことができます。

$$(\text{10円硬貨全部の重さ}) = \square \times (\text{10円硬貨の枚数})$$

10円硬貨の重さは調べてあるので、 \square はわかっています。ですから、「10円硬貨全部の重さ」がわかれば、「10円硬貨の枚数」が求まることになります。しかし今の場面では、10円硬貨の重さ自体はわかりません。その代わりに、硬貨の入ったペットボトルの重さはわかっています。これは、ペットボトルの重さと中に入っている10円硬貨全部の重さをあわせた重さになっています。

(硬貨の入ったペットボトルの重さ)

$$= (\text{ペットボトルの重さ}) + (\text{入っている硬貨全部の重さ})$$

したがって、ペットボトルの重さがわかれば、それを硬貨の入ったペットボトルの重さから引くことで、中に入っている10円硬貨全部の重さを求めることができます。つまり、あと、ペットボトルの重さがわかればよいことになります。

問題：妹が家を出てから14分後に、兄が同じ道を自転車に乗って妹をおいかけます。妹は分速75 mで歩き、兄は自転車で分速250 mで走るとすると、兄が妹に追いつくのは、兄が家を出てから何分後ですか。

(平成24年度数学・問題A 3(4)類題)

兄が家を出てから1分後、2分後、…の兄と妹の家からの距離を調べて、それが等しくなるのが何分後かを求めてもいいのですが、ここでは、2人が同じ速さで移動していると仮定していることから、2人の距離も毎分同じように縮まると仮定できることに着目してみます。

兄は1分あたり250 m進みますが、妹は1分あたり75 mしか進みません。したがって、2人の距離は $250 - 75 = 175$ より1分あたり175 m縮まることがわかります。これを今の場面の「単」と考えると、「単」=175 m/分ということになります。

妹は兄が家を出るまでに14分間、すでに歩いています。妹は分速75 m、つまり1分あたり75 m歩くので、この14分間では $75 \times 14 = 1050$ より、すでに家から1050 m離れたところまで進んでいます。つまり、兄が家を出る時に、妹は1050 m先にいることになります。

ただし上で見たように、この1050 mの差は、1分あたり175 mずつ縮まっていきます。今、追いつくのにかかる時間を○分間と表しておくと、今の場面の情報は、次のように整理することができます。

$$1050 \text{ m} = 175 \text{ m/分} \times \text{○分}$$

$1050 = 175 \times \text{○}$ より $\text{○} = 1050 \div 175 = 6$ となりますから、追いつくのは6分後だとわかります。

実際、兄は6分間に $250 \times 6 = 1500$ より1500 m進みます。一方、妹はこの6分間に $75 \times 6 = 450$ より450 mだけ進みます。ただし、兄が家を出る前にすでに1050 m進んでいましたから、あわせると $1050 + 450 = 1500$ で、やはり家から1500 mの地点にいることがわかります。

問題：駅伝の第6区を走るAチームの選手は秒速5mで走ります。またBチームの選手は秒速5.5mで走ります。

第6区が始まる中継場所でBチームのたすきがわたされたとき、Aチームの選手は600m先を走っていました。

それぞれの選手が同じ速さで走りつづけるとすると、Bチームの選手は、8000m先の第7区が始まる中継場所までにAチームの選手に追いつけるでしょうか。

(令和5年度数学・問題8(3)類題)

この場合も、Bチームの選手が6区の8000mを走る時間を求め、それをAチームの選手が残りの7400mを走る時間と比べて、どちらの方が短いか、つまりどちらが先に第7区が始まる中継地点に着くかを調べてもよいのですが、前の問題と同じように、600mの差が何秒でなくなるかを考えることで、どこで追いつくか、あるいは追いつけないのかを考えることもできます。

Aチームの選手は秒速5mで走る、つまり1秒あたり5m進み、Bチームの選手は秒速5.5mで走る、つまり1秒あたり5.5m進みます。したがって、2人の選手の距離は、1秒あたり0.5m縮まると考えられます。

そこで、2人の距離が縮まる速さを、この問題の「単」とすると、「単」=0.5m/秒となります。この縮まる速さで600m縮まるのに何秒かかるか、つまりBチームの選手がAチームの選手に追いつくのに何秒かかるかをまず求めてみます。おいつくのにかかる時間をとりあえず○秒と表すと、今の場面の情報は、次のように整理することができます。

$$600\text{ m} = 0.5\text{ m/秒} \times \text{○秒}$$

$600 = 0.5 \times \text{○}$ から、 $\text{○} = 600 \div 0.5 = 1200$ なので、Bチームの選手が追いつくまでに1200秒かかることがわかります。

ではこの1200秒の間にAチームの選手は中継地点に達しているのでしょうか。Aチームの選手は秒速5mで走るのです。1200秒間で走る距離を□mと

表すと、Aチームの選手の走るようすは、次のように表すことができます。

$$\square \text{ m} = 5 \text{ m/秒} \times 1200 \text{ 秒}$$

$\square = 5 \times 1200 = 6000$ なので、1200 秒の間に 6000 m 走ることがわかります。しかしこれは、中継地点までの残りの距離 7400 m より短いので、中継地点よりも手間で A チームの選手は B チームの選手に追い越されてしまうことがわかります。

【確認】

B チームの選手が途中で A チームの選手に追いつくことから、B チームの選手が 6 区の 8000 m を走るのにかかる時間は、A チームの選手が中継地点までの残り 7400 m を走るのにかかる時間よりも短くなっているはずですよ。

B チームの選手は秒速 5.5 m で走るのでしたから、今の \square は $\square = 5.5 \text{ m/秒}$ となります。8000 m を走るのに \bigcirc 秒かかるとすると、B チームの選手が 6 区を走るようすは、次のように表すことができます。

$$8000 \text{ m} = 5.5 \text{ m/秒} \times \bigcirc \text{ 秒}$$

$8000 = 5.5 \times \bigcirc$ から $\bigcirc = 8000 \div 5.5 = 1454.54 \dots$ となります。つまり、B チームの選手が 6 区を走るには約 1455 秒かかることがわかります。

次に A チームの選手が中継地点までの残り 7400 m を走るのにかかる時間を求めてみます。A チームの選手は秒速 5 m でしたから、今度は $\square = 5 \text{ m/秒}$ となります。かかる時間を \triangle 秒と表すと、A チームの選手が残り 7400 m を走るようすは、次のように表すことができます。

$$7400 \text{ m} = 5 \text{ m/秒} \times \triangle \text{ 秒}$$

$7400 = 5 \times \triangle$ から $\triangle = 7400 \div 5 = 1480$ となります。したがって A チームの選手が中継地点に着くにはあと 1480 秒かかることがわかります。

B チームの選手は約 1455 秒で着き、A チームの選手はまだ 1480 秒かかるの

で、Bチームの選手の方が先に中継地点に到着することがわかります。ここからも、Bチームの選手が途中でAチームの選手に追いつき、追いこすことがわかります。

問題：オリジナルTシャツを作ろうと思い、2つの店で料金を教えてもらいました。A店ではTシャツ1枚あたり200円という料金でした。B店では印刷用の版を作るため最初に3000円が必要ですが、Tシャツ1枚あたりの料金は100円とのことでした。

2つの店の料金が同じになるのは、Tシャツを何枚注文するときですか。

(平成22年度数学・問題B 3(1)類題)

A店よりB店の方の1枚あたりの料金は100円安くすみます。ただし、B店では版の料金が最初に3000円必要となります。したがって、この版の料金の3000円分が、1枚あたり安くなる100円でカバーできれば、B店の料金はA店の料金と同じになりそうです。

そこで1枚あたり100円安くなる時に、何枚で最初の3000円がカバーできるかを考えます。「1枚あたり安くなる値段」を今の場面の□単とし、□単=100円/枚と考えます。何枚で同じになるかはまだわかっていないので、その枚数をとりあえず○枚と表しておくと、場面の情報は次のように整理できます。

$$3000 \text{ 円} = 100 \text{ 円/枚} \times \text{○枚}$$

$3000 = 100 \times \text{○}$ より $\text{○} = 3000 \div 100 = 30$ となります。つまり、Tシャツを30枚注文する時に、B店で最初にかかる版の料金が、1枚あたり安くなる分でカバーできて、A店とB店の料金が同じになることがわかります。

タイプ1とタイプ2を組み合わせる問題

場面でわかっている情報からまず、単位量あたりの大きさ \square を求め、次にそれを使って問われている情報を求めていくという流れの問題です。

問題：0.4 mの重さが60 gの針金があります。この針金0.2 mの重さは何gですか。また針金0.1 mの重さは何gですか。

(平成30年度算数A・問題1(1)類題)

今の場面では、針金の長さとうりありの関係が話題になっています。そこで針金の長さを重さに結びつける「1 mあたりの針金の重さ」がわかれば、そこからいろいろな情報を導き出すことができそうです。そこで、この1 mあたりの針金の重さを今の場面の \square と考えて、まずこれを求めてみます。

この \square は長さを重さに結びつけますから、今の場面の量の間関係は、次のように表すことができます。

$$(\text{その長さの針金の重さ}) = \square \times (\text{針金の長さ})$$

今の場面でわかっている情報は、0.4 mの時の重さが60 gということです。そこで、1 mあたりの重さをとりあえず \bigcirc g/mと表しておく、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$60 \text{ g} = \bigcirc \text{ g/m} \times 0.4 \text{ m}$$

$60 = \bigcirc \times 0.4$ より $\bigcirc = 60 \div 0.4 = 150$ となります。つまり、 $\square = 150 \text{ g/m}$ とわかります。ですから、今の場面の針金については、次のような関係が成り立っていることとなります。

$$(\text{その長さの針金の重さ}) = 150 \text{ g/m} \times (\text{針金の長さ})$$

0.2 m の長さの針金の重さは、上の長さのところに 0.2 m を入れれば求められますし、0.1 m の長さの針金の重さも、上の長さのところに 0.1 m を入れれば求められます。

$$(0.2 \text{ m の針金の重さ}) = 150 \text{ g/m} \times 0.2 \text{ m}$$

$$(0.1 \text{ m の針金の重さ}) = 150 \text{ g/m} \times 0.1 \text{ m}$$

これを計算すると、0.2 m の針金の重さは 30 g、0.1 m の針金の重さは 15 g とわかります。

0.4 m の針金の重さが 60 g でした。0.2 m ならその半分の長さですから、重さも半分の 30 g になるはずですが、これは上で求めた重さと同じですから、話のつじつまは合っています。さらに、0.1 m は 0.2 m の半分の長さですから、重さも 30 g の半分になるはずですが、30 g の半分は 15 g なので、これも上で求めた重さと同じになっています。

0.4 m の半分の長さや、そのまた半分の長さといった時は、計算をしなくても重さを簡単に求めることができます。ただ、上のような式に表しておくと、どのような長さの時でも、式にその長さを入れることで重さを求めることができます。いわば、長さから重さを求める“プログラム”を手に入れることになりま。式で表したり、それを利用することには、こうしたメリットがあります。

問題：いす3脚の重さを測ったら7kgでした。このいす42脚の重さは何kgですか。

(令和5年度算数・問題1(3)類題)

いす1脚あたりの重さを考えると、「1脚あたりの重さ」はいすが何脚あるかをいす全部の重さに結びつけています。つまり、「1脚あたりの重さ」を□で表すと、次のような関係があります。

$$(\text{いす全部の重さ}) = \square \times (\text{いすの脚数})$$

今の場面では□についての情報はないので、これを○kg/脚と表しておく、3脚では7kgという関係は次のように表すことができます。

$$7 \text{ kg} = \bigcirc \text{ kg/脚} \times 3 \text{ 脚}$$

$7 = \bigcirc \times 3$ 、つまり $\bigcirc = 7 \div 3$ なので、□ = $\frac{7}{3}$ kg/脚 となります。□ = $\frac{7}{3}$ kg/脚 の時に42脚のいすの重さを求めたいので、求めたい重さを△kgと表しておく、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\Delta \text{ kg} = \frac{7}{3} \text{ kg/脚} \times 42 \text{ 脚}$$

$\Delta = \frac{7}{3} \times 42 = 98$ なので、42脚のいすの重さは98kgと求められます。100kg近いので、かなりの重さになりそうです。

【別解】

問題では3脚のいすの重さが示されています。そこで、3脚のいすを「1セッ

ト」と考えてみます。そして42脚が何セットになるのかを求め、それに1セットの重さ7kgをかければ、42脚のいすの重さを求めることができます。

1セットはいす3脚です。つまり1セットあたりいすは3脚なので、これを $\boxed{\text{単}}_1=3\text{脚/セット}$ と表しておきます。42脚では○セットになるとすると、次のように表すことができます。

$$42\text{脚}=3\text{脚/セット}\times\text{○セット}$$

$42=3\times\text{○}$ なので、 $\text{○}=42\div3=14$ となります。つまりいす42脚は14セットとわかります。

1セットの重さは7kgでした。これを $\boxed{\text{単}}_2=7\text{kg/セット}$ と表すと、14セットの重さは次のように表すことができます。

$$(42\text{脚の重さ})=(14\text{セットの重さ})=7\text{kg/セット}\times14\text{セット}$$

これを計算して、14セットの重さ、つまり42脚のいすの重さを98kgと求めることもできます。

問題：自転車のペダルを1回転こぐごとに何m進むかを調べたところ、下の表のような結果になりました。

ペダルの回転数(回転)	1	2	3	4
進んだ長さ (m)	3.6	7.5	11.1	14.7

次にこのことを使って、家から公園までの距離を調べようと思います。家から公園まで自転車でいった時、ペダルをこいだ回転数は118回転でした。

この調べた結果からは、家から公園までの距離は約何mだと考えることができますか。

(令和5年度算数・問題1(3)類題)

ペダルを1回転こぐごとに何m進むか、つまり「1回転あたりに進む長さ」が今の場面の \square と考えられます。この \square は回転数を進んだ長さ(距離)に結びつけています。この関係を式で表すと次のようになります。

$$(\text{進んだ長さ}) = \square \times (\text{ペダルをこいだ回転数})$$

家から公園までいく間にこいだ回転数は118回転とわかっています。 \square ははっきりいくつとは示されていませんが、ただ表で示された情報は回転数と進む長さについての情報ですから、ここから \square について考えることができそうです。

そこで、とりあえず $\square = \bigcirc \text{ m/回転}$ と表しておいて、表で示された情報を式の形で整理し直してみると、次のようになります。同じ自転車を使って調べているので、 $\square = \bigcirc \text{ m/回転}$ はいつも同じだと仮定しています。

$$3.6 \text{ m} = \bigcirc \text{ m/回転} \times 1 \text{ 回転} \rightarrow \bigcirc = 3.6$$

$$7.5 \text{ m} = \bigcirc \text{ m/回転} \times 2 \text{ 回転} \rightarrow \bigcirc = 3.75$$

$$11.1 \text{ m} = \bigcirc \text{ m/回転} \times 3 \text{ 回転} \rightarrow \bigcirc = 3.7$$

$$14.7 \text{ m} = \bigcirc \text{ m/回転} \times 4 \text{ 回転} \rightarrow \bigcirc = 3.675$$

○の値は少しずつ違っていますが、だいたい○=3.7と考えることができそうです。そこで□=3.7 m/回転 と考えて、公園までの距離を考えてみることにします。家から公園まで行くのには118回転したとわかっています。そこで、わかっていない公園までの距離を△ mと表すと、今求めた□を用いて、場面のように表すことができます。

$$\Delta \text{ m} = 3.7 \text{ m/回転} \times 118 \text{ 回転}$$

$\Delta = 3.7 \times 118 = 436.6$ となるので、家から公園までの距離は436 mか437 mくらいであるとわかります。

今の場面では、データの形で示された情報から、今の場面の□の値を求めることがポイントになります。

問題：給食で出た牛乳のパックを洗ってかわかし、開いたものを集めて、それを整理しています。

- (1) 集まった牛乳パックを重ねて厚さを測ったら 142 mm でした。その中から 20 枚を取り出して厚さを測ったら 9 mm でした。集まった牛乳パックはおよそ何枚といえるでしょう。
- (2) 牛乳パックの枚数を、今度は重さを用いて調べようと思います。1 枚を取り出して重さを測ったら 9.8 g でした。もう 1 枚取り出して測ったらこちらは 10.1 g でした。牛乳パック全部の重さが 2760 g であったとき、1 枚の重さを 9.8 g だと考えて枚数を求めたときと、10.1 g と考えて枚数を求めたときとは、何枚の違いが生まれますか。

(令和 2 年度数学・問題 6 類題)

(1)

1 枚あたりの厚さは、枚数を厚さに結びつけます。これを今の場面の「単」と考えてみます。今、20 枚のときの厚さが 9 mm であるとわかっています。そこで 1 枚あたりの厚さをとりあえず \bigcirc mm/枚 と表しておいて、わかっている情報を整理すると、次のようになります。

$$9 \text{ mm} = \bigcirc \text{ mm/枚} \times 20 \text{ 枚}$$

$9 = \bigcirc \times 20$ 、つまり $\bigcirc = 9 \div 20$ なので、ここから「単」= 0.45 mm/枚とわかります。

次に牛乳パック全体の厚さは 142 mm であるとわかっています。先ほど求めた「単」= 0.45 mm/枚を用いて、牛乳パック全体についての情報を式の形で整理してみます。全体の枚数はわからないので、これを \triangle 枚と表すと、次のようになります。

$$142 \text{ mm} = 0.45 \text{ mm/枚} \times \triangle \text{ 枚}$$

$142 = 0.45 \times \Delta$ 、つまり $\Delta = 142 \div 0.45 = 315.55\cdots$ となります。ここから全体の枚数は 315 枚か 316 枚と考えることができます。 Δ がちょうどの数になっていないのは、測定はどこかで誤差があったり、パックにより厚さが微妙に異なったりしたのだらうと思われます。

【別解】

牛乳パック 20 枚の厚さが 9 mm とわかっています。そこで、20 枚を 1 組と考えて、「1 組あたり 9 mm」とし考えることもできます。「1 組あたり 9 mm」を $\square = 9 \text{ mm/組}$ と表し、牛乳パック全体には 20 枚の組が \bigcirc 組あると表すと、牛乳パック全体の厚さが 142 mm であることは、次のように表すことができます。

$$142 \text{ mm} = 9 \text{ mm/組} \times \bigcirc \text{組}$$

$142 = 9 \times \bigcirc$ なので、 $\bigcirc = 142 \div 9 = 15.77\cdots$ となります。つまり、全体は 20 枚の組が約 15.77 組か 15.78 組あるとわかります。1 組が 20 枚なので、15.77~15.78 組は約 315 枚となります。

ここでは、20 枚の厚さが 9 mm という情報をそのまま使い、20 枚を 1 組として考えました。もちろんここから 10 枚の厚さが 4.5 mm と求めて、10 枚を 1 組として考えることもできます。

(2)

牛乳パック全体の重さが 2760 g とわかっています。今度は 1 枚あたりの重さが \square になり、これが枚数を重さに結びつけることとなります。

ただ今の場面では「1 枚あたりの重さ」が 2 つ提案されていて、それぞれにより求めた時の枚数の差を考えています。そこで、それぞれの「1 枚あたりの重さ」を用いて枚数を求めて、その差を求めてみます。今「1 枚あたり 9.8 g」、つまり $\square = 9.8 \text{ g/枚}$ と考えて求める時の枚数を \bigcirc 枚と表し、「1 枚あたり 10.1 g」、つまり $\square = 10.1 \text{ g/枚}$ と考えて求める時の枚数を Δ 枚と表すことにすると、場面の情報は次のように整理することができます。

$$2760 \text{ g} = 9.8 \text{ g/枚} \times \text{○枚}$$

$$2760 \text{ g} = 10.1 \text{ g/枚} \times \text{△枚}$$

2760=9.8×○からは○=2760÷9.8=281.632・・・となり、○枚は約282枚となります。また、2760=10.1×△からは△=2760÷10.1=273.267・・・となり、△枚は約273枚となります。したがってその差は282-273=9より9枚となります。

つまり、1枚あたりの重さとしてどちらを使うかにより、求める枚数に9枚程度の違いが出てしまうことがわかります。

問題：ジュースを35人の人に分けようと思います。8人に配ったら2Lのジュースがちょうどなくなりました。残り27人に同じようにジュースを配るには、ジュースは何L必要ですか。

(平成26年度算数B・問題3(3)類題)

今の場面の \square である「1人あたりのジュースの量」がわかれば、27人に配るのに必要な量を次のようにして求めることができます。

$$(\text{27人に配るのに必要な量}) = \square \times 27 \text{ 人}$$

しかし今の場面では「1人あたりのジュースの量」はわかっていません。そこで、わかっていることから、「1人あたりのジュースの量」を考えてみます。

今の場面でわかっているのは、8人に配るのにジュースが2L必要だったということです。2Lのジュースを8人に配った時の1人あたりのジュースの量を、とりあえず $\square = \text{○ L/人}$ と表してみると、この関係は次のように表すことができます。

$$2 \text{ L} = \text{○ L/人} \times 8 \text{ 人}$$

$2 = \bigcirc \times 8$ ということなので、 $\bigcirc = 2 \div 8 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ (あるいは 0.25) となります。つまり、

今の場面では 1 人あたり $\frac{1}{4}$ L (0.25 L) のジュースを配っていることがわかります。つまり $\boxed{\text{単}} = \frac{1}{4}$ L/人です。

したがって、同じように 27 人にジュースを配るとすると、この 1 人あたりの量の 27 人分が必要となります。必要な量を取りあえず Δ L と表すと、次のように情報を整理することができます。

$$\Delta \text{ L} = \frac{1}{4} \text{ L/人} \times 27 \text{ 人}$$

$\Delta = \frac{1}{4} \times 27 = \frac{27}{4}$ なので、27 人に同じように配るには、あと $\frac{27}{4}$ L が必要とわかります。 $\frac{28}{4}$ L が 7 L ですから、7 L くらい用意しておいた方がよさそうです。

【別解】

8 人を 1 組と考えると、今の場面では 1 組に配るのに 2 L が必要とわかっています。つまり、「1 組あたり 2 L」ということなので、これを $\boxed{\text{単}} = 2$ L/組として考えることもできます。

27 人が何組にあたるのかがわかれば、それと $\boxed{\text{単}} = 2$ L/組 の情報から、必要なジュースの量がわかりそうです。

$$(\text{必要なジュースの量(L)}) = 2 \text{ L/組} \times (\text{組数})$$

そこで 27 人が Δ 組にあたるとすると、1 組あたりの人数は 8 人、つまり 8 人/組 ですから、今の場面の人数と組数の関係は次のように整理することができます。

$$27 \text{ 人} = 8 \text{ 人/組} \times \Delta \text{ 組}$$

$27 = 8 \times \Delta$ より $\Delta = 27 \div 8 = \frac{27}{8}$ となります。つまり、27人は $\frac{27}{8}$ 組にあたることにな

ります。 $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$ ですから、3組半よりちょっと少ないくらいです。

ここから、27人に必要なジュースの量を○Lと表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$\text{○L} = 2\text{L/組} \times \frac{27}{8}\text{組}$$

$\text{○} = 2 \times \frac{27}{8} = \frac{27}{4}$ なので、この考え方でもやはりあと $\frac{27}{4}$ Lが必要とわかります。

タイプ1とタイプ3を組み合わせたの問題

この場合も、まず示されている条件から単位量あたりの大きさを求め、次に求めた単位量あたりの大きさを用いて、問われている量を求めます。

問題：3分間で180 m歩いた人が、同じ速さで歩き続けると、2340 mを歩くのに何分間かかりますか。

(令和6年度算数・問題4(2))

1800 mを歩くのに何分間かかるかを知るには、時間を距離に結びつける「1分あたりに進む距離」、つまり分速がわかればよいでしょう。そこで、この分速を今の場面の \square と考えて、まずこれを求めてみます。

\square である分速と時間、距離との関係は、次のように表すことができました。

$$(\text{進んだ距離 (m)}) = \square \times (\text{歩いた時間 (分)})$$

今の場面わかっている情報は、3分間で180 m歩いたということです。そこで、分速をとりあえず○ m/分と表しておくと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$180 \text{ m} = \bigcirc \text{ m/分} \times 3 \text{ 分}$$

$180 = \bigcirc \times 3$ より $\bigcirc = 180 \div 3 = 60$ となります。つまり、 $\square = 60 \text{ m/分}$ とわかります。ですから、今の場面の歩いている人の動きは、次のように表すことができます。

$$(\text{歩いた距離 (m)}) = 60 \text{ m/分} \times (\text{歩いた時間 (分)})$$

歩いた距離が2340 mの時を考えていますが、その時の歩いた時間はわかっていません。そこで、これを△分と表しておくと、2340 m歩いた時のようすは、次のように表すことができます。

$$2340 \text{ m} = 60 \text{ m/分} \times \Delta \text{分}$$

$2340 = 60 \times \Delta$ なので、 $\Delta = 2340 \div 60 = 39$ となります。つまり、同じ速さで歩くと2340 m 歩くには39分間かかるということがわかります。

【別解】

問題では3分間で180 m 歩いたことが示されています。そこで、3分間で180 m 歩く動きを「1セット」と考えてみます。そして2340 m 歩くには何セットの動きが必要なのかを求め、それに1セットの時間3分間をかければ、2340 m 歩くのに必要な時間を求めることができます。

1セットあたりの進む距離は180 m です。そこで、これを $\boxed{\text{単}}_1 = 180 \text{ m/セット}$ と表しておきます。2340 m 歩くには○セット歩くことが必要だとすると、次のように表すことができます。

$$2340 \text{ m} = 180 \text{ m/セット} \times \text{○セット}$$

$2340 = 180 \times \text{○}$ なので、 $\text{○} = 2340 \div 180 = 13$ となります。つまり2340 m 歩くには13セットが必要とわかります。3分間で180 m 歩くという動きを13回繰り返すと2340 m 進むことになるということです。

1セットの時間は3分間でした。これを $\boxed{\text{単}}_2 = 3 \text{ 分/セット}$ と表すと、13セットにかかる時間は次のように表すことができます。

$$\begin{aligned} (\text{2340 m 歩くのにかかる時間}) &= (\text{13セットにかかる時間}) \\ &= 3 \text{ 分/セット} \times 13 \text{ セット} \end{aligned}$$

これを計算して、13セットにかかる時間、つまり2340 m 歩くのにかかる時間を39分間と求めることもできます。

問題： パン屋さんの店の前で行列に並んでいます。今は10時43分で、自分の前には22人が並んでいるそうです。

見ていたら、10時45分までに3人がパンを買って、列からはなれていきました。もしも同じ進みぐあいで列が進むとすると、自分が買う順番は、11時までにまわってくるでしょうか。

ただし、並んでいる人は家族やグループではないものとします。

(平成31年度算数・問題4(3)類題)

並んでいる人に家族やグループはいないので、1人ずつ買い物をすると考えることができます。ですから、1人が買い物をするのにかかる時間がわかれば、人数が22人という情報とあわせて、自分の前に並んでいる22人が買い物をするのにかかる時間がわかりそうです。人数を時間に結びつける「1人あたりのかかる時間」を□で表すと、今の場面の量の関係は次のように表すことができます。

$$(\text{その人たちが買い物をするのにかかる時間}) = \square \times (\text{人数})$$

場面の情報から、3人が買い物するのに2分間かかったことがわかります。そこで□である「1人あたりのかかる時間」を○分/人ととりあえず表すと、今の場面の情報は次のように整理することができます。

$$2\text{分} = \text{○分/人} \times 3\text{人}$$

$2 = \text{○} \times 3$ なので、 $\text{○} = 2 \div 3 = \frac{2}{3}$ となります。したがって、「1人あたりのかかる時間」は $\frac{2}{3}$ 分であることがわかります。

次に自分の前にいる22人が買い物をするのにかかる時間を求めてみます。先ほど□である「1人あたりのかかる時間」は $\frac{2}{3}$ 分/人と求まりました。そこで、

$$(\text{22人が買い物にするのにかかる時間}) = \frac{2}{3} \text{分/人} \times 22 \text{人}$$

となりますから、22人が買い物するにかかる時間は、 $\frac{2}{3} \times 22 = \frac{44}{3} = 14.66\cdots$ より、約14.67分となります。つまり、15分まではかからないとわかります。

22人の最初の人が出発するのが10時43分だとすると、そこから15分後の10時58分になる前には、自分の順番がまわってくると考えることができます。

【別解】

場面の情報から、3人が買い物をするのに2分かかるとわかっています。そこで、3人を「1組」と考えると、「1組あたりにかかる時間」が2分間ということになります。そこで22人が何組にあたるかがわかれば、1組あたりにかかる時間とあわせて、22人が買い物をするのにかかる時間がわかるはずです。

$$\begin{aligned} (\text{22人が買い物をするのにかかる時間}) \\ = (\text{1組あたりにかかる時間}) \times (\text{22人の組数}) \end{aligned}$$

1組が3人、つまり1組あたりの人数が3人と考えて、これを $\boxed{\text{単}}_1$ と表すと $\boxed{\text{単}}_1 = 3 \text{人/組}$ です。すると、22人が \triangle 組にあたりと表しておくと、わかっている情報は次のように整理することができます。

$$22 \text{人} = 3 \text{人/組} \times \triangle \text{組}$$

$22 = 3 \times \triangle$ ですから、 $\triangle = 22 \div 3 = \frac{22}{3}$ となり、22人は $\frac{22}{3}$ 組にあたりとわかります。

1組あたりの買い物の時間は2分ですから、今度はこれを $\boxed{\text{単}}_2$ と表すと、 $\boxed{\text{単}}_2 = 2 \text{分/組}$ です。したがって、 $\frac{22}{3}$ 組が買い物をするのにかかるようすは次のよ

うに表すことができます。

$$\left(\frac{22}{3}\text{組が買い物をするのにかかる時間}\right) = 2\text{分/組} \times \frac{22}{3}\text{組}$$

ここから、かかる時間は $\frac{44}{3}$ 分となり、先ほどと同じ結果が得られます。

問題：砂時計の砂の重さと砂が全部落ちるまでの時間(つまり砂時計で計ることのできる時間)との関係は、下の表のようになっています。

砂の重さ(g)	0	25	50	75	100
砂が全部落ちるまでの時間(秒)	0	12	24	36	48

このとき2分を計るための砂時計を作るには、砂の重さを何gにしたらいでしょう。

(令和3年度数学・問題7(2)類題

平成20年度数学B・問題3参照)

2分を計るための砂時計を作りたいので、時間を砂の重さに結びつける情報があるとよさそうです。表では時間は秒で表されていますから、「1秒あたりに落ちる砂の重さ」を考えて、これを今の場面の \square とします。これがわかれば、2分、つまり120秒を計るための砂の重さは、次のようにして求まるはずです。

$$(120 \text{ 秒に落ちる砂の重さ}) = \square \times 120 \text{ 秒}$$

\square はわかりませんが、示された表は砂の重さとその砂が落ちるまでの時間についての情報を与えてくれていますから、ここから \square について調べられそうです。今、 $\square = \bigcirc \text{ g/秒}$ と表して、表に示された情報を式の形で表してみると、次のようになります。

$$25 \text{ g} = \bigcirc \text{ g/秒} \times 12 \text{ 秒} \rightarrow \bigcirc = 25 \div 12 = \frac{25}{12}$$

$$50 \text{ g} = \bigcirc \text{ g/秒} \times 24 \text{ 秒} \rightarrow \bigcirc = 50 \div 24 = \frac{50}{24} = \frac{25}{12}$$

$$75 \text{ g} = \bigcirc \text{ g/秒} \times 36 \text{ 秒} \rightarrow \bigcirc = 75 \div 36 = \frac{75}{36} = \frac{25}{12}$$

$$100 \text{ g} = \bigcirc \text{ g/秒} \times 48 \text{ 秒} \rightarrow \bigcirc = 100 \div 48 = \frac{100}{48} = \frac{25}{12}$$

重さと時間のどのペアを用いても $\bigcirc = \frac{25}{12}$ となるので、今の場面では $\boxed{\text{単}} = \frac{25}{12} \text{ g/秒}$

と考えてよさそうです。つまり、1秒あたりに落ちる砂の重さは $\frac{25}{12} \text{ g}$ であると考えられます。

したがって、全部落ちるのに2分、つまり120秒かかる砂の重さは、次のようになります。

$$(\text{120秒に落ちる砂の重さ}) = \frac{25}{12} \text{ g/秒} \times 120 \text{ 秒}$$

$\frac{25}{12} \times 120 = 250$ ですから、120秒を計る砂時計を作るには、砂を250gにすればよいことがわかります。

【別解】

上では時間を重さに結びつけることを考えて「1秒あたりに落ちる砂の重さ」を求めました。もちろん、重さを時間に結びつけることを考えて、「砂1gあたりが落ちる時間」を求めても、2分を計るために必要な砂の重さを求めることができます。

「砂1gあたりが落ちる時間」をとりあえず $\Delta \text{秒/g}$ と表して、例えば表の75gの砂が落ちるのに36秒かかるという情報を表してみると、次のようになります。

$$36 \text{ 秒} = \Delta \text{秒/g} \times 75 \text{ g} \rightarrow \Delta = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

つまり、砂1gあたりが落ちる時間は $\frac{12}{25} \text{ 秒/g}$ であることがわかります。表の他の

部分を使って調べても、同じ値になります。

したがって、全部落ちるのに 120 秒かかる砂の重さを☆ g と表すと、今の場面の情報は、次のように整理することができます。

$$120 \text{ 秒} = \frac{12}{25} \text{ 秒/g} \times \star \text{ g}$$

$$120 = \frac{12}{25} \times \star \text{ より } \star = 120 \div \frac{12}{25} = 250 \text{ となり、この考え方でも、必要な砂の重さは}$$

250 g であるとわかります。

$$120 \text{ 秒} = \frac{12}{25} \text{ 秒/g} \times \square \text{ g}$$

$$\square = 120 \div \frac{12}{25} = 120 \times \frac{25}{12} = 250 \text{ となるので、全部落ちるのに 120 秒かかる砂の重さは}$$

250 g と求められます。