かなりわりきった

割合学び直しテキスト

上越教育大学

布川　和彦

グラスの中にジュースが 100 mL はいっています。多いと感じますか、それとも少ないと感じますか。

店でみかける紙パックのジュースは 200 mL 入りのものが多いので、それからすると「半分しか」入っていないことになり、ちょっと少ない気もします。しかし、100 mL しか入らない小さめのグラスに入れるとあふれそうになるので、いっぱい入っている感じがします。さらにビールを飲むときのジョッキには 1000 mL 以上入るものもありますが、そこに 100 mL のジュースを入れたら底の方に少しだけたまるようになるので、ちょっとしか入っていない感じがするでしょう。

同じ量のジュースでも、容れ物によって入っているようすをいっぱいと感じたり、ちょっとしかないと感じたりします。つまり、容れ物の大きさとの関わりで同じジュースの量でも感じ方がちがってきます。このように、量そのものというよりも、量と量の関係がどのようなものかを表すのが「割合」です。

その「割合」を、同じように量と量の関係を考える「測定」と関連づけながら、考え直してみましょう。

目　次

測定のふりかえり

小学校１年生のときに、長さくらべの学習をしました。例えば、ひもの長さを鉛筆何本分やクリップ何個分として表したり、掲示板の広さを画用紙何枚分として表したりすることができました。

このとき、鉛筆の長さをつぎたしていってひもの長さと同じにしたり、掲示板に画用紙をはっていって同じひろさにしたりして、その本数や枚数を考えたのでした。このように、同じ長さを〇個つなげていって新しい長さを作ったり、同じ広さを〇個つなげていって新しい広さを作ったりすることを「**〇倍にする**」といいます。

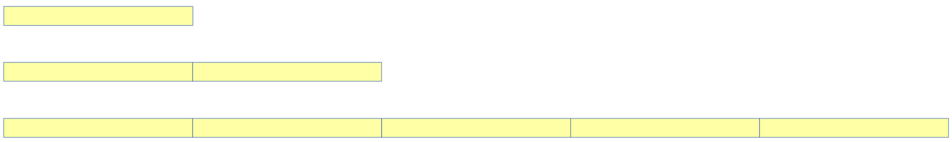
２年生では長さの単位 m などを学習して、２ m、５ m などと長さを m を用いて表すことも学習しました。長さは定規や巻き尺で測ることが多いのですが、もともとは、上の鉛筆５本分や画用紙１２枚分という表し方と同じことをやっています。

例えば、2 m という長さは、基準になる 1 m の長さの 2 つ分の長さという意味です。5 m は 1 m の 5 つ分の長さという意味です。

基準の長さ(1 m)：

2 m　：

5 m　：



同じ長さを 2 つつなげたものは「2 倍」、5 つつなげたものは「5 倍」といいましたから、2 m は「1 m の 2 倍の長さ」、5 m は「1 m の 5 倍の長さ」ということになります。

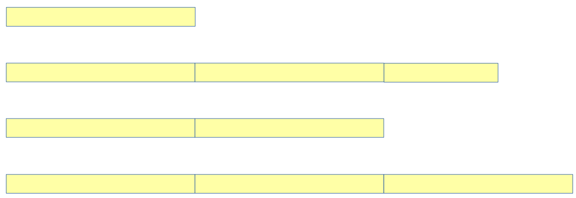
あるひもの長さを測るには、基準の長さ 1 m の何倍かの長さを作って、ひもの長さと同じにすることを考えます。もしも 1 m の 15 倍の長さでひもの長さと同じになったら、そのひもは 15 m の長さということになります。

ただ、毎回毎回、1 m のテープをたくさん用意して、それをつなげて何本になるかを調べるのはたいへんです。そこで、長いテープの上に、「端からここまでなら 1 m の 7 本分の長さだよ」「ここまでなら 13 本分だよ」といったことを示す印や数字を書いていくことで、1 m の何本分でも簡単に作ることができるようにしたのが、巻き尺です。また 1 m よりもっと短い基準の長さである cm や mm を作り、それについて同じようにして作ったのが定規です。

基準を細かくする（１）：小数倍

基準の長さ 1 m の何本分かを考えていくことで、とりあえずいろいろな長さを測ることができます。しかし、1 m の何本分かとちょうど同じにならないような長さもあります。例えば、次の「問題の長さ」はどう表せばよいでしょう。

基準 1 m　：
問題の長さ：
2 m　：
3 m　：



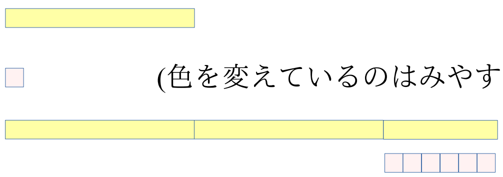
2 m よりは長く 3 m よりは短いので、「1 m の〇本分」と表すのはむずかしそうです。もちろん、m を 100 等分した長さである cm や、1000 等分した長さである mm を使って「2 m 〇cm △mm」と表すこともできます。しかしここではあえて「1 m の〇倍」、つまり「〇m」と表すことにこだわってみます。

基準の長さを等分した時に、cm や mm という新しい名前を付ける代わりに、その等分した長さ自体も元の基準の長さ m で表すことにすれば、半端の部分の長さも m で表せ、問題の長さ全体も m で表せることになります。

そのために利用できるのが小学校 3 年生のときに学習した**小数**です。0.1 は 10 個あわせると 1 になる数でした。そこで、1 m を 10 等分した長さ、つまり 10 個あわせると 1 m になる長さを 0.1 を用いて「0.1 m」と表します。また、0.1 m の 2 つ分の長さは 0.2 m、3 つ分の長さは 0.3 m などと表します。

そこでまず微調整用の基準として 1 m を 10 等分した長さ 0.1 m を用意します。そして半端の長さがこの細かい基準のいくつ分にあたるかを調べます。

基準 1 m　：
基準の 10 等分(0.1 m)：　(色を変えているのはみやすさのためだけです)
問題の長さ　：
半端な部分の長さ　：



問題の長さは、1 m の 2 つ分の長さと 0.1 m の 6 つ分をあわせた長さであることがわかりました。このような長さを 2.6 m と呼びます。また 1 m の 2 つ分を「1 m の 2 倍」と呼んだのと同じように、0.1 m の 6 つ分を「0.1 m の 6 倍」と呼びます。2.6 m は「1 m の 2 倍と 0.1 m の 6 倍をあわせた長さ」です。

さらに、「1 m の 2 倍と 0.1 m の 6 倍を併せた長さ」を省略して、「1 m の 2.6 倍の長さ」といいます。つまり、2.6 m は「1 m の 2.6 倍の長さ」です。

同じように「1 m の 27.3 倍の長さは 27.3 m」、「1 m の 0.4 倍の長さは 0.4 m」などとなります。1 m の 27.3 倍の長さは 1 m が 27 個分と 0.1 m の 3 つ分をあわせた長さです。1 m の 0.4 倍の長さは 1 m が 0 個分と 0.1 m の 4 つ分をあわせた長さです。

0.1 m を使ってもちょうど同じ長さが作れないときは、0.1 m を 10 等分して 0.01 m を作って、さらに細かい調整を試みます。0.01 m は 1 m の 0.01 倍の長さです。(実際には 1 cm と同じです。c は 100 分の 1、つまり 0.01 倍という意味なので、cm はもともと「m の 0.01 倍の長さ」という意味になります。同様に、mm の前の方の m は 1000 分の 1、つまり 0.001 倍という意味なので、mm は「m の 0.001 倍の長さ」という意味です。)

2.6 m や 27.3 m、0.4 m のように、基準の長さ 1 m の小数の倍を考えると、長さをより正確に調べたり、表すことができます。

基準を細かくする（２）：分数倍

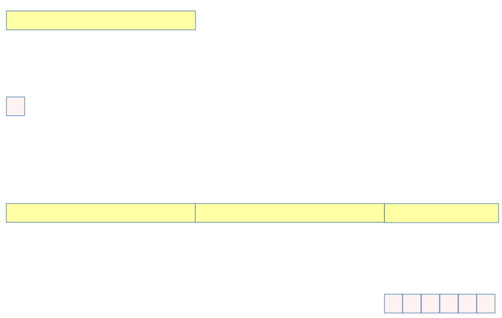
1 m を 10 等分した長さは 1 m の $\frac{1}{10}$ 倍の長さなので、$\frac{1}{10}$ m と表すこともできます。例えば、2.6 m は 1 m の 2 倍と 0.1 m の 6 倍をあわせた長さなので、これは 1 m の 2 倍と $\frac{1}{10}$ m の 6 倍をあわせた長さということもできます。つまり 1 m の $2\frac{6}{10}$ 倍の長さですから、$2\frac{6}{10}$ m ということになります。

基準 1 m ：

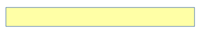
基準の 10 等分($\frac{1}{10}$ m) ：

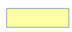
問題の長さ ($2\frac{6}{10}$ m) ：

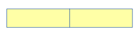
半端な部分の長さ($\frac{6}{10}$ m) ：

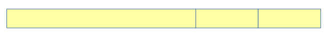


ところで分数で表す場合は、基準の長さの 10 等分だけでなく、3 等分や 5 等分を考えることもできました。その場合も同じように、1 m を 3 等分した 1 つ分の長さは 1 m の $\frac{1}{3}$ 倍の長さで $\frac{1}{3}$ m といい、1 m を 5 等分した 1 つ分の長さは 1 m の $\frac{1}{5}$ 倍の長さで $\frac{1}{5}$ m といいます。さらに $\frac{1}{3}$ の 2 つ分の数は $\frac{2}{3}$ でしたから、$\frac{1}{3}$ m の 2 倍の長さは 1 m の $\frac{2}{3}$ 倍の長さで $\frac{2}{3}$ m となります。

基準 1 m　：

基準の 3 等分($\frac{1}{3}$ m)　：

1 m の $\frac{2}{3}$ 倍の長さ ($\frac{2}{3}$ m)　：

1 m の $1\frac{2}{3}$ 倍の長さ($1\frac{2}{3}$ m) ：

ここまでのまとめ：倍の考え

ある長さを測るときには、基準の何倍がその長さと同じになるかを考えます。ただし基準の 1 倍、2 倍、3 倍、…ではちょうど同じにならない場合には、基準を何等分かした細かい基準を新たにつくり、それで微調整をします。細かい基準を元の基準の 0.1 倍や 0.01 倍として作ったときには、0.3 倍や 2.6 倍、1.45 倍といった小数の倍で表されます。細かい基準を元の基準の $\frac{1}{3}$ 倍や $\frac{1}{5}$ 倍として作ったときには、$\frac{2}{3}$ 倍や $1\frac{3}{5}$ 倍といった分数の倍で表されます。

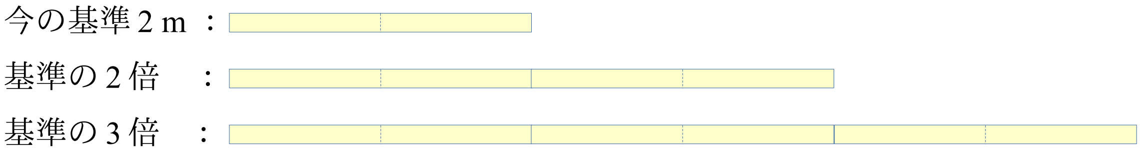
細かい基準を作るか、作るとすればどのように作るかによってちょっとしたちがいはありますが、基準のいくつか分かを作ること、それを「〇倍」という形で表すこと、そして「1 m の〇倍」と同じ長さを「〇 m」と表すことはまったく同じです。

基準を自由にとる

ここまでは基準として１mという、広く使われている基準を使ってきました。量を測定するとき、ふつうは、１mや１kg、１m^2、１m^3、１Lといった基準を用いて、測ろうとしている量がその何倍と同じになるかを調べます。

ただ、１年生のときに鉛筆７本分の長さや画用紙12枚分の広さを考えたように、同じ量をつなげていって新しい量を作ること、つまりある量を「○倍にする」ことは、１mや１kgでなくてもできます。

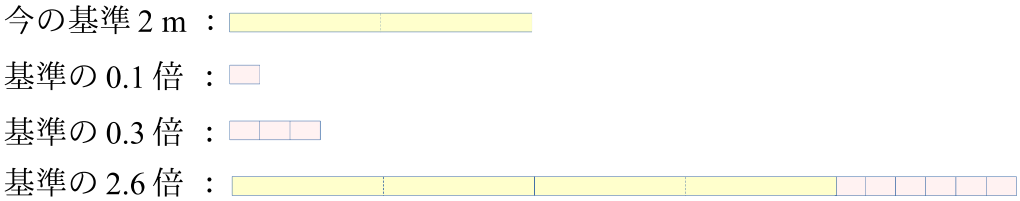
例えば２mを「自分用の基準」と考えて、２mの何倍かを考えてみます。すると、次のようになるでしょう。



では基準が２mのとき、小数の倍はどうなるでしょうか。

１mを基準としたときは１mを10等分して0.1mという細かい基準を考えました。基準が２mに変わっても、考え方は同じです。基準の２mを10等分して細かい基準を作ります。２mの10等分した１つ分の長さを<u>２mの0.1倍</u>といいます。２mの２倍、３倍と同じです。

２mの0.1倍の長さの２つ分、３つ分は２mの0.2倍、２mの0.3倍といいます。２mの２倍の長さと２mの0.6倍の長さをあわせた長さは２mの2.6倍です。

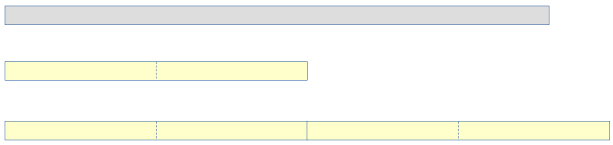


それでは、次の長さは２mの何倍といったらよいでしょうか。

1 m を基準としてひもの長さを測るときには、基準の長さ 1 m の何倍かの長さを作って、ひもの長さと同じにすることを考えました。そして、1 m の 5 倍と同じ長さなら 5 m、1 m の 3.4 倍と同じ長さなら 3.4 m と表したのでした。

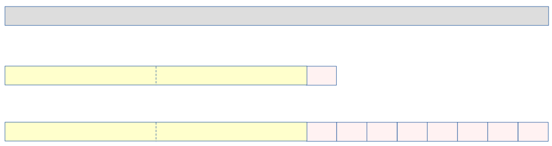
基準が 2 m になっても、同じように「測る」ことを考えてみます。つまり、基準の長さ 2 m の何倍かの長さを作って、考えている長さと同じにすることを考えます。

問題の長さ：
基準の 1 倍：
基準の 2 倍：



考えている長さは基準 2 m の 1 倍よりは長くて 2 倍よりは短いことがわかりました。そこで、1 倍より長い部分が基準 2 m の何倍と表せるかを調べるために、上で作った細かい基準 2 m の 0.1 倍を使ってみます。

問題の長さ　：
基準の 1.1 倍：
基準の 1.8 倍：



すると、基準の 1.8 倍の長さで考えている長さと同じになりました。ですから、今の長さは「2 m の 1.8 倍の長さ」と表すことができます。

では「2 m の 1.8 倍の長さ」は「1.8 m」でしょうか。

1.8 m ではありません。1.8 m は 1 m を基準として 1.8 倍の長さ、つまり 1 m の 1.8 倍の長さのことでした。今は 2 m を基準にしているので、「1.8 m」とは表せないのです。「1.8 m」の「m」は 1 m を基準として考えていることを表しています。そこで、2 m を基準にして「測った」場合は、2 m を基準にしたことと、その基準の何倍だったのかを用いて表します。したがって、考えている長さは「2 m の 1.8 倍の長さ」とか、考えている長さは「2 m の長さの 1.8 倍」と表します。

なお、場面によっては次のような表し方をすることもあります：「2 m を 1 とすると、考えている長さは 1.8 にあたる」。「2 m を 1 とする」は基準が 2 m であることを示しています。また「1.8 にあたる」というのは、この基準で測ったら、1.8 倍になったことを示しています。

2 m を基準にしたときも、細かい基準として基準の $\frac{1}{3}$ 倍や $\frac{1}{5}$ 倍の長さなどを用いることももちろんできます。

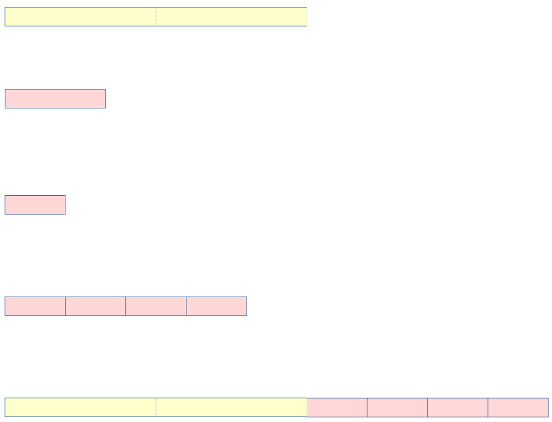
今の基準 2 m ：

基準の $\frac{1}{3}$ 倍 ：

基準の $\frac{1}{5}$ 倍 ：

基準の $\frac{4}{5}$ 倍 ：

基準の $1\frac{4}{5}$ 倍 ：



それでは、次の長さは 2 m の何倍といったらよいでしょうか。

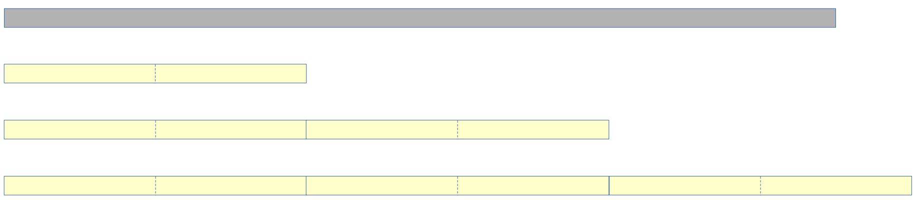
今度も基準の何倍かの長さ作って、問題の長さと同じになるか調べてみます。

問題の長さ：

基準の 1 倍：

基準の 2 倍：

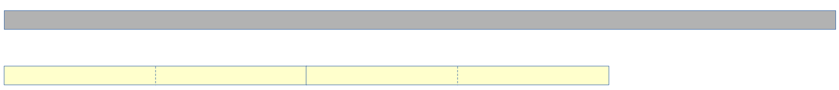
基準の 3 倍：



今回の長さは基準 2 m の 2 倍よりは長くて 3 倍よりは短いことがわかりました。そこで、2 倍より長い部分が基準 2 m の何倍と表せるかを調べるために、上で作った細かい基準を使って調べようと思います。ただ分数の倍を考えるときは、何等分して細かい基準を作ったらよいかは、すぐにはわかりません。いくつか候補を作って、どれが使えそうかを調べてみましょう。

問題の長さ：

基準の 2 倍：

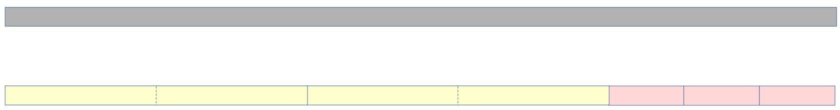


基準の $\frac{1}{2}$ 倍　基準の $\frac{1}{3}$ 倍　基準の $\frac{1}{4}$ 倍　基準の $\frac{1}{5}$ 倍　基準の $\frac{1}{6}$ 倍

少し調べてみると、基準の $\frac{1}{4}$ 倍の 3 つ分で、2 m より長い部分とちょうど同じ長さになることがわかります。つまり 2 m より長い部分は基準の $\frac{1}{4}$ 倍の 3 倍の長さ、つまり基準の $\frac{3}{4}$ 倍の長さです。問題の長さは基準の 2 倍と基準の $\frac{3}{4}$ 倍をあわせた長さなので、基準の $2\frac{3}{4}$ 倍の長さと表すことができます。

問題の長さ　：

基準の $2\frac{3}{4}$ 倍：



前のときと同じように、2 m を基準にしたことと、その基準の何倍だったのかを用いて表してみると、今回の長さは「2 m の $2\frac{3}{4}$ 倍の長さ」、今回の長さは「2 m の長さの $2\frac{3}{4}$ 倍」「 2 m を 1 とすると、今回の長さは $2\frac{3}{4}$ にあたる 」などと表すことができます。

ここまでのまとめ：基準量の自由化

基準の量として 1 m や 1 kg でなくても、好きな量を選ぶことができます。そして、その好きに選んだ基準について 2 倍、3 倍、…を考えることができます。また、必要ならばその基準を細かくした微調整用の基準も作ることができ、もとの基準と細かくした基準を組み合わせて使うことで、考えている量を「基準の○倍」と表すことができます。このときの「○倍」は基準の量をいくつあわせたのか、どんな細かい基準を作ったのかなどの情報を教えてくれています。

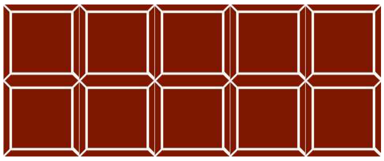
つまり、「基準の○倍」と表すときには、基準の量を使って表そうとする量と同じにするにはどうしたらよいか、を考えることになります。「○倍」はその作り方を簡潔に表しているということができます。

個数の倍

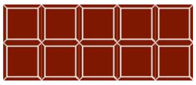
ここまで長さの倍を考えてきましたが、重さや広さでも同じように考えることができます。

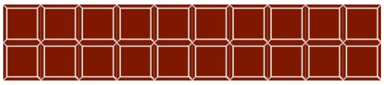
それでは個数でも同じように考えられるでしょうか。

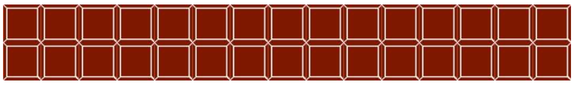
例えば 10 個のピースからなる板チョコを基準として考えてみます。



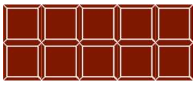
2 m のときと同じように、この基準の 2 倍や 3 倍を考えることができます。

基準　　　：

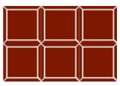
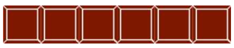
基準の 2 倍：

基準の 3 倍：

それでは、この基準の 0.6 倍はどうなるでしょうか。まず基準を 10 等分して細かい基準を作ります。基準は 10 個のピースからできていましたから、10 等分すると、ちょうど 1 個のピースになります。0.6 倍はその 6 つ分になります。

基準　　　：

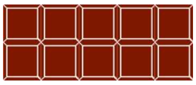
基準の 0.1 倍：

基準の 0.6 倍：　や　

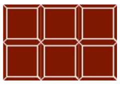
基準の 0.1 倍がピース 1 個なので、基準の 0.6 倍は 6 個になります。つまり「6 個は基準の 0.6 倍」です。

同じようにして分数の倍を考えることもできます。例えば基準の$\frac{3}{5}$倍を考えて

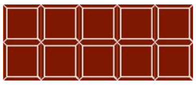
みましょう。

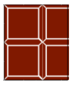
基準　　　：

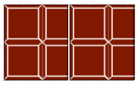
基準の$\frac{1}{5}$倍：

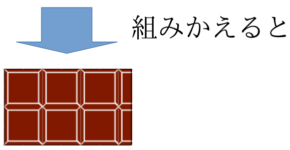
基準の$\frac{3}{5}$倍：

ただし、いつもピースごとにきれいにわかれるとはかぎりません。例えば、基準の$\frac{2}{3}$倍を考えてみると、次のようになります。

基準　　　：

基準の$\frac{1}{3}$倍：

基準の$\frac{2}{3}$倍：

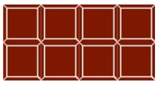


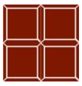
このようにピースごとにきれいにはわかれませんが、基準の$\frac{2}{3}$倍を考えることはできます。ほかの分数のときも、同じようにして考えることができます。

ここまでは基準として10個のピースからなるチョコを考えてきましたが、ほかの基準の場合でも同じように考えられるでしょうか。

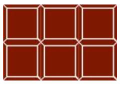
例えば、10個のかわりに8個のピースからなる板チョコを基準にしたらどうなるでしょうか。

このとき、基準の$\frac{1}{2}$倍や$\frac{1}{4}$倍、$\frac{3}{4}$倍ならかんたんに考えられそうです。

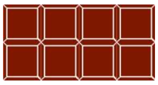
基準　：


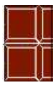
基準の$\frac{1}{2}$倍：


基準の$\frac{1}{4}$倍：

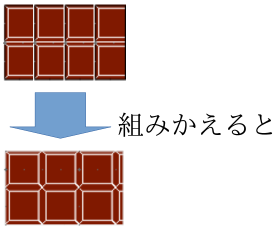

基準の$\frac{3}{4}$倍：


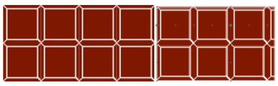
またピースごとにきれいにはわかれませんが、この基準の$\frac{1}{3}$倍や$\frac{1}{5}$倍、$\frac{4}{5}$倍を考えることもできます。

基準　：


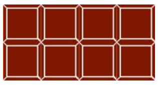
基準の$\frac{1}{3}$倍　：


基準の$\frac{1}{5}$倍　：

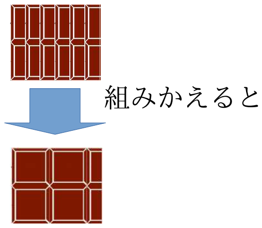

基準の$\frac{4}{5}$倍　：


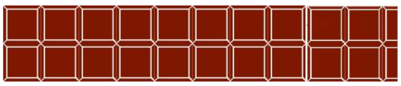
基準の$1\frac{4}{5}$倍：


さらに同じようにして基準の 0.6 倍なども考えることができます。基準が 10 個の場合とはちがい、基準が 8 個の場合は、ピースごとにきれいにはわかれませんが、考え方としては同じことです。

基準　　　　：

基準の 0.1 倍：

基準の 0.6 倍：

基準の 2.6 倍：

ここまでのまとめ：個数でも倍

1 m や 2 m について倍を考えたのとまったく同じようにして、個数についても倍を考えることができます。しかも 2 倍や 3 倍だけでなく、2.6 倍といった小数の倍や、$1\frac{4}{5}$倍といった分数の倍も考えることができます。

1 m や 2 m のときとちがって、個数の場合は、1 個の途中でわけられてしまって、1 個ごとになっていないと少し変な感じがします。確かにほんとうのチョコではこのような分け方はあまりしないでしょう。

このような場合、倍は今考えている量が基準とくらべてどの程度の量なのかを表す目安だと考えてみましょう。例えば、基準の 0.6 倍であれば「基準の半分よりちょっと多いくらいかな」とか、基準の$1\frac{4}{5}$倍であれば「基準の 2 つ分より少し少ないくらいかな」といった感じです。

このように、倍を用いると、今考えている量が、基準の量とくらべてどのくらいなのかを表したり、人に伝えたりすることができます。

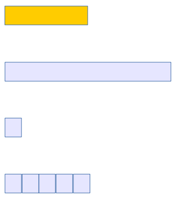
「倍」と「いっぱいの感じ」

100 mL のジュースがいっぱいと感じるかは、容器の大きさとの関係で変わることを考えました。そのことと、「倍」とのつながりを考えてみます。

100 mL のジュースがまず、よく見かける 200 mL 入りのパックに入っているとき、ジュースの量はパックの容量の何倍になっているでしょう。基準はパックの 200 mL ですが、100 mL はそれより少ないので 10 等分して 0.1 倍の細かい基準を作ってみます。基準 200 mL を 10 等分するので、その 0.1 倍は 20 mL です。

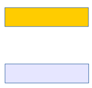
100 mL は 20 mL の 5 倍の量です。つまり、基準の 0.1 倍の 5 倍ですから、結局、100 mL は基準 200 mL の 0.5 倍ということになります。

ジュース 100 mL　：
基準(容器)200 mL：
基準の 0.1 倍　　：
基準の 0.5 倍　　：



100 mL 入るグラスの場合は、基準は 100 mL ですが、これはジュースの量 100 mL と同じなので、ジュースの量は基準の量の 1 倍です。

ジュース 100 mL　：
基準(容器)100 mL：



1000 mL 入るジョッキの場合は、ジュースの量が基準の 1000 mL より少ないので、基準を 10 等分して 0.1 倍の細かい基準を作ってみます。基準 1000 mL を 10 等分するので、その 0.1 倍は 100 mL です。ジュースの量はこの細かい基準の 1 つ分ですから、基準の 0.1 倍ということになります。つまり、100 mL は基準 1000 mL の 0.1 倍ということになります。

ジュース 100 mL　：
基準(容器)1000 mL：
基準の 0.1 倍　　：

容器がちがうと基準の量が変わり、基準の 0.1 倍の量も変わります。そのためジュースを基準や細かい基準の何倍と表そうとすると、その値が変わってくるのです。

私たちは

「基準の 0.5 倍」のときは「半分しかない」「ちょっと少ない」と感じ、
「基準の 1 倍」のときは「いっぱい入っている」「あふれそう」と感じ、
そして
「基準の 0.1 倍」のときは「ちょっとしか入っていない」と感じていた

ことになります。同じ 100 mL のジュースも、それが入っている容器の大きさによって、どの程度入っているのかの感じ方は変わりますが、それは何倍の数値の大きさと関係していそうです。ここではジュースの量だけでなく、ジュースの量と容器の量の間の関係が大切になっています。

あるいは自分が何かの懸賞に応募したときに、応募者が全部で 1200 人だったら「多い」と感じるでしょうか、「少ない」と感じるでしょうか。おそらくはそれは、何人に当たるのかによるのではないでしょうか。もしも 1000 人に当たるのだとしたら「意外と応募者が少ない」「当たりそう」と感じるでしょうし、10 人にしか当たらないのだとしたら、「やっぱり人気だな」「当たるのはむずかしそう」と感じるでしょう。

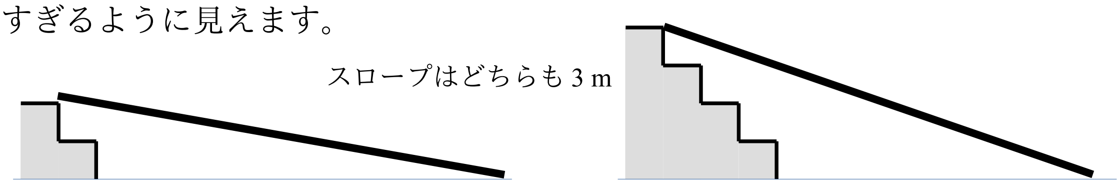
当たる人を基準として応募者がその何倍かを考えてみると、1000 人に当たる場合は、基準の 0.1 倍は 100 人ですから、応募者 1200 人は基準の 1 倍と基準の 0.1 倍の 2 倍を併せた人数になります。つまり応募者の人数は当たりの人数の 1.2 倍です。ところが、10 人当たる場合、1200 人は 10 人の 120 倍ですから、応募者の人数は当たりの人数の 120 倍ということになります。応募者が当たりの 1.2 倍のときは「当たりそう」と感じ、120 倍のときは「当たるのはむずかしい」と感じていたのです。

「倍」は量そのものではなく、量と量の間の関係を表しているので、こうした私たちの感じ方に関わっていると考えられます。

「倍」でくらべる

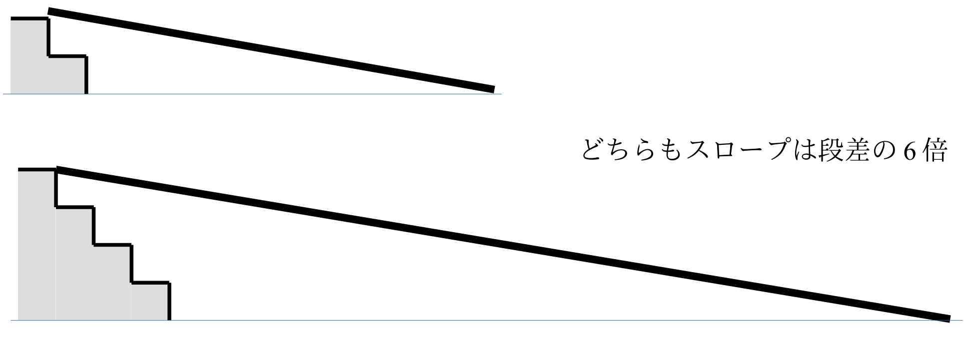
長さを比べるとき、ふつうは、3 m より 6 m の方が長いというように、単位のいくつ分で測った値でくらべます。しかし、上の「いっぱい」の感じのように、量と量の関係がたいせつになるときには、倍でくらべる必要があることもあります。

例えば、建物の入り口につけるスロープを考えてみましょう。どのくらいの長さのスロープがよいかの目安として、「3 m」としてしまうと、入り口前の段差の高さによっては、ちょうどよいときもあれば、ちょっと急すぎるときもでてしまいます。下図の２つの場合で、スロープの長さは同じなのですが、右の方は少し急すぎるように見えます。



段差の高さがちがうので、スロープの長さは同じでも、傾きぐあいはちがってしまうのです。そこで、長さではなく、倍でスロープの長さを決めてみます。

実際、スロープの長さを段差の 6 倍にすると、人が車椅子を押してのぼりやすいといわれています。実は左のスロープは段差の 6 倍になっていますが、右は段差の 3 倍の長さしかありませんでした。そこで、右の段差の大きいの方のスロープの長さも段差の 6 倍になるように変えてみます。すると、2 つのスロープの傾きは同じになりました。

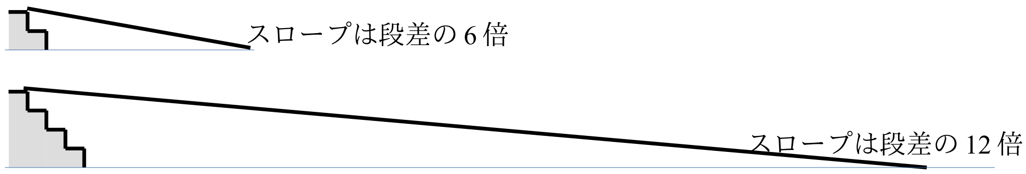


スロープの傾きは、段差の高さと、スロープの長さの関係で決まります。ですから、スロープの長さそのものではなく、段差の高さを基準としたときにスロープの長さがその何倍になるかを考えないと、傾きがとらえられないのです。

上の 2 つのスロープでは、どちらもスロープの長さが段差の高さの 6 倍になっ

ているので、同じ傾きぐあいといえます。倍が同じなら同じと考えるのです。

それでは、スロープを基準(段差の高さ)の12倍にしたら、傾きはどうなるでしょうか。下の図で上は6倍、下は12倍です。



下の方が段差の高さは大きいのですが、12倍のスロープにしたことで、傾きぐあいはゆるやかになっています。実際、スロープが段差の高さの12倍あると、車椅子を自力で動かしてのぼることのできる人も多いといわれています。

前のことも思い出すと、スロープの長さが基準(段差の高さ)の3倍、6倍、12倍と、倍の値が大きくなるほど、傾きのゆるやかさも大きくなっていきました。

このように、スロープの傾きは段差の高さとスロープの長さという2つの量の関係で決まるので、倍でくらべた方がよいのです。

そして、段差の高さと適切な倍の値がわかっているときにスロープの長さを計算で求めたり、段差の高さとスロープの長さがわかっているときにスロープの長さが段差の高さの何倍かを計算で求めることがたいせつになってきます。

また次のような場面を考えてみましょう。ある町でゴミの量を調べたときに、家庭ゴミの量は前年の量を基準としたときに今年の量はその0.9倍になっていました。町の人の努力でゴミの量は確かに減ったようです。また店や会社などから出るゴミの量は前の年の0.8倍になっていました。このとき、どちらのゴミの減り方の方が大きいといえるでしょうか。

それぞれのゴミが実際に何トンから何トンに減ったのかは、これだけの情報ではわかりません。またスロープのときと同じで、仮にどちらも1万トンずつ減ったとしても、昨年のゴミの量がちがうと、減り方としては同じとはいえないでしょう。

そこで、このときも倍の値によってくらべる方がよいといえます。今年の家庭ゴミは昨年の量の0.9倍、つまり昨年の量の0.1倍の9つ分ですが、店や会社の今年のゴミは昨年の量の0.8倍、つまり昨年の量の0.1倍の8つ分です。このような場合、0.8倍の方が0.9倍よりも減り方が大きいといえます。

倍の大きさを計算で求める

2 m の 5 倍の長さは何 m になるでしょう。

もちろん 2 m を 5 回たしあわせてもよいのですが、同じ量の「いくつ分」はかけ算を用いて考えることができました。2 m の 5 倍は 2 m の 5 つ分ということですから、次のようにかけ算を用いて求められます。

$$2\ \mathrm{m} \times 5 = (2\times5)\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{m}$$

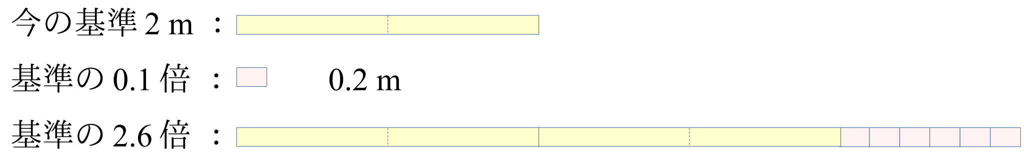
2 m の 538 倍の長さであれば、

$$2\ \mathrm{m} \times 538 = (2\times538)\ \mathrm{m} = 1076\ \mathrm{m}$$

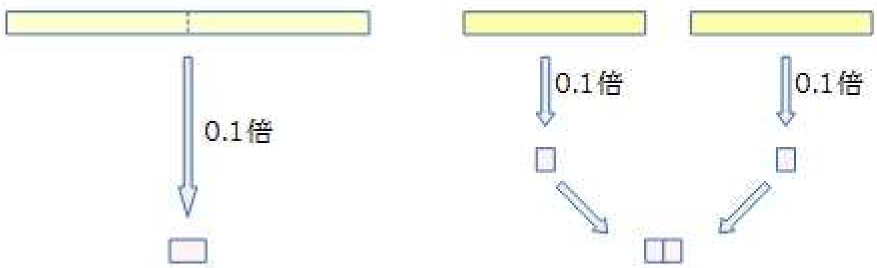
となり、1 km より長くなることがわかります。

それでは 2 m の 2.6 倍の長さは何 m になるでしょうか。5 倍のときとちがい、2.6 倍だとそのまま「いくつ分」とは、ちょっといいにくいです。

ここで、2.6 倍が「基準の 2 倍」と「基準の 0.1 倍 (細かい基準) の 6 倍」をあわせた量であったことを思い出します。基準の 2 m の 2 倍はすぐわかります。基準の 0.1 倍の長さがわかれば、その 6 倍の長さもわかりそうです。



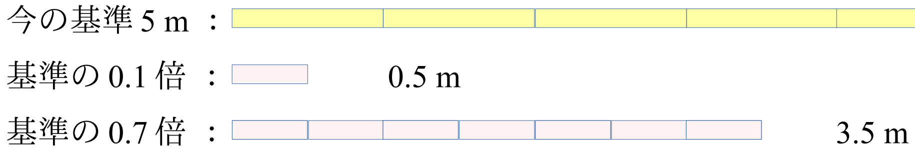
では、基準 2 m の 0.1 倍の長さは何 m でしょうか。これは 2 m を 10 等分した長さですが、2 m を 1 m と 1 m に分けておいて、それぞれを 10 等分してからあわせるとすると、1 m の 0.1 倍の 2 倍とも考えられます。1 m の 0.1 倍は 0.1 m と表しましたから、2 m の 0.1 倍は 0.1 m の 2 倍の長さで 0.2 m となります。



ここから 2 m の 0.6 倍の長さは、0.2 m の 6 倍の長さということになります。0.2 m の 6 つ分なので、1.2 m とわかります。2 m の 2.6 倍の長さは、2 m の 2 倍の 4 m と、2 m の 0.6 倍の 1.2 m をあわせた長さですから、5.2 m とわかります。

これは 2 m × 2.6=(2 × 2.6) m=5.2 m と計算して求めた結果とあっています。2.6 倍のときの長さもかけ算で求めてだいじょうぶのようです。

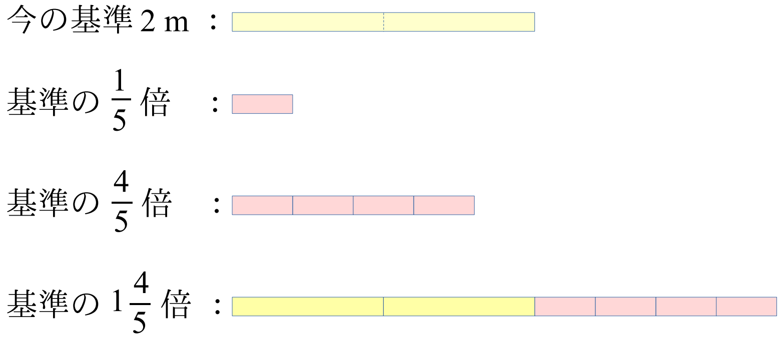
同じようにして、5 m の 0.7 倍の長さが何 m になるかを考えてみます。5 m の 0.1 倍の長さは、1 m の 0.1 倍の 5 倍なので 0.5 m となります。



5 m の 0.7 倍の長さは 0.5 m の 7 倍なので、3.5 m となります。これは 5 m × 0.7=(5 × 0.7) m=3.5 m と計算して求めた結果とあっていますので、0.7 倍のときもかけ算で求めてだいじょうぶとわかります。

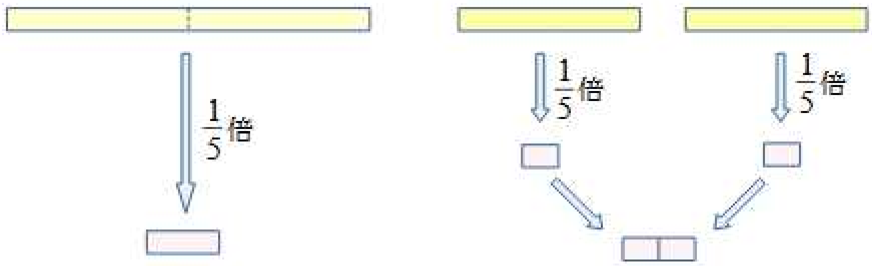
今度は 2 m の $1\frac{4}{5}$ 倍の長さを求めてみましょう。

2 m の $1\frac{4}{5}$ 倍の長さは 2 m の 1 倍と 2 m の $\frac{4}{5}$ 倍をあわせた長さです。



2 m の $\frac{4}{5}$ 倍の長さは、2 m の $\frac{1}{5}$ 倍の 4 倍ですから、まず 2 m の $\frac{1}{5}$ 倍が何 m かを求めます。

2 m を 5 等分した 1 つ分の長さは、1 m を 5 等分した長さの 2 倍と考えられます。



1 m を 5 等分した 1 つ分の長さは $\frac{1}{5}$ m、$\frac{1}{5}$ m の 2 倍の長さは $\frac{2}{5}$ m でしたから、2 m の $\frac{1}{5}$ 倍の長さは $\frac{2}{5}$ m となります。2 m の $\frac{4}{5}$ 倍はその 4 倍、つまり $\frac{2}{5}$ m の 4 倍の長さで $\frac{8}{5}$ m となります。

まとめると、2 m の $1\frac{4}{5}$ 倍の長さは 2 m の 1 倍と 2 m の $\frac{4}{5}$ 倍をあわせた長さでしたから、2 m と $\frac{8}{5}$ m をあわせた長さで $2\frac{8}{5}$ m、つまり $3\frac{8}{5}$ m となります。

2 m の 2 倍なら 4 m ですから、$1\frac{4}{5}$ 倍の長さが 4 m より少し短いのは、つじつまがあっています。また これは次のように計算した結果ともあっていますので、このときも<u>かけ算で求めてだいじょうぶ</u>とわかります。

$$2\ \mathrm{m}\times 1\frac{4}{5}=\left(2\times 1\frac{4}{5}\right)\mathrm{m}=\left(2\times\frac{9}{5}\right)\mathrm{m}=\frac{18}{5}\ \mathrm{m}=3\frac{3}{5}\ \mathrm{m}$$

同じようにして、3 m の $\frac{2}{7}$ 倍の長さを考えてみましょう。

今の基準 3 m ：

基準の $\frac{1}{7}$ 倍 ： $\frac{3}{7}$ m

基準の $\frac{2}{7}$ 倍 ：

3 mの$\frac{2}{7}$倍の長さは3 mの$\frac{1}{7}$倍の2倍の長さです。3 mの$\frac{1}{7}$倍の長さは、1 mの$\frac{1}{7}$倍の3倍なので$\frac{3}{7}$ mとなりますから、その2倍の長さは$\frac{6}{7}$ mとなります。

図を見ても1 mより短い長さになっていますから、$\frac{6}{7}$ mという結果は図ともつじつまがあっています。また これは次のように計算した結果ともあっていますので、このときもかけ算で求めてだいじょうぶとわかります。

$$3\text{ m}\times\frac{2}{7}=\left(3\times\frac{2}{7}\right)\text{m}=\frac{6}{7}\text{ m}$$

ここまでのまとめ：倍とかけ算

小学校2年生のときに、「一つ分」に「いくつ分」をかけて「ぜんぶの数」を求めることを学習しました。つまり、ある量の2つ分や3つ分をもとめるのが、かけ算でした。そのとき、2つ分、3つ分のことを2倍、3倍とよぶことも学習しました。ですから、ある量の2倍や3倍をもとめるのがかけ算ということになります。

538倍のように大きな数の倍のときも、かけ算で538倍の大きさを求めることができます。また2.6倍や0.7倍といった小数の倍、$1\frac{4}{5}$倍や$\frac{2}{7}$倍といった分数の倍のときも、同じようにかけ算で倍をした大きさを求めることができます。

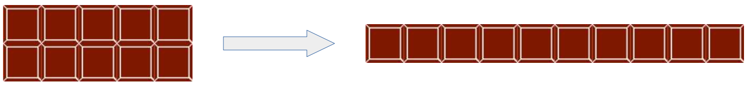
最初は2.6倍や×2.6した大きさを求めるのに、基準の0.1倍を考えて、その6倍を考えて、それを基準の2倍とあわせてと、いくつかのステップで考えることになるかもしれません。しかし、筆算の仕方を習得したり、計算にどんどんなれていったり、さらに電卓やコンピュータを使うようになったりすると、その結果を“一気に”求めることができます。

逆に、2倍とか3倍ではなく2.6倍や$1\frac{4}{5}$倍というと変な感じがするかもしれません。しかしそれは単に、細かい基準を作って、それのいくつ分かもあわせることだと考えればよいのです。

個数の何倍かを求める

2 m や 3 m、5 m については何倍かした長さをかけ算で求めることができました。では、10 個や 8 個といった個数でも同じように考えることができるでしょうか。長さのときのことを思い出すと、個数の 0.1 倍や $\frac{1}{5}$ 倍が何個になるかを考えれば求められそうです。

まず 10 個の 0.1 倍を考えてみます。個数を考えやすくするために、10 個の並べ方を一列にしておきます。



10 個の 0.1 倍は 10 個を 10 等分した 1 つ分です。これはちょうど 1 個になります。ですから、例えば 10 個の 0.3 倍なら 3 個、0.7 倍なら 7 個となります。

基準 10 個　： 

基準の 0.1 倍： 

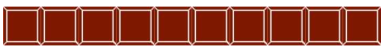
基準の 0.3 倍： 

基準の 0.7 倍： 

これらは、次のような計算の結果ともあっています。

$$10\text{個} \times 0.1 = (10 \times 0.1)\text{個} = 1\text{個}$$
$$10\text{個} \times 0.3 = (10 \times 0.3)\text{個} = 3\text{個}$$
$$10\text{個} \times 0.7 = (10 \times 0.7)\text{個} = 7\text{個}$$

今度は 10 個の分数倍を考えてみます。10 個の $\frac{1}{5}$ 倍はいくつになるでしょうか。これは 10 個を 5 等分した 1 つ分ですから、2 個になります。ですから、10 個の $\frac{4}{5}$ 倍なら、10 個の $\frac{1}{5}$ 倍の 4 倍で 8 個となります。

基準 10 個　： 

基準の $\frac{1}{5}$ 倍： 　　2 個

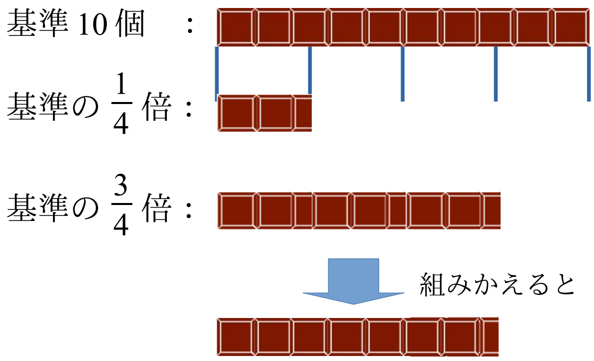
基準の $\frac{4}{5}$ 倍： 

かけ算で考えても、下のように確かに8個と求まります。

$$10\text{個}\times\frac{4}{5}=\left(10\times\frac{4}{5}\right)\text{個}=\left(\frac{10\times4}{5}\right)\text{個}=\frac{40}{5}\text{個}=8\text{個}$$

では10個の $\frac{1}{4}$ 倍や $\frac{1}{3}$ 倍、$\frac{1}{6}$ 倍ならどうなるでしょう。

10個を4等分してみます。すると4等分した1つ分は2個と半分になることがわかります。ですから、例えば10個の $\frac{3}{4}$ 倍は10個の $\frac{1}{4}$ 倍の3倍で、2個の3倍と半分の3倍をあわせたものになります。組みかえると7個と半分になります。



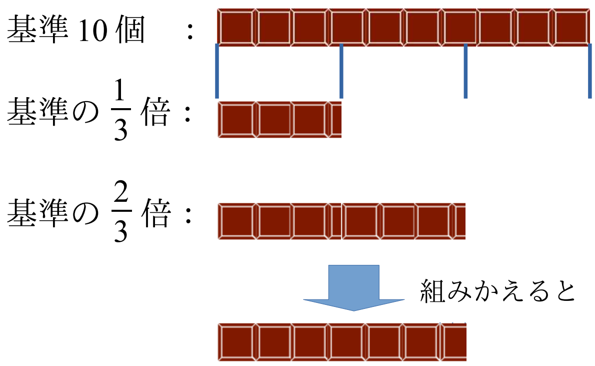
半分のことを「0.5個」といったりしますから、10個の $\frac{3}{4}$ 倍は7.5個と表すこともできます。また半分は1個の $\frac{1}{2}$ なので $\frac{1}{2}$ 個と表すと、10個の $\frac{3}{4}$ 倍は $7\frac{1}{2}$ 個とも表せます。

これは、次のような分数のかけ算の結果ともあっています。

$$10\text{個}\times\frac{3}{4}=\left(10\times\frac{3}{4}\right)\text{個}=\frac{30}{4}\text{個}=7\frac{2}{4}\text{個}=7\frac{1}{2}\text{個}$$

$\frac{1}{2}$ 個というのは少し変な感じがしますが、1個より小さいかけらの表し方と考えておきましょう。またかけらでも、1個のピースを2等分してできるかけらと3等分してできるかけら、5等分してできるかけらを区別するためには、同じ「かけら」では困るので、$\frac{1}{2}$ 個とや $\frac{1}{3}$ 個、$\frac{1}{5}$ 個などとして区別しておきます。

10 個の $\frac{1}{3}$ 倍はどうでしょう。10 個を 3 等分すると、3 個とちょっととなります。最後の「ちょっと」は、1 個を 3 等分した 1 つ分で、半分より小さくなります。例えば、10 個の $\frac{2}{3}$ 倍であれば、3 個の 2 倍とこの「ちょっと」の 2 倍をあわせた大きさになります。



1 個を 3 等分した 1 つ分を $\frac{1}{3}$ 個と呼ぶことにすると、10 個の $\frac{1}{3}$ 倍は 3 個と $\frac{1}{3}$ 個をあわせたもの、つまり $3\frac{1}{3}$ 個です。また、10 個の $\frac{2}{3}$ 倍は 6 個と $\frac{2}{3}$ 個、つまり、 $6\frac{2}{3}$ 個と表すことができます。

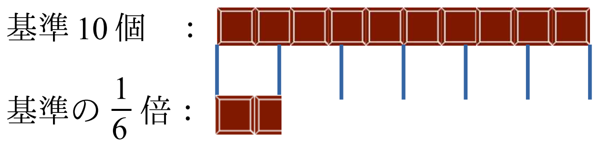
これは、次のような分数のかけ算の結果ともあっています。

$$10\text{個}\times\frac{1}{3}=\left(10\times\frac{1}{3}\right)\text{個}=\frac{10}{3}\text{個}=3\frac{1}{3}\text{個}$$

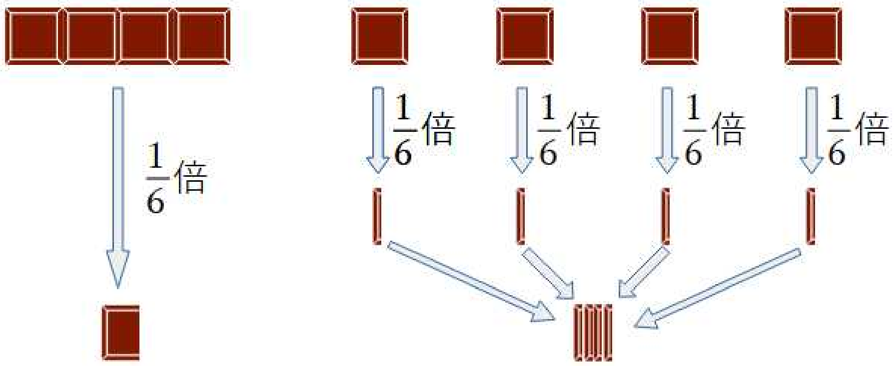
$$10\text{個}\times\frac{2}{3}=\left(10\times\frac{2}{3}\right)\text{個}=\frac{20}{3}\text{個}=6\frac{2}{3}\text{個}$$

10 個の $\frac{1}{6}$ 倍も考えておきましょう。10 個を 6 等分すると 1 個とちょっととなります。「1 個とちょっと」の 6 倍は、6 個と、「ちょっと」の 6 倍をあわせたもので、それが 10 個に戻るはずです。そこで、この「ちょっと」は 6 倍すると 4 個になるような大きさということになります。逆にいえば、4 個を 6 等分した大きさ、つ

まり 4 個の $\frac{1}{6}$ 倍です。



ここで 2 m の $\frac{1}{5}$ 倍を考えたときのことを思い出すと、次のように考えることができます。



1 個を 6 等分した 1 つ分を $\frac{1}{6}$ 個と呼ぶことにすると、4 個の $\frac{1}{6}$ 倍はその 4 つ分なので $\frac{4}{6}$ 個と表すことができます。約分をすると $\frac{2}{3}$ 個となります。

念のため、$\frac{2}{3}$ 個が 6 つ分、つまり 6 倍が 4 個になることを確かめておきます。

$$\frac{2}{3}\text{個}\times 6=\left(\frac{2}{3}\times 6\right)\text{個}=\left(\frac{2\times 6}{3}\right)\text{個}=\frac{12}{3}\text{個}=4\text{個}$$

確かに、$\frac{2}{3}$ 個の 6 倍は 4 個になることがわかります。

まとめると、10 個の $\frac{1}{6}$ 倍は 1 個とちょっとでしたが、その「ちょっと」は $\frac{2}{3}$ 個と表すことができました。ですから、10 個の $\frac{1}{6}$ 倍は 1 個と $\frac{2}{3}$ 個をあわせたもの、つまり $1\frac{2}{3}$ 個となります。

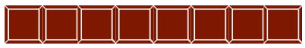
これも次のような分数のかけ算と結果ともあっています。

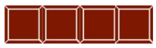
$$10\text{個}\times\frac{1}{6}=\left(10\times\frac{1}{6}\right)\text{個}=\left(\frac{10\times1}{6}\right)\text{個}=\frac{10}{6}\text{個}=1\frac{4}{6}\text{個}=1\frac{2}{3}\text{個}$$

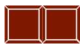
ここまで見てきたように、個数の場合も、$\frac{1}{3}$個や$\frac{2}{3}$個といった少し変わった個数は出てきますが、何倍かをかけ算で求めることができます。

基準が8個のときも同じように考えてみます。

この場合、基準の$\frac{1}{2}$倍や$\frac{1}{4}$倍ならかんたんにわかります。8個の$\frac{1}{2}$倍なら4個、$\frac{1}{4}$倍なら2個になります。

基準8個　：

基準の$\frac{1}{2}$倍：

基準の$\frac{1}{4}$倍：

分数のかけ算でもやってみると、次のようになり上の結果とあっています。

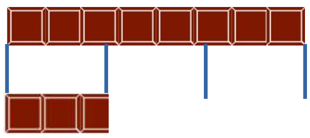
$$8\text{個}\times\frac{1}{2}=\left(8\times\frac{1}{2}\right)\text{個}=\left(\frac{8\times1}{2}\right)\text{個}=\frac{8}{2}\text{個}=4\text{個}$$

$$8\text{個}\times\frac{1}{4}=\left(8\times\frac{1}{4}\right)\text{個}=\left(\frac{8\times1}{4}\right)\text{個}=\frac{8}{4}\text{個}=2\text{個}$$

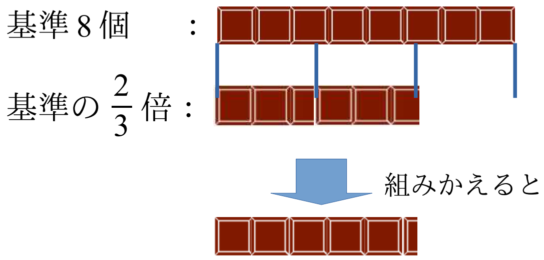
では基準8個の$\frac{1}{3}$倍ならどうでしょう。8個を3等分すると、2個とちょっとになります。この「ちょっと」は3倍すると2個になる大きさなので、前に6倍すると4個になる大きさを考えたのと同じように考えると、$\frac{2}{3}$個とわかります。

基準8個　：

基準の$\frac{1}{3}$倍：



8 個の $\frac{1}{3}$ 倍は 2 個と $\frac{2}{3}$ 個をあわせた大きさ、つまり $2\frac{2}{3}$ 個です。また 8 個の $\frac{2}{3}$ 倍はその 2 倍ですから、4 個と、$\frac{2}{3}$ 個の 2 つ分をあわせたもの、つまり 4 個と $\frac{4}{3}$ 個をあわせたものなので $5\frac{1}{3}$ 個となります。

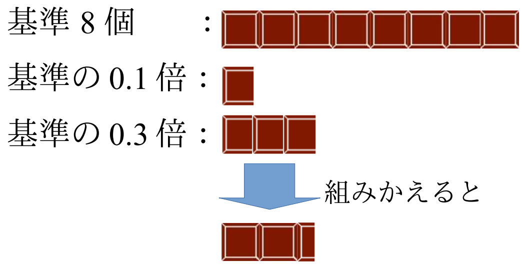


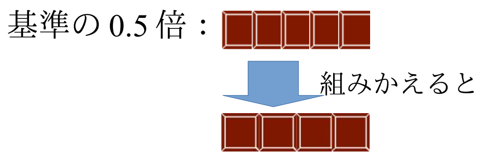
分数のかけ算で確かめると次のようになります。

$$8\text{個}\times\frac{2}{3}=\left(8\times\frac{2}{3}\right)\text{個}=\left(\frac{8\times2}{3}\right)\text{個}=\frac{16}{3}\text{個}=5\frac{1}{3}\text{個}$$

最後に基準 8 個の 0.1 倍を考えてみましょう。

8 個の 0.1 倍は 8 個を 10 等分した 1 つ分です。今回も 4 個の 6 等分と同じように考えると、0.8 個になることがわかります。つまり、8 個の 0.1 倍は 0.8 個となります。





8 個の 0.3 倍や 0.5 倍を小数のかけ算で考えてみると、次のようになり、確かに図ともあっています。

$$8\text{個}\times0.3=(8\times0.3)\text{個}=2.4\text{個}$$

$$8\text{個}\times0.5=(8\times0.5)\text{個}=4\text{個}$$

何倍かをわり算で求める

6 m は 2 m の何倍でしょう。これはすぐに 3 倍とわかります。6÷2 を計算してもいいですし、2 m の何倍で 6 m になりそうかをイメージしてみてもわかります。6÷2 を計算するときも、最初のうちは 2 の段の九九を使っていましたから、結局は、2 の何倍が 6 になるかを考えていたことになります。

何倍かを求めるときは、数値が 6 m や 2 m よりももっと大きな数や小数、分数になっても、考え方はまったく同じです。基準の量を何倍したらもう一方の量になるかを考えればよいのです。

例えば、30 m は 12 m の何倍かを考えてみます。1 年生で鉛筆をならべて何本で同じになるかを調べたのと同じように、12 m を何倍したら 30 m と同じになるかを調べます。ここで、12 m を○倍したら 30 m とちょうど同じ長さになったと仮定してみます。すると次のようなかけ算ができるはずです。

$$12\ \mathrm{m} \times ○ = (12 \times ○)\ \mathrm{m} = 30\ \mathrm{m}$$

つまり、12×○＝30 となる○をみつければよいことがわかります。この○は次のわり算で求まりました。

$$○ = 30 \div 12 = 2.5$$

ここから、30 m は 12 m の 2.5 倍であるとわかります。

12 m の 2.5 倍がほんとうに 30 m になるのか確かめてみます。2.5 倍は基準の 2 倍と基準の 0.1 倍の 5 倍をあわせたものになります。12 m の 2 倍は 24 m です。また基準 12 m の 0.1 倍は 1.2 m で、その 5 倍は 6 m となります。これらをあわせると確かに 30 m になることがわかります。

もちろん、分数を用いて次のように考えても同じことです。

$$○ = 30 \div 12 = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \qquad \text{よって} \quad \frac{5}{2}\text{倍、あるいは}\ 2\frac{1}{2}\text{倍}$$

今度は 6 m は 8 m の何倍になるかを考えてみましょう。やはり○倍と仮定して式を考えると次のようになります。

$$8\ \mathrm{m} \times ○ = (8 \times ○)\ \mathrm{m} = 6\ \mathrm{m}$$

$$8 \times ○ = 6 \quad \text{より} \quad ○ = 6 \div 8 = 0.75$$

ここから 6 m は 8 m の 0.75 倍となります。

今回も確かめてみます。基準 8 m の 0.1 倍は 0.8 m です。0.8 m の 7 倍は 5.6 m です。これだとまだ 6 m になりません。しかし 0.8 m の 8 倍だと 6.4 m なので大きすぎます。そこで、微調整のためにさらに細かい基準を作ります。今の細かい基準 0.8 m の 0.1 倍、つまりもとの基準 8 m の 0.01 倍を作ると 0.08 m になります。この 0.08 m の 5 倍は 0.4 m ですから、8 m の 7 倍の 5.6 m とあわせるとちょうど 6 m になることがわかります。

つまり 6 m は基準 8 m の 0.1 倍の 7 倍と、0.01 倍の 5 倍とをあわせた長さですから、確かに基準 8 m の 0.75 倍になっています。かけ算でも次のように確かめることができます。

$$8\text{ m} \times 0.75 = (8 \times 0.75)\text{ m} = 6\text{ m}$$

また、0.75 倍は 1 倍より小さいですから、6 m が 8 m よりも短いこととも、つじつまがあっています。

同じようにして、チョコのピース 6 個が 8 個の何倍になるかを考えてみます。

基準 8 個　　：

6 個　　：

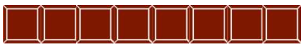
基準の 0.1 倍　：

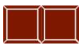
基準の 0.05 倍：

基準の 0.75 倍：

8 個の○倍が 6 個になると考えると、8 個×○＝6 個となるので、ここから 8×○=6。○＝6÷8 を計算すると上と同じ計算ですから、○＝0.75 です。つまり、6 個は 8 個の 0.75 倍となります。

個数の場合に 0.75 倍というと変な感じがしますが、6÷8 の商を分数で表すと $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ですから、6 個は 8 個の $\frac{3}{4}$ 倍というのと同じことです。

基準 8 個　：

基準の $\frac{1}{4}$ 倍：

基準の $\frac{3}{4}$ 倍：

基準の量をわり算で求める

ある基準の量を 4 倍したら 12 m になったとき、基準の量が何 m であったかはわかるでしょうか。基準の量を○ m と表すと、○ m× 4 ＝(○× 4) m＝ 12 m ですから、○× 4＝12 となる○を求めればよさそうです。

このときもわり算がつかえました。○＝12÷4＝3 から 3 m となります。確かに 3 m×4＝(3×4) m＝12 m となります。

基準の量を求めるときも、倍を求めるのと同じように考えることができます。

例えば、ある基準の量を 3.8 倍したら 57 m になったとします。この基準の量を○ m と表すと、今度は次のようになります。

○ m × 3.8＝(○×3.8) m＝57 m　　より　○×3.8＝57

だから　○＝57÷3.8＝15　よって 15 m

ある基準の量を $\frac{2}{3}$ 倍したら、18 m になったとします。この基準の量を○ m と表すと、次のようになります。

○ m× $\frac{2}{3}$ ＝(○× $\frac{2}{3}$) m＝18 m　　より　○× $\frac{2}{3}$ ＝18

だから　○＝18÷ $\frac{2}{3}$ ＝18× $\frac{3}{2}$ ＝27　　よって　27 m

個数や人数のときも同じように考えることができます。例えば、ある基準の個数を $\frac{3}{5}$ 倍したら 9 個になったとします。この基準の個数を○個と表すと、次のようになります。

○個× $\frac{3}{5}$ ＝(○× $\frac{3}{5}$)個＝9 個　　より　○× $\frac{3}{5}$ ＝9

だから○＝9÷ $\frac{3}{5}$ ＝9× $\frac{5}{3}$ ＝15　　よって　15 個

基準の個数が 15 個だとその $\frac{1}{5}$ 倍、つまり 5 等分した 1 つ分は 3 個になります。そしてその 3 倍は 9 個なので、確かに $\frac{3}{5}$ 倍の個数は 18 個になります。また $\frac{3}{5}$ 倍は 0.6 倍と同じなりますが、15×0.6＝9 となっています。

割合

30 m が 12 m の 2.5 倍であることを、「12 m を 1 と見ると、30 m は 2.5 にあたる」とも表しました。同じように、6 m が 8 m の 0.75 倍であることは、「8 m を 1 と見ると、6 m は 0.75 にあたる」と表すことができますし、6 個が 8 個の 0.75 倍であることも「8 個を 1 と見ると、6 個は 0.75 にあたる」と表すことができます。

このように、もとにする量を「いくつか」と見たときに、くらべられる量が「いくつ」にあたるかを示すことで、2 つの量の間の関係を表したものを**割合**といいます。

ここまでは、もとにする量を 1 と見たときに、比べられる量がいくつにあたるかを考えてきました。しかし、例えば「8 m を 1 と見ると、6 m は 0.75 にあたる」という関係は、「8 m を 8 と見ると、6 m は 6 にあたる」と表してもよいはずです。またそれぞれの長さを cm で表すことを考えれば、「8 m を 800 と見ると、6 m は 600 にあたる」と表してもよいはずです。

このように、割合を表すとき、もとにする量をいくつと見るかには、いろいろな選び方があります。ただ 3 つの選び方がよく使われ、算数でも学習します。

算数で学習する割合の３つのタイプ

割合は小学校第 4 学年で「もとにする量の何倍かを表す数」として学習しましたが、　第 5 学年になるとこの「割合」にくわえて、**百分率** (パーセント)を学習しました。 さらに第 6 学年では**比**を学習しました。

同じ「割合」なのに 3 つもちがう形があるのは変な感じがしますが、これらは実は、量と量の間の同じ関係を表しています。それは、一方の量がもう一方の量の 1.5 倍であるとか、0.8 倍であるといった関係です。

（１）いくつにあたる

8 m をもとにして、6 m をこれとくらべてみると、2 つの量の間には「6 m は 8 m の 0.75 倍」という関係があります。前に見たように、これを次のように表すこともありました：「8 m をもとにしたときの 6 m の割合は 0.75 である」。さらに、もとにする量を基準の 1 としていることをはっきりと書いて、次のように表すこともありました：「8 m を 1 と見ると、6 m は 0.75 にあたる」。

こうした表し方では、もとにする量そのものを基準と考えています。そして、「くらべられる量」を基準である「もとにする量」で測るといくつになるかで、2つの量の関係を表しています。

このときの「いくつになるか」は6÷8を計算すれば求まりました。そこで、次ののようになります。

割合＝くらべられる量 ÷ もとにする量

「8 m をもとにしたときの6 m の割合は0.75である」とは、8 m を基準として6 m を測ったら基準の0.75倍だったことを表しています。これにより、6 m が8 m とくらべてどの程度の長さなのかを、伝えることができます。

逆に割合を知ると、そこにあらわれる2つの量の関係がイメージできます。例えば、町のおたのしみ会に小学生と中学生が集まったとします。「子どもぜんぶの人数をもとにしたときの小学生の割合は0.6でした」という情報がわかったとします。

人数はわからなくても、子どもぜんぶの人数を10等分して、その6つ分の人数が小学生だったことはわかります。ここから、集まった子どもたちの中に、小学生がどの程度いたのかをイメージすることができるでしょう。

（２）百分率

百分率では、<u>もとにする量を100と見るとくらべられる量がいくつにあたるか</u>で、2つの量の関係を表します。つまり、「もとにする量」を測ると値が100になるような基準の量を選んで、その基準で「くらべられる量」を測るといくつになるかを考えています。

8 m をもとにして6 m をこれとくらべるとすれば、8 m を測ると100になるような基準ですから、基準の量は0.08 m となります(8 cm と等しくなります)。この基準0.08 m でくらべられる量の6 m を測るといくつになるかを考えます。

0.08 m が70個で5.6 m です。さらに0.08 m が5個で0.4となるので、あわせてちょうど6 m となります。ここから、今の基準0.08 m で6 m を測るとその値は75となります。つまり、「もとにする量」8 m を100と見ると「くらべられる量」6 m は75にあたります。

「8 m を100と見ると6 m は75にあたる」ことを、「6 m は8 m の75 %」と表し

ます。% (パーセント)は「もとにする量が 100 となる基準を用いている」ことを表す記号です。「75 %」はその基準で測ると値が 75 になることを表しています。

もとにする量を測ると 100 になるような基準は、もとにする量を 100 でわると求まります。この基準でくらべられる量をはかるといくつになるかは、くらべられる量をこの基準でわると求まります。そこで次のようになります。

百分率＝くらべられる量 ÷（もとにする量 ÷ 100）

これは次のように直せます。

百分率＝くらべられる量 ÷もとにする量 × 100

おたのしみ会で、子どもがぜんぶで 200 人で、そのうちの 120 人が小学生だったとします。このとき、子どもぜんぶの人数をもとにして小学生の人数をこれとくらべるときの関係を、百分率で表してみます。子どもぜんぶの人数 200 人を測ると 100 になる基準ですから、2 人となります。この基準 2 人で小学生 120 人を測ると 60 となります。したがって「小学生の人数は子どもぜんぶの人数の 60 %」となります。これは次の計算でも求まります：120÷200×100。

百分率を用いると、小数を使わなくてすむことが多くなり、割合をわかりやすく表すことができます。

（３）比

8 m をもとにして 6 m をこれとくらべるとどのような関係になるかを、値をそのままならべて「6：8」などと表すことがあります。これは「ある基準でそれぞれの量を測ると一方の値が 6、もう一方の値が 8 になる関係」であることを表しています。

6 m と 8 m の間の関係を 1 m を基準として考えると「6：8」と表せましたが、6 m と 8 m という<u>長さは変えずに</u>、基準を 1 m から 2 m に変えたらどうなるでしょう。基準の 2 m で 6 m を測ると値は 3 となり、8 m を測ると値は 4 となります。したがって 2 m を基準として考えると、6 m と 8 m の間の関係は「3：4」と表せることになります。1 m を基準とした時は「6：8」でしたが、2 つの長さは変わらないのですから、どちらも同じ関係を表しているはずです。そこで関係の表し方としては、

6：8 ＝ 3：4

といえます。また 0.5 m を基準として測ると 6 m の値は 12、8 m の値は 16 となります。2 つの長さは変わらないので、「12：16」も同じ関係を表しています。

6：8 ＝ 12：16

逆に 3：4 という比は変えずに、基準の量を変えたらどうなるでしょう。基準が 3 m だとしたら、それで測った値が 3 になるのは 9 m、4 になるのは 12 m です。つまり「3：4」の関係は、9 m と 12 m の関係も表しています。しかし 9 m と 12 m の関係は「9：12」とも表せます。これら 2 つの比は同じ関係を表しているといえますから、次のように 2 つの比は等しいと考えます。

3：4 ＝ 9：12

「3：4」は 6 m と 8 m の関係も表していました。6 m と 8 m の関係と 9 m と 12 m の関係は同じといっていいのでしょうか。

8 m をもとにすると 6 m はその 0.75 倍でした。9 m が 12 m の何倍になるかを求めてみると、9÷12＝0.75 ですから、12 m をもとにすると 9 m はその 0.75 倍になっています。倍で表せる関係について、6 m と 8 m の間の関係と、9 m と 12 m の間の関係は確かに同じになっています。

このように、比については、長さを変えずに基準を変えてできる比や、比を変えずに基準を変えてできる比は、同じ関係を表しているので、同じ比であると考えます。上の結果をあわせると、次の比はすべて等しくなります。

3：4 ＝ 6：8 ＝ 9：12 ＝ 12：16

これを見ると、「：」の前の値を 2 倍したら後の値も 2 倍にし、前の値を 3 倍にしたら後の値も 3 倍にすると、同じ比になることがわかります。

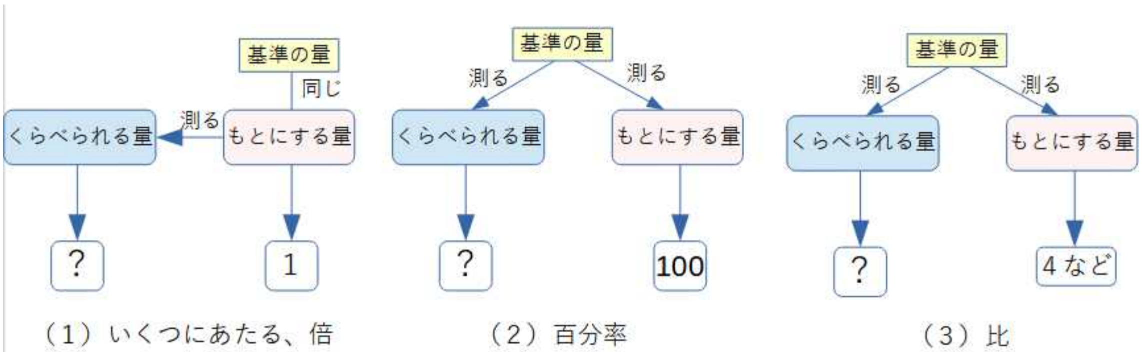
なお 3：4 という比であれば $3 \div 4 = \frac{3}{4} = 0.75$ を**比の値**といいます。これは 3 で表される量が 4 で表される量の何倍かを求めていることになります。つまり、比により表していた 2 量の間の関係を、もっとはっきりと表した数値が比の値で

す。

2つの比について比の値が等しいということは、その2つの比が同じ関係を表しているということですから、2つの比は同じと考えます。また同じ大きさの分数で学習したことを思い出すと、上で等しくなるとした比については、比の値が等しくなることもわかります。

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times2}{4\times2}=\frac{3\times3}{4\times3}=\frac{3\times4}{4\times4}$$

このように割合はいろいろな形で表すことができますが、その表すものは2つの量の間の同じ関係です。（１）いくつにあたるでは、もとにする量を1と見ました。そして、もとにする量を基準としてほかの量を測るといくつになるかで、2つの量の間の関係を表します。（２）百分率では、もとにする量を100と見ました。そうなるような基準でほかの量を測るといくつになるかで、同じ関係を表します。（３）比では、もとにする量をいくつと見てもよいのでした。もとにする量を4と見るのであれば、そうなるような基準でほかの量も測り、いくつになるかを求めれば、同じ関係を表すことができました。



表し方はちがっても、同じ関係を表しているので、割合を使う場面に応じて、使いやすい表し方を選べばよいでしょう。ある表し方を別の表し方に直せるようにしておくと、割合がより使いやすくなります。

まとめ

割合は量の間の関係を表します。その関係は、「くらべられる量がもとにする量の何倍か」という関係です。これにより、くらべられる量がもとにする量から見て「どの程度」なのかをイメージできるようになります。

何倍かを求めるときにはかけ算が使えます。そこから、わり算を使って他の情報を求めることもできるようになります。

割合は量の間の関係ですから、割合について考えたり、計算をしたりするときには、まずそれぞれの量のおよその大きさをイメージするとよいでしょう。もとにする量はどれか、くらべられる量はもとにする量とくらべてどの程度の大きさなのか、くらべられる量はもとにする量からどのようにして作ることができるか、などをイメージしてみます。あとは、そのイメージを「倍」を用いて表し、さらに「倍」をかけ算を用いて表すと、関係がいっそうはっきりしてきます。

割合はいろいろな場面で、いろいろな形であらわれます。にがてな人も多いのですが、まずは、あまり深く考えずに、「あれはこれは何倍かな？」とか「これの10倍はどのくらいの大きさかな」などと、考えをめぐらせてみてはどうでしょうか。

補足１：分数の利用

比 3：4 について、3÷4＝$\frac{3}{4}$＝0.75 を比の値といい、比の値は「3 で表される量が 4 で表される量の何倍か」を表していました。このように、比については、それぞれの値が分子と分母である分数を考えると、比の値を求めることができ、$\frac{3}{4}$倍などと表すこともできます。

また 6 m が 8 m の何倍かを求めるときも、6÷8 というわり算をしましたが、5 年生の学習を思い出すと、この答え(商)は、6÷8＝$\frac{6}{8}$と分数で表すことができます。約分をすれば$\frac{3}{4}$倍と表すこともできます。

このように、分数を使うと、もとにする量の値を分母とし、くらべられる量の値を分子とする分数で割合を表すことができます。割合を分数で表すことで、約分して、みやすい形に直したり、分数のまま計算することで、新しい情報を見いだすこともできます。

補足２：割合と比例

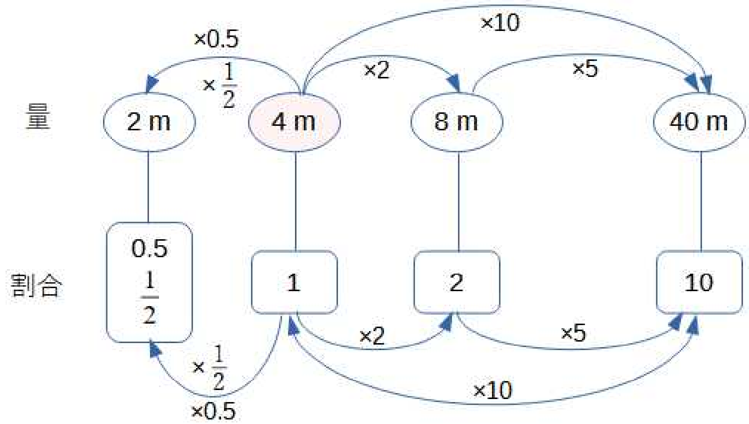
4 m を基準にすると 8 m は基準の 2 倍の長さです。また 40 m は 10 倍の長さです。ここで 8 m と 40 m を考えると、40 m は 8 m の 5 倍の長さになっています。一方で「2 倍」と「10 倍」もくらべてみると、2 と 10 ですから、「5 倍」といえそうな感じがします。

「倍」や「割合」は長さ、人数、個数などの量について考えてきました。ここでもしも「倍」についても「倍」を考えてよいことにすると、「10 倍は 2 倍の 5 倍」という言い方もできることになります。

また「2 m は 4 m の 0.5 倍の長さ」、「4 m をもとにした 2 m の割合は 0.5」です。「4 m は 4 m の 1 倍の長さ」、「4 m をもとにした 4 m の割合は 1」ですから、このときも長さが 4 m から 2 m に 0.5 倍になると、倍も 1 倍から 0.5 倍に「0.5 倍」になり、割合も 1 から 0.5 に「0.5 倍」になっています。

このように、もとにする量が変わらないときは、くらべられる量が 2 倍、3 倍、

…となったり、$\frac{1}{2}$ 倍、$\frac{1}{3}$ 倍、…となると、倍の値や割合の値も 2 倍、3 倍、…となったり、$\frac{1}{2}$ 倍、$\frac{1}{3}$ 倍、…となります。



子ども 200 人のうち 120 人が小学生だったとき、「子どもぜんぶの人数をもとにした小学生の人数の割合は 0.6」、あるいは「小学生の人数は子どもぜんぶの人数の 60 %」でした。

小学生の人数が半分の 60 人になったときの割合は、上の図のように考えると 0.6 の半分の 0.3、あるいは 60 %の半分の 30 %になると考えられます。

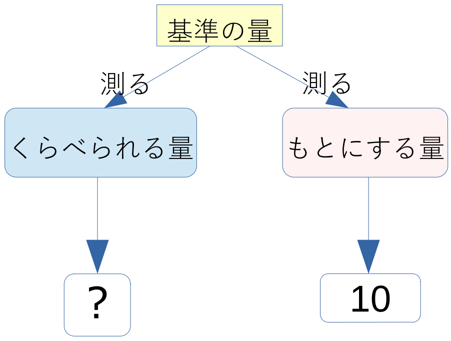
実際、60÷200＝0.3 ですから、「子どもぜんぶの人数をもとにした小学生の人数の割合は 0.3」に確かになっています。

このように、量が○倍になると割合も○倍になることをつかうと、割合をかんたんに求められることがあります。

補足３：歩合

野球の打率は「3 割 2 分 4 厘」などと、「割」「分」「厘」を用いて表されます。また店で「2 割引き」といった表し方も見かけます。これも割合の一つのタイプです。

「割」は基準の量を 10 と見たときに、比べられる量がいくつにあたるかを表しています。「2 割引き」は、「もとの値段を 10 と見たときに 2 にあたる金額を引きますよ」という意味になります。打率が「3 割」であれば、「打数を 10 と見たときに安打数が 3 にあたる」ことを表しています。



もとの値段を 10 と見たときに 2 にあたる金額は、もとの値段を 100 と見るときには 20 にあたりますから、「割引きの値段はもとの値段の 20 %」と同じことになります。またもとの値段を 1 と見るときには 0.2 にあたりますから、「もとの値段をもとにしたときの割引きの値段の割合は 0.2」や、「割引きの値段はもとの値段の 0.2 倍」とも同じになります。

なお歩合では小数は用いず、「割」の 0.1 倍を「分」で、0.01 倍を「厘」で表します。「3.2 割」ではなく「3 割 2 分」、「3.24 割」ではなく「3 割 2 分 4 厘」と表します。

ただ「腹八分目」や「勝負は五分五分」といったときの「分」は 80 %や 50 %を表しますから、注意が必要です。