

かなりわりきった
割合学び直しテキスト

全国学力・学習状況調査の類題を用いた実践編

上越教育大学
布川 和彦

全国学力・学習状況調査では割合に関する問題も多く出されていますが、その正答率は全体的にはあまりよくないように見えます。そこで、ここではそれらとよく似た問題を、「割合の学び直し」テキストの考え方で整理してみることになります。

といっても、この考え方というのは、次のような1つの式だけです。

$$(\text{くらべられる量}) = (\text{基準量}) \times (\text{割合}) \cdots (*)$$

この式が表しているのは、「基準とする量を何倍かしたらある量(くらべられる量)になった」ということです。ですから問題で示された場面を、まずは「基準とする量を何倍かしたらある量になった」というイメージに整理していきます。そのとき、数値がわからないところは□や x などを用いて表していきます。場面が整理できたら、□や x の値を求めるにはどうしたらよいかを考えればよいのです。

なお中学校の数学でも、割合に関連した問題が出てきますが、それらも同じ発想で考えていくことができます。それを確かめるために、中学校の調査問題と似たものもいくつか含めています。

目次

基本的な考え方

基本の関係式(比較量=基準量×割合)とそこから生まれる3つのタイプ

タイプ1 ($\square = \text{基準量} \times \text{割合}$)

基本編

応用編

タイプ2 ($\text{比較量} = \text{基準量} \times \square \rightarrow \square = \text{比較量} \div \text{基準量}$)

基本編

応用編

タイプ3 ($\text{比較量} = \square \times \text{割合} \rightarrow \square = \text{比較量} \div \text{割合}$)

基本編

応用編

タイプ1とタイプ2の複合タイプ

タイプ1とタイプ3の複合タイプ

まとめ

基本的な考え方

割合は、ある量が基準とする量の何倍かを表す数です(参考：割合の学び直し)。つまり、次のような関係になっています。

$$(\text{くらべられる量}) = (\text{基準量}) \times (\text{割合}) \cdots (*)$$

割合の問題の解き方はいろいろあるでしょうが、ここでは、上の式(*)だけですませることにします。

そのために、問題で数値がわからないところは、□や x を用いて表します。そのあとで、その□や x の値がいくつになるかを、考えることにします。

【タイプ1】 (□=基準量×割合)

問題：オレンジ果汁が60%ふくまれている飲み物があります。

この飲み物500 mLには、果汁は何 mL入っていますか。

(令和4年度算数・問題2(2)類題)

果汁が何 mLかを求めたいので、その数値はわかりません。そこで、これを□ mLと表すことにします。

500 mLの飲み物を考えていて、その中の果汁の量を求めるので、500 mLが基準量ということになります。

その中にどの程度の果汁が入っているかということ、60%だと示されています。60%は小数で表す割合では0.6のことでした。つまり、飲み物の量を0.6倍すると果汁の量になるということです。

これらをあわせて(*)の式で表すと、次のようになります。

$$\square = 500 \times 0.6$$

これを計算すると、果汁は300 mLとわかります。

60%は50%より少し大きいので、60%の果汁は基準量の半分より少し多いはずですが、500 mLの半分は250 mLで、上で求めた300 mLはこれより少し多くなっていますから、話のつじつまはあっていそうです。

【タイプ2】（ 比較量=基準量×□ → □=比較量÷基準量）

問題：地域のお楽しみ会に小学生が200人集まりました。そのうち80人が5年生でした。5年生の人数は、集まった小学生の人数の何%ですか。

（平成30年度算数A・問題8類題

平成21年度算数A・問題7参照）

何%かを、つまり割合を求めます。いいかえると、集まった小学生の人数を何倍したら5年生の人数になるかを考えます。ただ、何倍かを求めるので、数値はわかりません。そこで、これを□と表すことにします。

集まった小学生が200人で、その何倍かが5年生の人数80人になります。したがって200人が基準量で、80人が比較量（くらべられる量）ということになります。

これらをあわせて（*）の式で表すと、次のようになります。

$$80 = 200 \times \square$$

200を□倍したら80になるということです。かけ算ではかけられる数とかける数をいれかえても積は変わらないことを思い出すと、

$$80 = \square \times 200$$

と考えてもよいことになります。

□は200をかけると80になる数ですから、200をかける前の状態にもどせば□になります。だから□は $80 \div 200$ の商になります。（参考：わり算の学び直し）

これを計算すると□は0.4となります。200人の0.4倍が80人だということです。小数で表した割合の0.4は40%でしたから、5年生の人数80人は、集まった人数200人の40%ということになります。

（別解）分数のかけ算についての学習を思い出すと、 $a \times \frac{b}{a} = b$ となるのでし

た。こうした目でさきほどの $80=200 \times \square$ という式を見てみると、 $\square = \frac{80}{200}$

であることに気づきます。つまり 200 を $\frac{80}{200}$ 倍すると 80 になるということです。

$\frac{80}{200} = \frac{40}{100} = 0.4$ ですから、わり算で求めたのと同じ結果が得られます。ある

いは $\frac{40}{100}$ は $\frac{1}{100}$ の 40 個分で、 $\frac{1}{100}$ は 1% のことですから、 $\frac{40}{100}$ は 40% だと考えることもできます。

【タイプ3】（ 比較量 = $\square \times$ 割合 $\rightarrow \square =$ 比較量 \div 割合）

問題：あるおかしが 20% 増量で売られていました。増量した重さは 80 g です。増量する前のおかしの量は何 g ですか。

（平成 27 年度算数 B・問題 2(2) 類題）

増量前の量を求めるので、その数値はわかりません。そこでこれを \square g と表すことにします。

また増量前の量の 20% が 80 g ということなので、増量前の重さの \square g が基準量となります。

20% は小数で表す割合では 0.2 のことでした。増量前の量の 20% が 80 g という事は、 \square g の 0.2 倍が 80 g だということです。

これらをあわせて（*）の式で表すと、次のようになります。

$$80 = \square \times 0.2$$

\square は 0.2 倍すると 80 になる数なので、 $80 \div 0.2$ の商になります。

これを計算すると \square は 400 となります。つまり増量前の量は 400 g ということとなります。

20% が 80 g という事は、10% ではその半分の 40 g とわかります。増量前の

量は 100 %にあたる大きさですから、10 %分の 10 倍で 400 g となるはずですが、これは上で求めた結果と合っています。

ここまで見てきたように、割合の問題は、わからない数値や求める数値を□で表すことにすると、どのタイプの場合でも、次の式に表すことができます。

$$(\text{比較量}) = (\text{基準量}) \times (\text{割合}) \cdots (*)$$

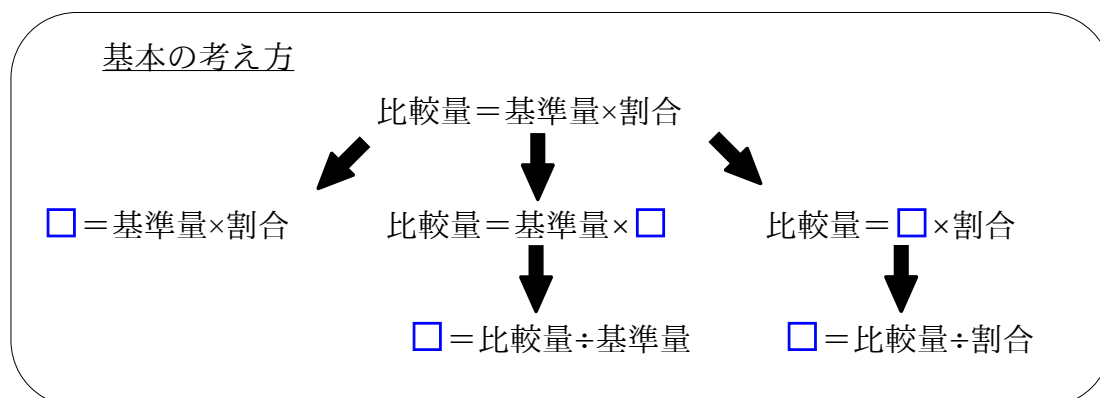
そして、□の値を求めるにはどのようにすればよいかを考えることで、どのような計算をしたらよいかも決まってきます。

なお上では、 $\text{比較量} = \text{基準量} \times \square$ のとき、基準量と□を入れかえても積は変わらないので、 $\text{比較量} = \square \times \text{基準量}$ と考え、さらに□は基準量をかけると比較量になるような数なので、 $\square = \text{比較量} \div \text{基準量}$ で□が求まると考えました。

これは中学校で学習する等式の性質を用いても考えることができます。 $C = A \times B$ のとき、等号の両辺を B でわると $C \div B = (A \times B) \div B$ となります。ここから $C \div B = A$ となるのです。

同じように、 $\text{比較量} = \square \times \text{割合}$ のときは、□は割合をかけると比較量になるような数なので、 $\square = \text{比較量} \div \text{割合}$ で□が求まると考えました。これも、 $C = A \times B$ のときに等号の両辺を B でわっていることになります。

このように、(*)の式で表現することと、中学校で学習する式の変形の知識を組み合わせると、割合の問題はさらに解きやすくなります。また、中学校の方程式の学習などで割合に関わる問題が出たときも、同じようにして考えていくことができます。



タイプ1・基本編

問題：ある女子走り高跳びの選手は身長が165 cmですが、200 cmの高さを跳んだ記録をもっています。つまり、身長の約1.2倍の高さを跳んだこととなります。

みくさんの身長は155 cmです。もしもみくさんがこの選手のように自分の身長の1.2倍の高さを跳ぶことができたとしたら、何 cmの高さを跳ぶこととなりますか。

(令和2年度算数・問題1(1)類題)

跳ぶことのできる高さを求めたいので、その数値はわかりません。そこで、これを□ cmと表すことにします。

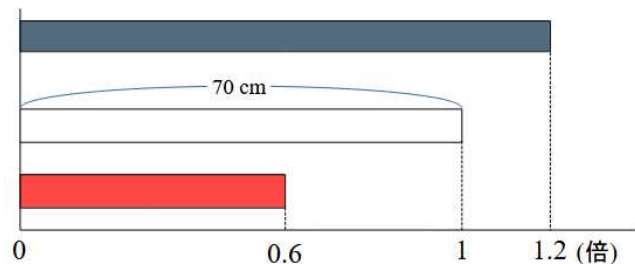
身長は155 cmで、その1.2倍の高さを考えるので、155 cmが基準量で、1.2倍が割合ということになります。

これらをあわせて(*)の式で表すと、次のようになります。

$$\square = 155 \times 1.2$$

これを計算すると□=186とわかります。もしもみくさんが選手と同じように身長の1.2倍の高さを跳べるとしたら、186 cmの高さを跳べることとなります。

問題：右の図で、青いテープの長さと赤いテープの長さを求めましょう。



(平成26年度算数A・問題2類題)

図で白いテープの長さが1倍となっていますから、白いテープの長さが基準量です。

図から青いテープの長さは白いテープの長さの 1.2 倍です。白いテープの長さはこれも図から 70 cm とわかります。青いテープの長さは何 cm かは示されていないので、とりあえずこれを□ cm と表しておきます。わかっていることを（*）の形で整理すると、次のようになります。

$$\square = 70 \times 1.2$$

計算をすると $\square = 84$ となりますから、青いテープの長さは 84 cm とわかります。

赤いテープの場合もまったく同じです。図から赤いテープの長さは白いテープの長さの 0.6 倍です。白いテープの長さは 70 cm でしたが、赤いテープの長さは何 cm かは示されていないので、こんども□ cm と表しておきます。わかっていることを（*）の形で整理すると、次のようになります。

$$\square = 70 \times 0.6$$

計算すると $\square = 42$ となりますから、赤いテープの長さは 42 cm とわかります。

倍の数が 1 より大きくても小さくても、（*）の式のような関係になることは、まったくいっしょです。ただし、1 より大きい数をかけると基準量より大きい量になりますし、1 より小さい数をかけると基準量より小さい量になります。そして 1 をかけるとき、つまり 1 倍のときは基準量と同じ大きさの量になります。

問題： (1) 200 cm の 75 % の長さを求めましょう。

(2) 500 g の 140 % の重さを求めましょう。

(平成 25 年度算数 A ・ 問題 8 類題)

75 % は小数で表す割合では 0.75 でした。したがって 200 cm の 75 % の長さは、200 cm を 0.75 倍した長さです。求める長さを□ cm とし、条件を（*）の形で整理すると、次のようになります。

$$\square = 200 \times 0.75$$

これを計算すると $\square = 150$ となり、求める長さは 150 cm とわかります。

なお 200 cm の 50 % は半分なので 100 cm、25 % は半分の半分なので 50 cm です。75 % は 50 % 分と 25 % 分を合わせた長さなので、100+50 で 150 cm となるはずですが。これは上で求めたのと同じ結果になっています。

140 % は小数で表す割合では 1.4 でした。したがって 500 g の 140 % の重さは、500 g を 1.4 倍した重さです。求める重さを \square g として、条件を (*) の形で整理すると、次のようになります。

$$\square = 500 \times 1.4$$

これを計算すると $\square = 700$ となり、求める重さは 700 g とわかります。

基準量の 100 % は 1 倍ということであり、基準量と等しい量になります。(1) のように 100 % より小さい量は、1 倍より小さい量なので、基準量より小さい量になり、(2) のように 100 % より大きい量は、1 倍より大きい量なので、基準量より大きい量になります。

問題： 図書館で先月の貸し出された本は 720 冊でした。そのうち「物語」の本の冊数は、全体の 45 % でした。先月、貸し出された「物語」の冊数は何冊ですか。

(平成 20 年度算数 A ・ 問題 9 類題)

貸し出された本全体の 45 % を考えるので、全体の冊数が基準量です。

45 % は、小数で表す割合では 0.45 のことでした。したがって、全体の冊数を 0.45 倍すると「物語」の冊数になります。全体の冊数は 720 冊です。「物語」の冊数は数値がわからないので、とりあえず \square 冊と表しておきます。冊数の関係を (*) の形で表すと、次のようになります。

$$\square = 720 \times 0.45$$

これを計算すると、 $\square = 324$ となります。つまり、先月、貸し出された「物語」は 324 冊とわかります。

問題：小学生が100人集まっています。集まった小学生100人のうち40%が5年生でした。5年生は何人いますか。

(平成23年度算数A・問題9類題)

集まった小学生100人のうちの40%を考えているので、小学生100人が基準量です。40%を小数で表す割合に直すと0.4でした。つまり、基準量である100人を0.4倍すると5年生の人数になるということです。5年生の人数を求めるので、その数値はわかりませんから、これを□人と表しておきます。

これらの情報を(*)の形で表すと、次のようになります。

$$\square = 100 \times 0.4$$

計算すると $\square = 40$ となり、5年生の人数は40人と求まります。

(別解)

%で表す百分率は、基準量を100と考えたときに比較量がいくつと表せるかを表していました。今の基準量は100人です。40%の人数を求めるということは、100人を100と考えているときに40と表せる人数は何人かを求めることになります。100にあたるのが100人なので、40にあたるのは40人です。

つまり基準量が100人なので、人数がそのまま百分率の値になるのです。

問題：直径が7cmの円の円周を求めましょう。円周率は3.14とします。

(平成26年度算数A・問題5(1)類題)

円周率は直径をもとにしたときの円周の長さの割合でした。つまり、直径を基準量、円周の長さを比較量として、直径を何倍したら円周になるかを表した数です。これを(*)の式の形で表すと以下ようになります。

$$(\text{円周の長さ}) = (\text{直径}) \times (\text{円周率})$$

直径は7cmとして示されています。また円周率は3.14として計算するように

指定されています。これらを代入すると

$$(\text{円周の長さ})=7\times 3.14$$

となり、計算すると円周の長さは21.98 cmと求まります。

このように円周率も割合として、（*）で考えていくことができます。

タイプ1・応用編

問題：硬貨の直径は右の表のようになっています。もしも

種類	1円玉	5円玉	10円玉	50円玉	100円玉	500円玉
直径(mm)	20.0	22.0	23.5	21.0	22.6	26.5

1円玉の直径を13%長くしたら、どの硬貨の直径と等しくなりますか。

(平成29年度算数B・問題5(2)類題)

長くしたときの直径を求めたいので、その数値はわかりません。そこで、長くなる分の長さを □ mm と表すことにします。

1円玉を考えていて、その直径を長くしたときの長さを求めるので、1円玉の直径20.0 mmが基準量ということになります。

それをどの程度長くするかというと、13%だと示されています。13%は小数で表す割合では0.13のことでした。

これらをあわせて(*)の式で表すと、次のようになります。

$$\square = 20.0 \times 0.13$$

計算すると $\square = 2.6$ となります。この長くなる分の2.6 mmを、1円玉の直径の20 mmにたすと22.6 mmとなります。つまり13%長くしたときの直径は22.6 mmなので、100円玉と同じになることがわかります。

20.0 mmの10%は2.0 mmです。ですから13%長くしたときの長さは22 mmより少し長くなるはずです。上の結果はこのことと話のつじつまが合っています。

(別解)

13%だけ長くした長さは、もとの長さの113%となります。113%は小数で表す割合では1.13ですから、 20×1.13 を計算しても、13%だけ長くした長さを求めることができます。

問題：円があります。この円の直径の長さを3倍にしたら、円周の長さはもとの円の円周の長さの何倍になりますか。

(平成30年度算数A・問題7(2)類題)

もとの円の直径を3倍にしますから、新しい円の直径は次のようになります。

$$(\text{新しい円の直径}) = (\text{もとの円の直径}) \times 3$$

また、新しい円の円周の長さは、新しい円の直径に円周率をかけることで求められますから、次のようになります。

$$(\text{新しい円の円周}) = (\text{新しい円の直径}) \times (\text{円周率})$$

ここで、 $(\text{新しい円の直径}) = (\text{もとの円の直径}) \times 3$ でしたから、 (新しい円の直径) の部分をもとの円の直径 $\times 3$ でおきかえてもよいでしょう。

$$(\text{新しい円の円周}) = (\text{もとの円の直径}) \times 3 \times (\text{円周率})$$

となります。かけ算ではかける順序を入れかえてもよかったですので、

$$(\text{新しい円の円周}) = (\text{もとの円の直径}) \times (\text{円周率}) \times 3$$

となります。 $(\text{もとの円の直径}) \times (\text{円周率})$ の部分は (もとの円の円周) と等しくなりますから、結局、次のようになることがわかります。

$$(\text{新しい円の円周}) = (\text{もとの円の円周}) \times 3$$

つまり、新しい円の円周はもとの円の円周の3倍になることがわかります。

(別解)

円周率は $(\text{円周の長さ}) \div (\text{直径})$ で求まり、しかも円の直径によらずにいつも同じ値でした。したがって、直径を3倍にした円でも、 $(\text{円周の長さ}) \div (\text{直径})$ の商はもとの円の時と同じ値にならなければなりません。わり算のきまりを思い出すと、わる数を3倍にしたので、商が同じになるようにするには、わられる数も3倍にする必要があります。ここから、新しい円の円周ももとの円の円周の3倍になることがわかります。

問題：下の(a)から(d)までの表は、 y が x の一次関数である関係を表しています。この中から、変化の割合が3であるものを1つ選びなさい。

(a)

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-8	-5	-2	1	4	7	10	...

(b)

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-17	-11	-5	1	7	13	19	...

(c)

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...

(d)

x	...	-6	-4	-2	0	2	4	6	...
y	...	-7	-4	-1	2	5	8	11	...

(令和4年度数学・問題4類題

平成26年度数学A・問題11(1)参照)

変化の割合は、 x の増加量をもとにしたときの y の増加量の割合です。つまり、 x の増加量を何倍すると y の増加量になるか、ということです。これを(*)の式の形で表してみると、次のようになります。

$$(y \text{ の増加量}) = (x \text{ の増加量}) \times (\text{変化の割合})$$

上の問題では、変化の割合は3と示されています。また表では、 x の値は2ずつ増えています。つまり表の隣り合う x の増加量は2です。 y の増加量を□で表すと、(*)の式は次のようになります。

$$\square = 2 \times 3$$

ここから、 $\square = 6$ となるはずであることがわかります。つまり、表のうち、隣り合う y の増加量が6となっているものをさがせばよいことになります。

そのようにしてさがすと、(b)が条件を満たしていることがわかります。

問題：パン屋さんで今週は全品 10%引きのセールをしていました。そこで定価が 300 円のパンを買うことにしました。レジに行ったら店員さんから、5 時を過ぎたのでさらに 20%引きになると言われました。結局、代金はいくらになるでしょう。

(平成 27 年度算数 B・問題 2(3)類題

平成 26 年度算数 B・問題 5(3)参照)

300 円のパンがまずは 10%引きになり、そこからさらに 20%引きになります。つまり 20%引きの金額を求めるときの基準量は、定価の 300 円ではなく、そこから 10%引きをした金額になるはずで

す。そこでまず、300 円から 10%引きをした代金を求めます。値引きは 300 円の 10%、つまり 0.1 倍ですから、(*) の形で表すと次のようになります。

$$(\text{値引きの金額}) = 300 \times 0.1$$

計算すると値引きの金額は 30 円となります。これを定価の 300 円から引くと、10%引きの値段は 270 円と求まります。

この 10%引きの値段 270 円からさらに 20%引きにしてもらえるとということです。ですから、こちらの値引きは 270 円の 20%、つまり 0.2 倍です。こちらも (*) の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{2 番目の値引きの金額}) = 270 \times 0.2$$

計算すると、2 番目の値引きは 54 円となります。したがって最終的な代金は 270 円から 54 円を引いて 216 円とわかります。

(補足)

10%引きの値段は定価の 90%、つまり 0.9 倍となります。この値引きの金額からさらに 20%引いた金額は、この値引きの金額の 80%、つまり 0.8 倍です。このことを (*) の式を用いて表すと、次のようになります。

$$(\text{最終的な代金}) = (\text{10\%引きの代金}) \times 0.8$$

$$= (\text{定価} \times 0.9) \times 0.8$$

$$= \text{定価} \times (0.9 \times 0.8)$$

$$= \text{定価} \times 0.72$$

つまり、定価の 10 % 引きをしたものをさらに 20 % 引きした代金は、定価の 0.72 倍となります。これは定価の 72 % ですから、定価の 28 % 引きの値段となります。

上の問題では定価は 300 円でしたから、その 28 % は 84 円で、72 % は 216 円です。これは、確かに同じ結果となっています。

問題： 右の表はある図書館に 1 年間に来館した子どもの数と、そのうち本を借りた人数の割合を示しています。2020 年度と 2021 年度を比べると、本を借りた人数は増えていきますか、それとも減っていますか。あるいは変わってませんか。 (平成 25 年度算数 B・問題 5(2) 類題)	年度	来館した子どもの人数 (人)	来館した子どものうち本を借りた人の割合 (%)
	2020	2925	64
	2021	3275	64

来館した子どもの人数をもとにしたときに、本を借りた人数の割合は 2020 年度も 2021 年度も 64 % と示されています。64 % は小数で表す割合では 0.64 のことでしたから、本を借りた人数は来館した子どもの人数を 0.64 倍すれば求めることとなります。そのことを (*) の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{本を借りた人数}) = (\text{来館した子どもの人数}) \times 0.64$$

同じ 0.64 をかけるので、来館した子どもの人数が多いと、本を借りた人数も多くなります。来館した子どもの人数は 2020 年度が 2925 人、2021 年度が 3275 人ですから、2021 年度の方が多くなっています。したがって、本を借りた人数も 2021 年度の方が 2020 年度よりも多くなっていると言えます。

(確かめ)

実際に借りた人数を計算して求めてみると、2020 年度は $2925 \times 0.64 = 1872$ より 1872 人、2021 年度は $3275 \times 0.64 = 2096$ より 2096 人となり、確かに 2021 年度

の方が本を借りた人数が多くなっていることがわかります。

ただこのかけ算を実際にしなくても、上のように考えるとどちらの方が多いかを判断することはできます。

問題：右の表はある図書館に1年間に来館した子どもの数と、そのうち本を借りた人数の割合を示しています。2021年度と2022年度を比べると、本を借りた人数は増えていますか、それとも減っていますか。あるいは変わってませんか。 (平成23年度算数B・問題4(2)類題)	年度	来館した子どもの人数(人)	来館した子どものうち本を借りた人の割合(%)
	2021	3275	64
	2022	3275	72

前の問題と同じように見えますが、今度は来館した子どもの人数は同じで、本を借りた人の割合が増えています。(*)の形で表すと、今度は次のようになります。

$$(\text{本を借りた人数}) = 3275 \times (\text{本を借りた人の割合})$$

同じ3275に割合をかけるので、割合の値が大きいほど本を借りた人数も多くなります。本を借りた人の割合は2021年度が64%、2022年度が72%です。つまり本を借りた人数は、2021年度は3275人を0.64倍した人数、2022年度は3275人を0.72倍した人数ですから、2022年度の方が倍の数が大きくなっています。

したがって、本を借りた人数も2022年度の方が2021年度よりも多くなっていると言えます。

問題：右の表はある図書館に1年間に来館した子どもの数と、そのうち本を借りた人数の割合を示しています。2022年度と2023年度を比べると、本を借りた人の割合はかなり減っ

年度	来館した子どもの人数(人)	来館した子どものうち本を借りた人の割合(%)
2022	3275	72
2023	4095	60

ています。ここから、2023年になって本を借りた人は減ったと言っていいでしょうか。

(平成20年度算数B・問題2(3)類題)

本を借りた人数は(*)の形で次のように表せました。

$$(\text{本を借りた人数}) = (\text{来館した子どもの人数}) \times (\text{本を借りた人の割合})$$

2023年になって確かに本を借りた人の割合は2022年の72%から60%に減っています。しかし来館した子どもの人数は2023年になって増えています。

つまり、2023年の本を借りた人を上の式で計算しようとしたときに、かける数は2022年より小さくなりますが、かけられる数は2022年より大きくなります。したがって、これらをかけたときの積が2022年の積よりも小さくなることは必ずしも言えません。

(確かめ)

上の式に2022年と2023年の数値を入れると、次のようになります。

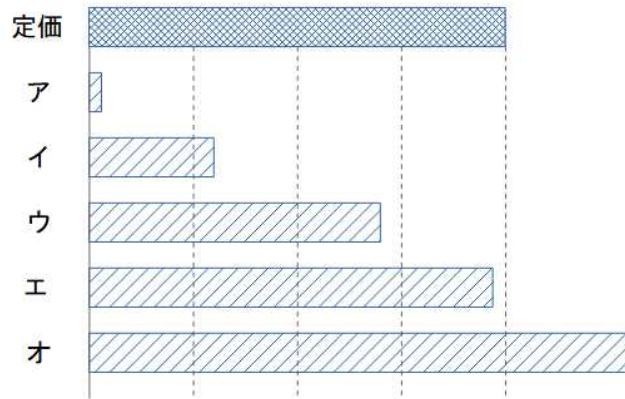
$$(\text{2022年の本を借りた人数}) = 3275 \times 0.72 = 2358$$

$$(\text{2023年の本を借りた人数}) = 4095 \times 0.60 = 2457$$

これより、実際は2023年の本を借りた人数の方が多いことがわかります。

問題：パン屋さんで、3種類のパンを定価の30%引きで売っていました。

(1) 右の図のア～オのうち、定価の30%引き後の値段を表しているのはどれですか。



(2) 3種類のパンはあんパン(定価170円)、メロンパン(定価200円)、ソーセージパン(定価240円)です。値引きされる金額が一番大きくなるのは、どのパンですか。

(平成22年度算数B・問題5類題
平成19年度算数B・問題4(1)参照)

(1) 図では定価を表す長さが4等分されています。定価は基準量なので100%にあたります。したがって、線と線の間長さは100%を4等分した1つ分なので、25%を表しています。

30%は25%より少し大きいので、上の図でいえばイの長さになります。

ただし問われているのは、「30%引き後の値段」ですから、100%を表す長さから、イの長さを引いた長さになります。その長さをさがすとウがそうになっていることがわかります。「30%引き後の値段」を表しているのはウになります。

ちなみにアは定価の3%、イは30%、エは97%(3%引き)、オは130%(30%割り増し)を表しています。

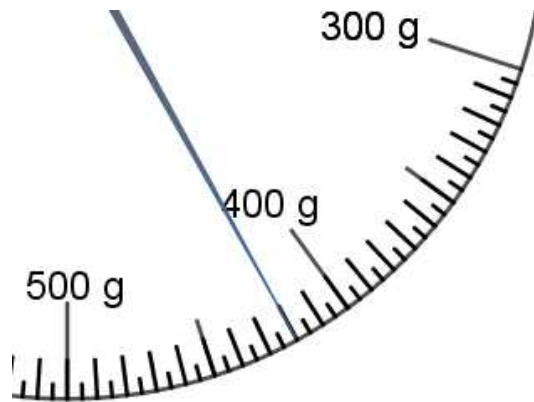
(2) 3種類のどのパンも定価の30%を引いてくれるので、定価と値引きされる金額の関係は、(*)の形で表すと次のようになります。

$$(\text{値引きされる金額})=(\text{定価})\times 0.3$$

同じ 0.3 をかけるので、定価が高いほど、値引きされる金額は大きくなることがわかります。したがって、もっとも定価の高いソーセージパンを買うと、値引きされる金額が一番大きくなります。

問題：容器に米を入れて重さをはかったら、めもりが右の図のようになりました。容器の重さは 150 g です。

米をたくのに米の重さの 1.5 倍の水が必要だとすると、この米をたくのに何 g の水が必要ですか。



(平成 24 年度算数 B・問題 4(3)類題)

米をたくのに必要な水の量は米の重さの 1.5 倍です。これを (*) の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{水の重さ})=(\text{米の重さ})\times 1.5$$

基準量は米の重さですが、問題には示されていないので、まずそれを求めます。はかりのめもりを読むと、容器に入れた米の重さは 420 g であることがわかります。容器の重さは 150 g とわかっていますから、容器に入れた米の重さから容器の重さをひけば、米の重さがわかります。420 - 150 = 270 ですから、米の重さは 270 g となります。

水の重さを求めるので、これを □ g と表しておきます。これらを上の方の式に入れると、次のようになります。

$$\square = 270 \times 1.5$$

これを計算すると、□ = 405 ですから、米をたくのに必要な水の重さは 405 g と求められます。

タイプ2・基本編

問題：去年あさがおの種を50個まいたら、そのうち45個から芽が出ました。芽が出た種は、まいた種の何%ですか。

(令和2年度算数・問題4(1)類題)

何%かを、つまり割合を求めます。いいかえると、まいた種の個数を何倍したら芽が出た個数になるかを考えます。ただ、何倍かを求めるので、数値はわかりません。そこで、これを□と表すことにします。

まいた種の個数が50個で、その何倍かが芽の出た個数45個になります。したがって50個が基準量で、45個が比較量(くらべられる量)ということになります。

これらのことを(*)の式で表すと、次のようになります。

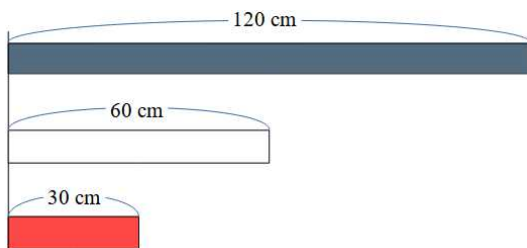
$$45 = 50 \times \square$$

ここから $\square = 45 \div 50$ で求められることがわかります。計算すると $\square = 0.9$ となります。50個の0.9倍が45個だということです。小数で表す割合の0.9は90%でしたから、芽が出た個数はまいた個数の90%ということになります。

問題：右の図のように120 cmの青いテープ、60 cmの白いテープ、30 cmの赤いテープがあります。

(1) 青いテープの長さは赤いテープの長さの何倍ですか。

(2) 白いテープの長さは青いテープの長さの何倍ですか。



(平成20年度算数A・問題4類題)

(1) 青いテープの長さが赤いテープの長さの□倍とします。つまり、赤いテープを□倍すると青いテープの長さになるということです。これを(*)の形で表

すと次のようになります。

$$(\text{青いテープの長さ}) = (\text{赤いテープの長さ}) \times \square$$

青いテープの長さは 120 cm、赤いテープの長さは 30 cm です。これを上の式に入れると次のようになります。

$$120 = 30 \times \square$$

ここから \square は $\square = 120 \div 30$ で求まることがわかります。計算すると $\square = 4$ となります。つまり、赤いテープの長さを 4 倍すると青いテープの長さになります。これは、青いテープの長さは赤いテープの長さの 4 倍ということです。

(2) 白いテープの長さが青いテープの長さの \square 倍とします。つまり、青いテープを \square 倍すると白いテープの長さになるということです。これを $(*)$ の形で表すと次のようになります。

$$(\text{白いテープの長さ}) = (\text{青いテープの長さ}) \times \square$$

白いテープの長さは 60 cm、赤いテープの長さは 120 cm です。これを上の式に入れると次のようになります。

$$60 = 120 \times \square$$

ここから \square は $\square = 60 \div 120$ で求まることがわかります。計算すると $\square = 0.5$ となります。つまり、青いテープの長さを 0.5 倍すると白いテープの長さになります。これは、白いテープの長さは青いテープの長さの 0.5 倍ということです。

問題：学校の水の使用量は 6 月と 7 月の 2 ヶ月間で 1425 m^3 でした。これが学校のプールに入る水の量のだいたい何倍になるかを考えます。学校のプールには水が 375 m^3 入るとすると、学校の水の使用量はプールに入る水の量のだいたい何倍になりますか。

(平成 26 年度算数 B・問題 2(1)類題)

プールに入る水の量の何倍かを考えているので、プールに入る水の量が基準量となります。何倍かを \square で表すと、プールに入る水の量の \square 倍が 2 ヶ月間の水の使用量です。これを $(*)$ の形に表すと、次のようになります。

$$(2 \text{ か月間の水の使用量}) = (\text{プールに入る水の量}) \times \square$$

2 か月間の水の使用量は 1425 m^3 、プールに入る水の量は 375 m^3 ですから、これを上の式に入れると、次のようになります。

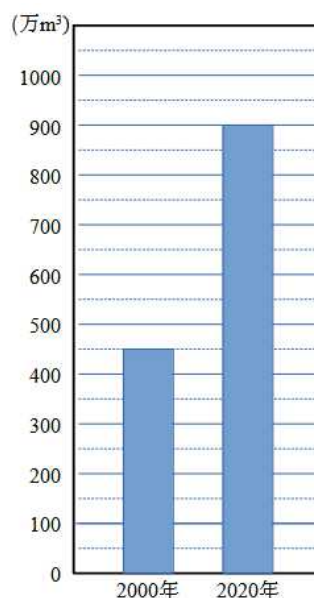
$$1425 = 375 \times \square$$

ここから \square は $\square = 1425 \div 375$ で求まることがわかります。

計算をすると $\square = 3.8$ となります。つまり、2 ヶ月間の水の使用料はプールに入る水の量の 3.8 倍ということです。

問題：右のグラフはある市の 2000 年と 2020 年の水の年間使用量を表しています。2020 年の年間使用量は 2000 年の年間使用量の約何倍ですか。

(平成 31 年度算数・問題 2(2)類題)



年間使用量はグラフで示されていますので、2つの求め方が考えられます。一つはグラフから使用量を読み取り、その数値を用いて求める方法です。もう一つはグラフの棒の長さから求める方法です。

それぞれの年の水の年間使用量をグラフから読み取ると、2000年は約 450 万 m^3 、2020年は約 900 万 m^3 です。2020年の年間使用量が2000年の年間使用量の何倍かを求めるので、その数値はわかりません。そこで、これを \square 倍と表すことにします。

450 万 m^3 を考えていて、それを \square 倍すると 900 万 m^3 になるということですから、 450 万 m^3 が基準量となり、 900 万 m^3 が比較量ということになります。

これらのことを (*) の式で表すと、次のようになります。

$$900 \text{ 万} = 450 \text{ 万} \times \square$$

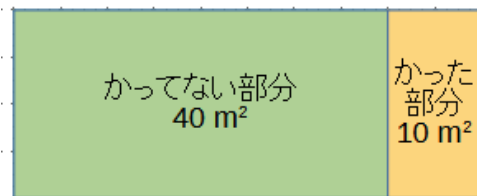
ここから $\square = 2$ とわかります。つまり 450 万 m^3 を 2 倍すると 900 万 m^3 になる

ということです。

グラフの棒の長さから求めるには、2000年のグラフの棒を何倍すると2020年の棒の長さになりそうかを考えます。上の図をながめてみると、2000年の棒をもう一つつなげれば、つまり2000年の棒の長さを2倍にすると、2020年の棒の長さと同じになりそうであることがわかります。

ここから、2020年の年間使用量は2000年の年間使用量の2倍であると言え、数値から求める方法と同じ結果が得られました。

問題：50 m²の庭の草かりをしています。これまでに草をかった部分の面積とまだ草をかっていない部分の面積は、右の図



のようになっています。まだ草をかっていない部分の面積40 m²は、庭全体の面積50 m²のどれだけの割合にあたりますか。

(平成22年度算数A・問題9類題)

割合を求めるので、数値は示されていません。そこで、その割合をとりあえず□と表しておきます。つまり庭全体の面積を□倍すると、まだ草をかっていない部分の面積になるということです。そのことを(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{草をかっていない部分の面積}) = (\text{庭全体の面積}) \times \square$$

草をかっていない部分の面積の面積は40 m²、庭全体の面積50 m²はですから、これを上の式に入れてみます。すると、次のようになります。

$$40 = 50 \times \square$$

ここから□は□ = 40 ÷ 50で求まることがわかります。計算すると□ = 0.8となります。したがって、庭全体の面積をもとにしたときの、まだ草をかっていない部分の面積の割合は0.8となります。

(別解)

%で表す百分率は、基準量を100と考えたときに比較量がいくつと表せるかを表していました。今の基準量は 50 m^2 です。 50 m^2 を100と考えるということは、面積の値を2倍すると百分率の値になりそうです。そこから、 40 m^2 は40の2倍で80と表せることとなります。つまり、 40 m^2 は 50 m^2 の80%とわかります。

80%は小数で表す割合では0.8のことでしたから、上と同じ結果が得られません。

問題：T旅行社のあるプランは通常4200円ですが、8名以上で申し込むと団体料金となり、1人あたり3570円になります。つまり団体料金になると通常料金より630円安くなります。この630円は通常料金4200円の何%にあたりますか。

(平成30年度数学B・問題5(1)類題)

630円が4200円の何%にあたるかを求めます。いいかえると、4200円を何倍したら630円になるかを考えます。倍の数を□で表すと、4200円を□倍したら630円になるということですから、(*)の式で表すと、次のようになります。

$$630 = 4200 \times \square$$

ここから $\square = 630 \div 4200$ で□が求まることがわかります。計算すると $\square = 0.15$ となります。4200円の0.15倍が630円だということです。小数で表した割合の0.15は百分率では15%でしたから、安くなる金額は通常料金の15%ということになります。

問題：右の表は全校の今月の落とし物をまとめたものです。落とし物の合計のうち、文房具の占める割合はいくつですか。

種類	文房具	195
	ハンカチ・タオル	92
	その他	28
落とし物の合計		315

(平成27年度数学B・問題5(1)類題)

落とし物の合計のうち文房具の占める割合を求めるので、落とし物の合計が基準量となり、それを何倍すると文房具の個数になるかを考えます。それを(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{文房具の個数}) = (\text{落とし物の合計}) \times (\text{割合})$$

文房具の個数と落とし物の合計は表で与えられていますから、その数値を代入します。割合は数値がわからないので□で表しておきます。すると、上の式は次のようになります。

$$195 = 315 \times \square$$

ここから□は□ = $195 \div 315$ で求まることがわかります。

計算すると□ = 0.6190... となります。したがって落とし物の合計のうち文房具の占める割合は約0.619となります。百分率で言えば約61.9%となります。

問題：青い折り紙の面積は $a \text{ cm}^2$ 、赤い折り紙の面積は $b \text{ cm}^2$ です。青い折り紙の面積は、赤い折り紙の面積の何倍ですか。

(平成 23 年度数学 A ・問題 2(3)類題)

何倍かを求めるので、数値は示されていません。そこで、とりあえずこれを \square 倍と表しておきます。青い折り紙の面積は赤い折り紙の面積の \square 倍、つまり赤い折り紙の面積を \square 倍すると青い折り紙の面積になる、ということです。これを (*) の形で整理すると、次のようになります。

$$(\text{青い折り紙の面積}) = (\text{赤い折り紙の面積}) \times \square$$

青い折り紙の面積は $a \text{ cm}^2$ 、赤い折り紙の面積は $b \text{ cm}^2$ と示されていますから、これを上の式に入れると、次のようになります。

$$a = b \times \square$$

ここから \square は $\square = a \div b$ で求まることがわかります。 $a \div b$ の商は分数 $\frac{a}{b}$ で表せる

ことを思い出すと、 $\square = \frac{a}{b}$ となります。つまり、赤い折り紙の面積を $\frac{a}{b}$ 倍すると青い折り紙の面積になるということです。

タイプ2・応用編

問題：くじがあります。くじ全体の本数の40%があたりだそうです。以下の割合のうち、同じ40%になるものを2つ選びましょう。

- ア くじ100本をもとにしたときのあたりくじ0.4本の割合
- イ くじ100本をもとにしたときのあたりくじ4本の割合
- ウ くじ100本をもとにしたときのあたりくじ40本の割合
- エ くじ10本をもとにしたときのあたりくじ4本の割合
- オ くじ40本をもとにしたときのあたりくじ1本の割合

(令和5年度算数・問題4(1)類題)

40%は、小数で表す割合では0.4のことでした。またア～オの「もとにした」くじ全体の本数が基準量、それぞれのあたりくじの本数が比べられる量(比較量)となります。

したがって、ア～オの中で

$$(\text{あたりくじの本数}) = (\text{くじ全体の本数}) \times 0.4$$

となっているものを選べばよいことになります。それぞれの数値を入れてみると、次のようになります。

ア $0.4 = 100 \times 0.4 ?$

イ $4 = 100 \times 0.4 ?$

ウ $40 = 100 \times 0.4 ?$

エ $4 = 10 \times 0.4 ?$

オ $1 = 40 \times 0.4 ?$

このうち正しいのはウとエですから、同じ40%の割合になるのは、ウとエの割合であるとわかります。

問題：右の表は5年生と6年生に、先月10冊以上本を読んだ人を調べた結果です。10冊以上読んだ人数は6年生の方が多

	読んだ	読んでない	合計
5年生	41	13	54
6年生	44	19	63

くなっています。このことから、5年生よりも6年生の方が、先月10冊以上本を読んだ人が多かったと言ってよいのでしょうか。

(平成24年度算数B・問題5(3)類題)

学年の合計人数を見ると、5年生は54人、6年生は63人で、5年生の方が9人少なくなっています。そのため、そのまま人数で比べるのはよくないと考えられます。そこで、学年全体の中でどの程度の人が10冊以上読んだのかを調べるために、合計人数をもとにしたときの10冊以上読んだ人数の割合を求めて、それで比べてみます。

合計人数が基準量ですから、割合を□で表して(*)の形で整理すると、次のようになります。

$$(10冊以上読んだ人数)=(学年の合計人数)\times \square$$

表を見ると、5年生の10冊以上読んだ人数は41人、学年の合計人数は54人です。これを上の式に入れてみると、次のようになります。

$$41=54\times \square$$

ここから□は□=41÷54で求まることがわかります。計算すると□=約0.76となります。合計人数を0.76倍するとだいたい10冊以上読んだ人数になる、つまり合計人数をもとにしたときの10冊以上読んだ人数の割合は0.76であることがわかります。

同じように考えると、6年生の10冊以上読んだ人数は44人、学年の合計人数は63人です。これを上の式に入れてみると、次のようになります。

$$44=63\times \square$$

ここから□は□=44÷63で求まることがわかります。計算すると□=約0.70となります。合計人数を0.70倍するとだいたい10冊以上読んだ人数になる、つまり合計人数をもとにしたときの10冊以上読んだ人数の割合は0.70であるこ

とがわかります。

割合を比べてみると、5年生の方が大きくなっています。5年生の方が、合計人数のわりには10冊以上読んだ人の人数が多いということになります。

表には10冊以上読んでいない人数も示されています。しかし、今の考察の仕方ではこの人数は使いません。示された情報の中で、今の考察に必要な情報とそうではない情報とをきちんと区別して考えていくことがたいせつです。

問題： 給食の6つのメニューから好きなものを選んでもらうアンケートをしました。その結果を学年ごとに集計したのが右の表です。 この結果において、全校生徒250人に対する上位3位のA、B、Cのいずれかを回答した生徒数の合計の割合を求めなさい。 (平成30年度数学B・問題1(1)類題)		回答した生徒数(人)				
	順位	メニュー	1年生	2年生	3年生	全校
	1	A	25	20	21	66
	2	B	19	17	22	58
	3	C	20	19	12	51
	4	D	13	14	13	40
	5	E	8	8	7	23
	6	F	2	6	4	12
	合計		87	84	79	250

全校生徒250人に対する上位3位のA、B、Cのいずれかを回答した生徒数の合計の割合を求めるので、これを□と表しておきます。つまり、250人を□倍するとA、B、Cのいずれかを回答した生徒数の合計になるということです。これを(*)の形で表すと次のようになります。

$$(A、B、Cのいずれかを回答した生徒数の合計) = (全校生徒) \times \square$$

A、B、Cのいずれかを回答した生徒数の合計は示されていませんが、表からAと回答した人は全校で66人、Bと回答した人は全校で58人、Cと回答した人は全校で51人とわかりますから、これを合計すれば求まります。計算をすると

175 人となります。

この数値と全校生徒の合計人数 250 人を上の式に代入すると、次のようになります。

$$175 = 250 \times \square$$

ここから \square は $\square = 175 \div 250$ で求まることがわかります。これを計算して $\square = 0.7$ となりますから、全校生徒 250 人に対する上位 3 位の A、B、C のいずれかを回答した生徒数の合計の割合は 0.7 となります。つまり、250 人を 0.7 倍すると A、B、C のいずれかを回答した生徒数の合計になるということです。

問題：円周率を求める式を書きましょう。

(平成 30 年度算数 A・問題 7(1)類題

平成 20 年度算数 A・問題 7 参照)

円周率は直径をもとにしたときの円周の長さの割合でした。つまり、直径を基準量、円周の長さを比較量として、直径を何倍したら円周になるかを表した数です。これを (*) の式の形で表すと以下ようになります。

$$(\text{円周の長さ}) = (\text{直径}) \times (\text{円周率})$$

これまでのタイプ 2 の問題のことを思い出すと、円周率を求める式は以下のようになります。

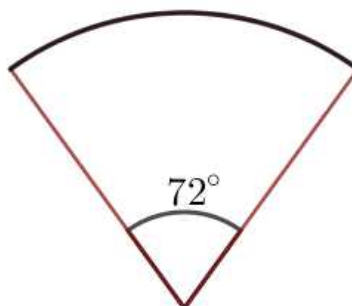
$$(\text{円周率}) = (\text{円周の長さ}) \div (\text{直径})$$

問題：右の図のような、中心角 72° のおうぎ型があります。このおうぎ形の弧の長さは、同じ半径の円の円周の何倍ですか。

(令和3年度数学・問題3類題

平成21年度数学A・問題5(4)

平成24年度数学A・問題4(3)参照)



弧の長さは中心角に比例します。つまり、中心角が $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 \dots になると弧

の長さも $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、 \dots となります。そこで、弧の長さが円周の何倍かを求め

るには、中心角が何倍になっているかを考えればよいことになります。

円周全体では中心角は 360° ですから、結局、 360° を何倍すると 72° になるかを求めればよいことになります。「何倍」を「 \square 倍」と表して、中心角の関係を(*)の式で表すと、次のようになります。

$$72^\circ = 360^\circ \times \square$$

ここから $\square = \frac{72}{360} = \frac{1}{5}$ となるので、 360° を $\frac{1}{5}$ 倍すると 72° になることがわか

ります。したがって、上の図の弧の長さも円周の $\frac{1}{5}$ 倍となります。

問題： y は x の一次関数で、 $x=1$ のとき $y=5$ 、 $x=3$ のとき $y=11$ です。このことから、 x の増加量が 2 のときの y の増加量が 6 であることがわかります。この一次関数の変化の割合を求めなさい。

(令和 2 年度数学・問題 4 類題)

平成 25 年度数学 A・問題 1 1 (2) 参照)

変化の割合は、 x の増加量をもとにしたときの y の増加量の割合です。つまり、 x の増加量を何倍すると y の増加量になるか、ということです。これを (*) の式の形で表してみると、次のようになります。

$$(y \text{ の増加量}) = (x \text{ の増加量}) \times (\text{変化の割合})$$

上の問題では、変化の割合を求めるのでこれを \square で表します。示された条件から x の増加量は 2、 y の増加量は 6 です。これを上の式に代入すると、次のようになります。

$$6 = 2 \times \square$$

ここから、 \square は $\square = 6 \div 2$ で求まることがわかります。計算すると $\square = 3$ ですから、変化の割合は 3 ということになります。

問題： 一次関数 $y=3x+2$ の変化の割合を求めなさい。

(平成 28 年度数学 A・問題 1 0 (2) 類題)

平成 22 年度数学 A・問題 1 1 (1) 参照)

前の問題とちがい、 x の増加量や y の増加量が与えられていませんが、

$$(y \text{ の増加量}) = (x \text{ の増加量}) \times (\text{変化の割合})$$

であることは変わりません。また一次関数では、変化の割合が一定、つまり x の値や x の増加量によって変化の割合の値は変わりませんから、自分で適当に x の値や x の増加量を決めて、それをもとに変化の割合を求めてよいことになります。

そこで $x=0$ から $x=1$ まで 1 増えた場合を考えます。 $x=0$ のときの y の値は、一次関数の式 $y=3x+2$ に $x=0$ を代入すると、 $y=3 \times 0 + 2 = 2$ より 2 となります。同じように、 $x=1$ のときの y の値は、 $y=3x+2$ に $x=1$ を代入すると、 $y=3 \times 1 + 2 = 5$ より 5 となります。つまり、 y の増加量は $5 - 2 = 3$ で 3 となります。

x の増加量が 1 のとき y の増加量が 3 ですから、上の式に代入すると

$$3 = 1 \times (\text{変化の割合})$$

これより変化の割合は 3 であることがわかります。

上の式から

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

であることがわかります。上で考えたことをこの式に入れてみると、次のようになります。

$$\text{変化の割合} = \frac{(3 \times 1 + 2) - (3 \times 0 + 2)}{1 - 0} = \frac{3 \times (1 - 0)}{1 - 0} = 3$$

$x=0$ や $x=1$ のときでなくても同じように計算できるはずです。このことから、一次関数の変化の割合は、式の x の係数に等しくなることがわかります。

問題：右の表はある病院に来院した人について、受付をした時間帯ごとに待ち時間を調べたものです。これを見ると、待ち時間が60分未満の来院者数は、11時台より8時台の方が多くなっています。8時台の方が待ち時間が60分未満の人が多いと結論してよいかを、相対度数を使って考察しなさい。

階級(分)	8時台	11時台
	度数(人)	度数(人)
0以上～60未満	32	21
60以上～120未満	20	7
120以上～180未満	12	0
計	64	28

(令和2年度数学・問題8(3)類題：

平成24年度数学A・問題15(1)、

平成26年度数学A・問題13(1)、

平成28年度数学B・問題5(2)、

平成29年度数学A・問題14(2)参照)

相対度数は、全体の度数をもとにしたときのそれぞれの階級の度数の割合のことでした。つまり、度数全体を何倍するとその階級の度数になるかということです。これを(*)の形で表すと次のようになります。

$$(\text{ある階級の度数}) = (\text{度数全体}) \times (\text{その階級の相対度数})$$

まず、8時台と11時台のそれぞれについて、待ち時間が0分以上60分未満の階級の相対度数を求めてみます。いずれの場合も、相対度数を求めるということで、その数値はまだわかっていないので、□で表しておきます。

8時台では、待ち時間が0分以上60分未満の階級の度数は32人、度数全体は64人です。これを上の式に代入すると次のようになります。

$$32 = 64 \times \square$$

ここから、□は□ = 32 ÷ 64 で求まることがわかります。計算すると□ = 0.5 ですから、8時台のこの階級の相対度数は0.5ということになります。

一方、11時台では、待ち時間が0分以上60分未満の階級の度数は21人、度数全体は28人です。これを上の式に代入すると次のようになります。

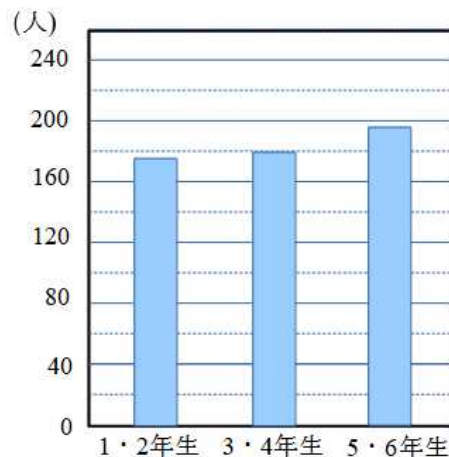
$$21 = 28 \times \square$$

ここから、 \square は $\square = 21 \div 28$ で求まることがわかります。計算すると $\square = 0.75$ ですから、11時台のこの階級の相対度数は0.75ということになります。

以上から、待ち時間が0分以上60分未満の階級の相対度数は、8時台より11時台の方が大きくなっています。これは、11時台では受付をした人数のわりには待ち時間60分未満ですんでいる人が多いということを示しています。したがって、相対度数で比較をした場合、11時台の方が待ち時間が60分未満の人が相対的には多いことになり、度数だけから「8時台の方が待ち時間が60分未満の人が多い」と言い切るのは、適切ではないことがわかります。

問題：ある小学校であいさつ運動をしてい

ます。1・2年生、3・4年生、5・6年生の人数はそれぞれ180人、200人、239人です。また、あいさつ運動の最終日に、あいさつ運動にがんばって取り組んだかについてアンケートをとったところ、がんばって取り組んだと答えた人の人数は右のグラフのようになりました。



グラフを見ると、がんばって取り組んだ人の人数は5・6年生がいちばん多くなっています。5・6年生がいちばんがんばったと言ってよいかを、学年の人数をもとにしたときのがんばって取り組んだと答えた人の割合も考えながら、考察して下さい。

(平成30年度算数B・問題3(2)類題)

学年の人数をもとにしたときのがんばって取り組んだと答えた人の割合を \square と表しておきます。このとき、学年全体の人数を \square 倍するとがんばって取り組んだと答えた人の人数になるということになります。これを(*)の式で表

すと次のようになります。

$$(\text{がんばって取り組んだと答えた人の人数}) = (\text{学年全体の人数}) \times \square$$

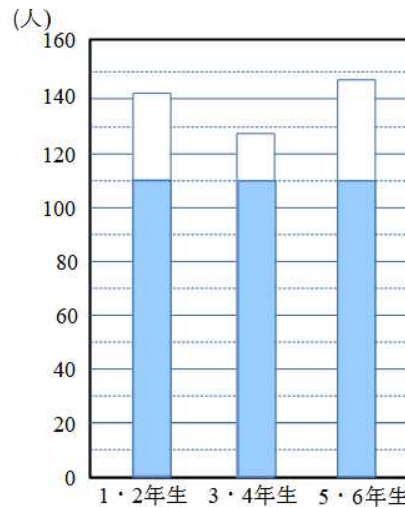
1・2年生の学年全体の人数は180人です。また1・2年生のうちがんばって取り組んだと答えた人の人数は、はっきりは示されていませんが、グラフから180人より少しだけ少ない程度であることはわかります。したがって、180人を□倍すると180人より少しだけ少ない程度になるので、□は1にかなり近い数であると考えられます。

3・4年生の学年全体の人数は200人です。また3・4年生のうちがんばって取り組んだと答えた人の人数は、はっきりは示されていませんが、グラフから180人くらいであることはわかります。したがって、200人を□倍すると180人くらいになるので、□は0.9くらいであると考えられます。

5・6年生の学年全体の人数は239人です。また5・6年生のうちがんばって取り組んだと答えた人の人数は、はっきりは示されていませんが、グラフから200人より少し少ない程度であることはわかります。したがって、239人を□倍すると200人より少ない人数になるので、□は0.9より小さいと考えられます。

したがって、学年の人数をもとにしたときのがんばって取り組んだと答えた人の割合は5・6年生がいちばん小さいので、5・6年生がいちばんがんばったとは言い切れないことがわかります。

問題：ある小学校であいさつ運動をしています。1・2年生、3・4年、5・6年生の人数は右のグラフの全体の高さで示されています。またあいさつ運動最終日のアンケートで、あいさつ運動にがんばって取り組んだと答えた人の人数は、グラフのうち青く塗られた部分の高さで示されています。



このとき、学年の人数をもとにした

ときの、がんばって取り組んだと答えた人数の割合を考えると、いちばんがんばったと言えるのは、どの学年ですか。

(平成21年度算数B・問題5(3)類題)

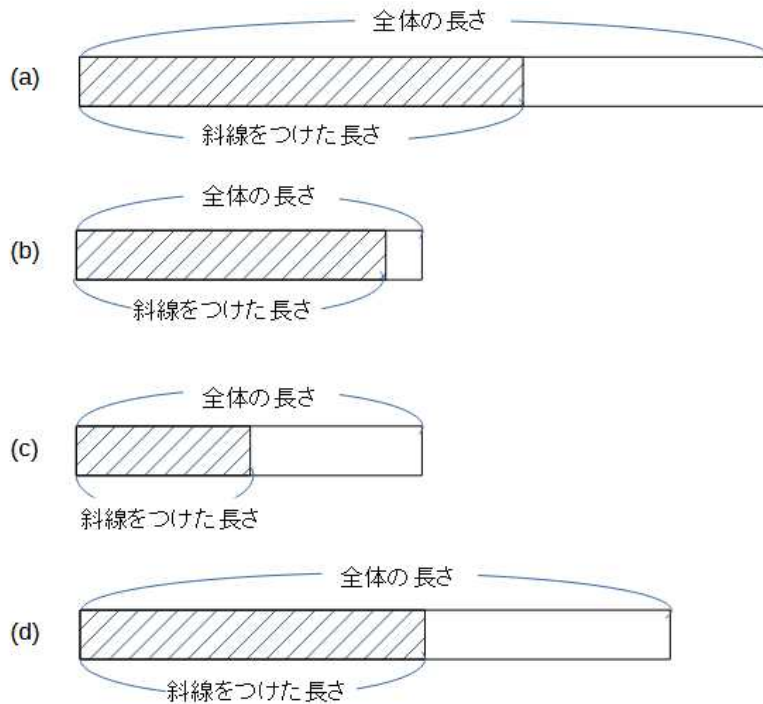
学年の人数をもとにしたときの、がんばって取り組んだと答えた人数の割合を□と表しておきます。つまり、学年全体の人数を□倍するとがんばって取り組んだと答えた人数になるということです。これを(*)の式で表すと次のようになります。

$$(\text{がんばって取り組んだ人数}) = (\text{学年全体の人数}) \times \square$$

今、がんばって取り組んだと答えた人数は、グラフから3つの学年すべてで同じになっていることがわかります。学年全体の人数を□倍して、この同じ人数になるためには、学年全体の人数が少ないときは□は大きい数である必要がありますし、学年全体の人数が多いときは□は小さい数ですむこととなります。

したがって、□の値がもっとも大きくなるのは、学年全体の人数がいちばん少ない3・4年生となります。学年の人数をもとにしたときの、がんばって取り組んだと答えた人数の割合で考えると、3・4年生がいちばんがんばったと言えます。

問題：次のように、テープの一部に斜線をつけました。テープ全体の長さをもとにしたときの、斜線をつけた長さの割合がいちばん大きいテープはどれですか。



(平成 28 年度算数 A ・ 問題 8 類題)

割合がいちばん大きいものを選ぶのですが、割合の数値がわからないので、とりあえず□と表しておきます。全体の長さをもとにしたときの斜線をつけた長さの割合なので、全体の長さが基準量となります。全体の長さを□倍すると斜線をつけた長さになるということですから、これを（*）の式で表してみると、次のようになります。

$$(\text{斜線をつけた長さ}) = (\text{全体の長さ}) \times \square$$

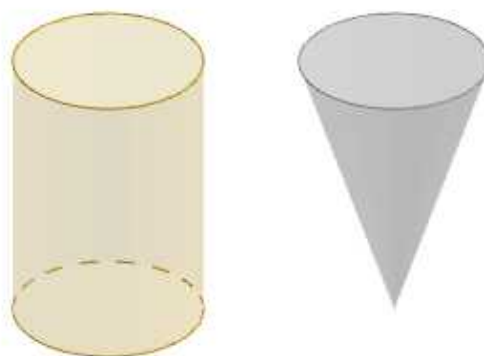
全体の長さも斜線をつけた長さも何 cm なのかは示されていませんから、図を見て、□の値がいちばん大きくなるものを選ぶことになります。

□=1 となるのは斜線をつけた長さが全体の長さと同じ場合ですから、□の値が1に近いときは斜線をつけた長さが全体の長さと同じになります。また、4つの図では斜線をつけた長さの方が全体の長さより短いので、□は1より小さ

い値になります。したがって、 \square が1に近いほど \square の値は大きくなります。

そこで、4つの図で斜線の長さが全体の長さといちばん近いものを選べばよいことになります。斜線の長さが全体の長さといちばん近いのは(b)なので、(b)の図のときに、全体の長さをもとにしたときの斜線をつけた長さの割合がいちばん大きくなります。

問題：右の図は円柱と円錐の形をした容器です。2つの容器の底面は合同な円で、高さは等しくなっています。円錐の容器を使って、この円柱にいっぱいになるように水を入れようと思います。円錐の容器何杯で円柱の容器がいっぱいになりますか。



(平成26年度数学A・問題5(4)類題

平成19年度数学A・問題5(4)参照)

円錐の容器何杯で円柱の容器がいっぱいになるかを求めたいのですが、これは要するに、円柱の体積が円錐の体積の何倍かを求めることになります。そこで、今円錐の体積の \square 倍が円柱の体積と等しいとして(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{円柱の体積}) = (\text{円錐の体積}) \times \square$$

円錐の体積は $\frac{1}{3} \times (\text{底面積}) \times (\text{高さ})$ で求まるのでした。上の円柱と円錐では底面積も高さも等しかったので、今の式の「(底面積) \times (高さ)」の部分は、円柱の体積になっています。つまり、円柱の体積の $\frac{1}{3}$ 倍が円錐の体積になっていると言えます。これを(*)の式の形で表すと、次のようになります。

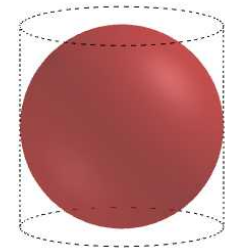
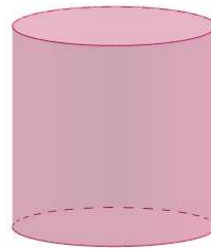
$$(\text{円錐の体積}) = (\text{円柱の体積}) \times \frac{1}{3}$$

この式の右辺を上式の(円錐の体積)の部分に代入すると、次のようになります。

$$(\text{円柱の体積}) = ((\text{円柱の体積}) \times \frac{1}{3}) \times \square$$

両辺が等しくなることから、 $\frac{1}{3} \times \square = 1$ でなければなりません。したがって $\square = 3$ となります。つまり、円柱の体積は円錐の体積の3倍ということです。

問題：底面の直径と高さが等しい円柱の容器があります。またこの円柱の容器にぴったり入る球があります。この球の体積は、円柱の体積の何倍ですか。



(平成25年度数学A・問題5(3)類題
平成23年度数学A・問題5(4)参照)

球の体積が円柱の体積の \square 倍とします。これを(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{球の体積}) = (\text{円柱の体積}) \times \square$$

円柱の底面の半径も示されていませんが、今これを r と表しておきます。すると円柱の底面積は πr^2 、高さは $2r$ ですから、円柱の体積は $\pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$ となります。

球が円柱にぴったり入ることから、球の半径も r とわかります。したがって、その体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ となります。

これらの体積を上式の(*)に代入すると、次のようになります。

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 2\pi r^2 \times \square$$

ここから、 $\square = \frac{4}{3}\pi r^3 \div 2\pi r^2$ で求まることがわかります。これは結局、 $\frac{4}{3} \div 2$ の商と同じですから、 $\square = \frac{2}{3}$ とわかります。つまり球の体積は円柱の体積の $\frac{2}{3}$ 倍です。

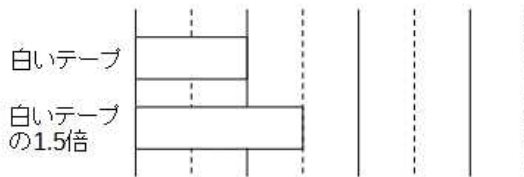
問題：青いテープの長さは白いテープの長さの2倍です。赤いテープの長さは白いテープの長さの0.5倍です。

(1) 青いテープの長さは赤いテープの長さの何倍ですか。

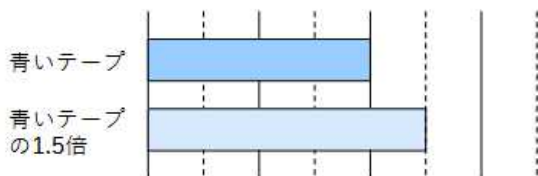
(2) 白いテープの長さの

1.5倍の長さを右の図の
ように表しました。青い
テープの長さの1.5倍を

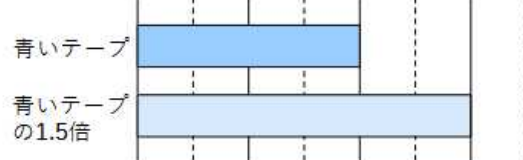
同じように図で表すと、下のアとイのどちらになりますか。



ア



イ



(平成23年度算数B・問題2 類題)

(1) 青いテープが赤いテープの何倍かを求めるので、これをとりあえず□倍と表しておきます。(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{青いテープの長さ}) = (\text{赤いテープの長さ}) \times \square \quad \dots \text{(式1)}$$

わかっていることも整理しておくので、まず青いテープの長さは白いテープの長さの2倍ですから、(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{青いテープの長さ}) = (\text{白いテープの長さ}) \times 2 \quad \dots \text{(式2)}$$

また赤いテープの長さは白いテープの長さの 0.5 倍ですから、これも（*）の形で表すと次のようになります。

$$\text{(赤いテープの長さ)} = \text{(白いテープの長さ)} \times 0.5 \quad \dots \text{(式3)}$$

「赤いテープの長さ」は「(白いテープの長さ) \times 0.5」と等しいので、(式1)の「赤いテープの長さ」の部分「(白いテープの長さ) \times 0.5」で置きかえてみます。

$$\begin{aligned} \text{(青いテープの長さ)} &= \text{(白いテープの長さ)} \times 0.5 \times \square \\ &= \text{(白いテープの長さ)} \times (0.5 \times \square) \end{aligned}$$

これと(式2)を比べると $0.5 \times \square = 2$ となるはずだとわかります。したがって $\square = 4$ となります。つまり、青いテープの長さは赤いテープの長さの 4 倍となります。

要するに、青は白の 2 倍ですが、基準量を白から半分の赤に変えると、4 倍しないと青にならない、ということです。

(2) 1.5 倍は 1 倍と 0.5 倍をあわせた長さです。1 倍はもとの長さと等しくなります。0.5 倍はもとの長さの半分の長さでした。したがって、1.5 倍はもとの長さともとの長さの半分の長さをあわせた長さですから、この図が 1.5 倍を表していることがわかります。

タイプ3・基本編

問題：赤いテープの長さは120 cmです。赤いテープの長さは、白いテープの長さの0.6倍です。

- (1) 赤いテープと白いテープのうち、どちらの方が長いですか。
- (2) 白いテープの長さを求めましょう。

(平成24年度算数A・問題3類題)

赤いテープの長さは、白いテープの長さの0.6倍という情報を、(*)の形で整理すると、次のようになります。

$$(\text{赤いテープの長さ}) = (\text{白いテープの長さ}) \times 0.6$$

白いテープの長さに1より小さい0.6をかけると赤いテープの長さになるので、赤いテープは白いテープより短くなります。したがって、赤いテープよりも白いテープの方が長いことがわかります。

赤いテープの長さは120 cmと示されています。白いテープの長さを求めるので、数値は与えられていません。そこで白いテープの長さをとりあえず□ cmと表しておきます。これらを上の式に入れると、次のようになります。

$$120 = \square \times 0.6$$

ここから□は□ = $120 \div 0.6$ で求まることがわかります。計算すると□ = 200となります。つまり、白いテープの長さは200 cmとなります。

上で白いテープの長さの方が長くなることを確認しましたが、200 cmという長さは、このこととつじつまが合っています。

問題：赤いテープの長さは a cm です。赤いテープの長さは、白いテープの長さの $\frac{3}{4}$ 倍です。白いテープの長さは何 cm ですか。

(平成 27 年度数学 A ・ 問題 2 (2) 類題)

白いテープの長さを求めるので、数値は与えられていません。そこでこれを \square cm と表します。その $\frac{3}{4}$ 倍が赤いテープの長さですが、それは a cm と示されています。これらの関係を (*) の形に整理すると、次のようになります。

$$a = \square \times \frac{3}{4}$$

ここから $\square = a \div \frac{3}{4} = a \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}a$ となります。

条件から白いテープの方が長いので、この結果とつじつまが合っています。

問題：赤いテープの長さは 210 cm です。赤いテープの長さは、白いテープの長さの a 倍です。白いテープの長さは何 cm ですか。

(平成 22 年度数学 A ・ 問題 2 (2) 類題)

前の問題とよく似ていますが、今度は赤いテープの長さが数値で示されている一方で、何倍かは文字でしか示されていません。しかし、基本的な考え方は前の問題と同じです。

白いテープの長さを \square cm と表すと、その a 倍が赤いテープの長さですが、それは 210 cm と示されています。これらの関係を (*) の形に整理すると、次のようになります。

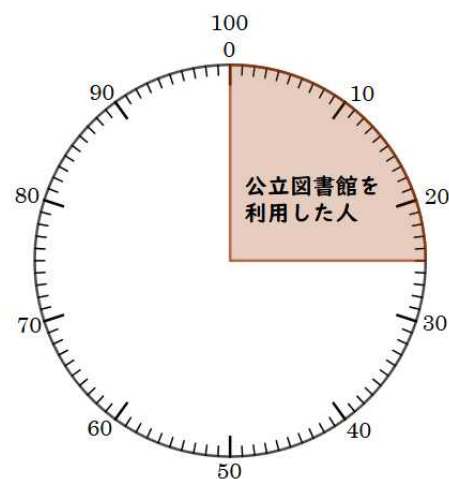
$$210 = \square \times a$$

ここから $\square = 210 \div a = \frac{210}{a}$ となります。したがって、白いテープの長さは

$\frac{210}{a}$ cm と表すことができます。

問題：右の円グラフは、学級全体の人数をもとにしたときに、先週、地域の公立図書館を利用した人の割合を表したものです。

公立図書館を利用した人は9人でした。この9人は、学級全体の人数の25%にあたります。学級全体の人数は何人ですか。



(平成24年度算数A・問題8類題)

25%は小数で表す割合では0.25でした。つまり、学級全体の人数を0.25倍すると先週、公立図書館を利用した人数になるということです。このことを(*)の形で表すと、次のようになります。

$$(\text{公立図書館を利用した人数}) = (\text{学級全体の人数}) \times 0.25$$

公立図書館を利用した人数は9人と示されています。学級全体の人数は示されていないので、とりあえず□人と表しておきます。これを上の式に代入すると、次のようになります。

$$9 = \square \times 0.25$$

ここから、□は□ = $9 \div 0.25$ で求まることがわかります。計算すると□ = 36 となります。つまり、学級全体の人数は36人です。

(別解)

円グラフからもわかるように、25%は全体の $\frac{1}{4}$ ということです。したがって、25%にあたる人数を4倍すれば、学級全体の人数になります。ここから、学級全体の人数は36人と求めることもできます。

タイプ3・応用編

問題：バスに60人乗っています。乗っている人数は、定員より定員の20%だけ多いそうです。バスの定員は何人ですか。

(平成28年度算数A・問題9(2)類題

平成27年度算数B・問題2(2)参照)

定員が何人かを求めたいので、その数値はわかりません。そこで、これを□人と表すことにします。

乗っている人は60人ですが、この中には定員分の人数と、定員より多いとされる定員の20%の人数とがまじっています。

$$60 \text{ 人} = \square \text{ 人} + (\square \text{ 人の } 20\% \text{ の人数})$$

20%は小数で表す割合では0.2のことでした。つまり□人の20%の人数は、□人を0.2倍した人数です。そのことを(*)の式で表すと、次のようになります。

$$(\square \text{ 人の } 20\% \text{ の人数}) = \square \text{ 人} \times 0.2$$

以上をまとめると、次のようになります。

$$60 = \square + \square \times 0.2$$

□は□×1と考えることができますから、この式は次のように書けます。

$$\begin{aligned} 60 &= \square + \square \times 0.2 \\ &= \square \times 1 + \square \times 0.2 \\ &= \square \times (1 + 0.2) \\ &= \square \times 1.2 \end{aligned}$$

ここから、□は $60 \div 1.2$ で求まることがわかります。□=50ですから、定員は50人となります。

増えた分だけが割合を用いて示されているときは、増える前の量がかくされていることに注意をする必要があります。

(別解1)

定員より定員の20%だけ多いということは、定員の120%ということです。

これが 60 人と示されています。120%は小数で表す割合では 1.2 でしたから、
(*) の形で表すと、次のようになります。

$$60 = \square \times 1.2$$

ここから \square を求めることができます。

(別解 2)

120%が 60 人ということは、例えば 60 を 12 でわると 10%分の人数が求まります。 $60 \div 12 = 5$ なので、10%分の人数は 5 人です。定員は 100%分の人数ということですから、10%分の人数の 10 倍で 50 人と求めることもできます。

問題：お菓子が 20%増量して売られています。増量後のお菓子の量は 102 g です。増量前のお菓子の量は何 g ですか。

(平成 27 年度算数 B・問題 2(2)類題)

この問題でも増量前の量を求めたいので、これを \square g と表すことにします。増量して売っている量は 102 g ですが、この中には増量前の量と、増量した 20%の量とが合わさっています。

$$102 \text{ g} = \square \text{ g} + (\square \text{ g の } 20\% \text{ の量})$$

20%は小数で表す割合では 0.2 のことでした。つまり \square g の 20%の量は、 \square g を 0.2 倍した量です。そのことを (*) の式で表すと、次のようになります。

$$(\square \text{ g の } 20\% \text{ の量}) = \square \text{ g} \times 0.2$$

以上をまとめると、次のようになります。

$$102 = \square + \square \times 0.2$$

上の問題のときと同じように考えると、この式は次のように書けます。

$$\begin{aligned} 102 &= \square + \square \times 0.2 \\ &= \square \times 1.2 \end{aligned}$$

ここから、 \square は $102 \div 1.2$ で求まることがわかります。 $\square = 85$ ですから、増量前の量は 85 g となります。

タイプ1とタイプ2の複合タイプ

2種類の量に関係した問題では、一方の量について何倍かを求めて、他方の量については、基準量をその倍した量を求める、というように、タイプ1とタイプ2を組み合わせて考えることがあります。

問題：いす3脚の重さを測ったら7kgでした。このいす42脚の重さは何kgですか。

(令和5年度算数・問題1(3)類題
平成26年度算数B・問題3(3)参照)

いすと重さの関係を私たちの経験から考えると、脚数を2倍、3倍、・・・にすると重さも2倍、3倍、・・・になる、つまり重さは脚数に比例すると考えられます。そこで、42脚は3脚の□倍であるとわかると、脚数が3脚の□倍になるのですから、重さも3脚のときの重さ7kgの□倍になると考えられます。そこでまず、42脚が3脚の何倍かを求めるために

$$42=3\times\square$$

から、□を求めます。 $\square=42\div3=14$ ですから、3脚を14倍すると42脚になることがわかります。

42脚の重さは、3脚のときの重さ7kgの14倍ですから、次のようになります。

$$(42脚の重さ)=7\text{ kg}\times14$$

これより、42脚の重さは98kgとわかります。

この問題では、42脚が3脚の何倍かを考える部分では、タイプ2の考え方を使っています。また7kgの14倍の重さを求める部分では、タイプ1の考え方を使っています。

このように、いすの脚数と重さという2つの量に関係した問題では、いすの脚数が何倍になっているかをまず考えて、次に基準の重さをその倍だけしたときの重さを考えることにより、解決することができます。

問題：軽トラックには350 kgまで荷物を積むことができます。このトラックで18往復したら、荷物を何kgまで運ぶことができますか。

(令和6年度算数・問題2(1)類題)

1往復で350 kg運べるので、18往復で運べる重さは 350×18 で求めることができます。しかし、2往復で運べる重さが $350 \times 2 = 700$ で、きりのよい数になることをいかすと、工夫して計算することができます。

前のいずれの問題と同じように、往復する回数が2倍、3倍、…になると、運べる重さも2倍、3倍、…になる、つまり運べる重さは往復の回数に比例すると考えられます。そこで、18往復が2往復の□倍であるとすると、18往復で運べる重さは、700 kgの□倍になると考えられます。

そこで、18往復が2往復の何倍であるかを求めます。これは、

$$18 = 2 \times \square$$

の□を求めることなので、 $\square = 18 \div 2 = 9$ で9倍であるとわかります。

18往復で運べる重さは、2往復で運べる重さ700 kgの9倍ですから、次のようになります。

$$(18 \text{ 往復で運べる重さ}) = 700 \text{ kg} \times 9$$

これより、18往復で運べる重さは6300 kgとわかります。

この考え方は、小学校4年生で学習した、計算のきまりを使った工夫した計算と基本的には同じです。

$$\begin{aligned} 350 \times 18 &= 350 \times (2 \times 9) \\ &= (350 \times 2) \times 9 \\ &= 700 \times 9 \end{aligned}$$

問題：3分間で190 m歩いた人が、同じ速さで歩き続けたら、1900 m歩くの何分間かかりますか。

(令和6年度算数・問題2(1)類題)

3分間で190 m歩いたことから分速を求め、それを使って1900 m歩くのにかかる時間を求めることもできます。しかし、 $190 \div 3$ がわりきれないので、別の方法を考えてみます。

前のいすの問題と同じように、歩く距離が2倍、3倍、…になると、歩く時間も2倍、3倍、…になる、つまり歩く時間は歩いた距離に比例すると考えられます。そこで、1900 mが190 mの□倍であるとする、1900 m歩くのにかかる時間は、190 m歩くのにかかった時間3分間の□倍になると考えられます。

そこで、1900 mが190 mの何倍であるかを考えると、これは明らかに10倍です。ここから1900 m歩くのにかかる時間は、190 m歩くのにかかった時間3分間の10倍ですから、次のようになります。

$$(1900 \text{ m 歩くのにかかる時間}) = 3 \text{ 分間} \times 10$$

これより、1900 m歩くのにかかる時間は30分間とわかります。

今の人の歩く速さを分速○ m、1900 m歩くのにかかる時間を△分間と表しておくと、次のようになるはずですが。

$$\bigcirc \times \triangle = 1900$$

また同じ速さで3分間歩いたら190 m進んだことは、次のように表すことができます。

$$190 = \bigcirc \times 3$$

これらのことを組み合わせると、次のようになります。

$$\begin{aligned} \bigcirc \times \triangle &= 1900 \\ &= 190 \times 10 \\ &= (\bigcirc \times 3) \times 10 \\ &= \bigcirc \times 30 \end{aligned}$$

ここから△が30になることを見つけることもできます。

問題：砂時計の砂の重さと砂が全部落ちるまでの時間(つまり砂時計で計ることのできる時間)との関係は、下の表のようになっています。

砂の重さ(g)	0	25	50	75	100
砂が全部落ちるまでの時間(秒)	0	12	24	36	48

このとき2分を計るための砂時計を作るには、砂の重さを何gにしたらよいでしょう。

(令和3年度数学・問題7(2)類題
平成20年度数学B・問題3参照)

表から、砂が全部落ちるまでの時間は砂の重さに比例している、と考えることができそうです。そこで、2分、つまり120秒が表の中のいずれかの時間の何倍かになっているとわかれば、その時間のときの砂の重さを同じ倍だけすれば、必要な砂の重さを予想することができます。

表の0秒の次に12秒があるので、これを基準量として $120=12\times\square$ と表せるかを考えてみます。この場合は明らかに

$$120=12\times 10$$

です。つまり、120秒は12秒の10倍になっています。

そこで12秒のときの砂の重さ25gを10倍すると、120秒のときに必要な砂の重さになると考えられます。したがって $25\times 10=250$ より250gにすればよいとわかります。

この問題では、12秒を10倍すると120秒になるという部分では、タイプ2の考え方を使っていますが、25gの10倍の重さを求めるという部分では、タイプ1の考え方を使っています。

なお、表の他の秒数を使っても同じように考えることができます。例えば、36秒のときを使ってみます。 $120=36\times\square$ の \square を求めると、 $\square=120\div 36=\frac{10}{3}$ と

なります。つまり、36秒を $\frac{10}{3}$ 倍すると120秒になることがわかります。した

がって、砂の重さも $\frac{10}{3}$ 倍すれば、120秒に必要な砂の重さになるはずです。

36秒のときの砂の重さは75gでしたから、これを $\frac{10}{3}$ 倍すると

$$75 \times \frac{10}{3} = \frac{75 \times 10}{3} = 25 \times 10 = 250$$

となり、必要な重さは250gと求まります。つまり上と同じ結果が得られます。

問題：比例式 $6 : 8 = x : 12$ が成り立つとき、 x の値を求めなさい。

(平成24年度数学A・問題3(1)類題

平成21年度数学A・問題1(1)参照)

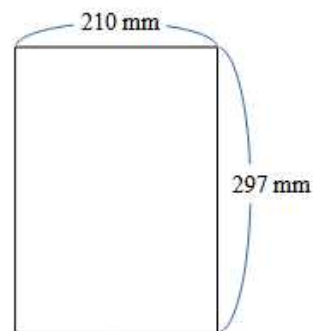
$6 = 8 \times \square$ と考えると、6は8の $\frac{6}{8}$ 倍とわかります。比例式 $6 : 8 = x : 12$ が成り

立っていることから、 x も12の $\frac{6}{8}$ 倍となっているはずですが、したがって、

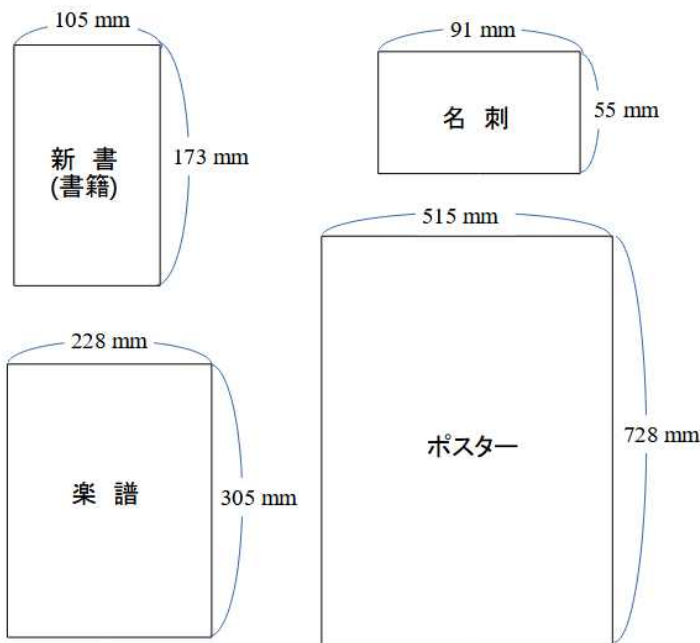
$$x = 12 \times \frac{6}{8} = 9$$

よって、 x の値は9とわかります。

問題：学校からもらうプリントの短い辺と長い辺の長さを測ったら、右のようでした。この値を用いて長い辺の長さが短い辺の長さの何倍かを求めると、約 1.414 倍であることがわかりました。



身のまわりにある以下のもののうち、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合が、プリントと同じになるのはどれですか。



(平成 25 年度数学 B・問題 5(2)類題)

短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さ、つまり短い辺の長さを何倍したら長い辺の長さになるかをそれぞれについて求めて、1.414 に近くなるものを選べばよいことになります。何倍を□倍と表して(*)の形で整理すると、次のようになります。

$$(\text{長い辺の長さ}) = (\text{短い辺の長さ}) \times \square$$

これより□は(長い辺の長さ)÷(短い辺の長さ)を計算すれば求まります。ただ数値が大きくて4つの場合すべてについて計算するのはめんどうなので、計算

する前に少し検討して、本当に計算した方がよいものをしぼることにします。

新書を見てみると、短い辺の長さ 105 mm の約半分にあたる 50 mm を 105 mm にたしても、長い辺の長さ 173 mm にはかなりたりないことがわかります。半分は 0.5 倍ですから、これは短い辺の長さの 1.5 倍でも長い辺の長さより短いことを示しています。つまり、新書の場合は、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合は、明らかに 1.414 より大きいので、候補からはずしてだいじょうぶそうです。

同じように名刺についても考えてみると、短い辺の長さの約半分にあたる 27 mm を 55 mm にたしても 82 mm にしかならず、長い辺の 91 mm にはかなりたりません。したがって、名刺の場合も短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合は、明らかに 1.414 より大きいと言えますから、やはり候補からはずします。

楽譜とポスターも同じように検討すると、どちらも長い辺の長さは短い辺の長さの 1.5 倍よりは短そうであることがわかります。そこで、この 2 つについてだけ、(長い辺の長さ) \div (短い辺の長さ)を計算してみることにします。

楽譜は長い辺の長さが 305 mm、短い辺の長さが 228 mm ですから、(長い辺の長さ) \div (短い辺の長さ)を計算すると、約 1.338 となります。

ポスターは長い辺の長さが 728 mm、短い辺の長さが 515 mm ですから、(長い辺の長さ) \div (短い辺の長さ)を計算すると、約 1.414 となります。

これらをまとめると、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合がプリントと同じになるのは、ポスターだとわかります。

タイプ 2 の問題と考えるとすべての場合に、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合を求めてもよいのですが、1.5 倍というめやすの割合を自分で設定し、タイプ 1 の考え方をを用いることで、あきからに候補にならないものをはずすことができます。

(確認)

確認のため新書と名刺についても(長い辺の長さ) \div (短い辺の長さ)を計算してみます。

新書：173÷105＝約 1.648

名刺：91÷55＝約 1.655

いずれも、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合は 1.414 よりかなり大きくなっています。したがって、上で見た結論は変わりません。

(補足)

楽譜についても、短い辺の長さ 228 mm の 0.4 倍が約 88 mm という見通しが持てれば、計算せずに判断することもできます。この 88 mm を 228 mm にたすと 316 mm と長い辺の長さ 305 mm をこえることがわかります。つまり、長い辺の長さは短い辺の長さの 1.4 倍より短いことを示しています。したがって、楽譜の場合は、短い辺の長さをもとにしたときの長い辺の長さの割合は 1.414 より小さくなり、計算をしなくても候補からはずすことができるのです。

タイプ1とタイプ3の複合タイプ

2つの量が同じ基準量のそれぞれ何倍かとしてあたえられているときは、一方の量についての情報から基準量をまず求め、その基準量を用いるともう一方の量が求められるという場合があります。基準量を求める部分ではタイプ3の考え方を、その基準量からもう一方の量をもとめる部分では、タイプ1の考え方をを用いることとなります。

問題：縦と横の長さの比が5：8の長方形のポスターを作ります。ポスターの縦の長さが45 cm のとき、横の長さは何 cm ですか。

(平成28年度数学A・問題(3)改題)

縦と横の長さの比が5：8ということは、ある基準量で測ったときに、縦はその5倍、横はその8倍の長さということです。縦は45 cm で、これは基準量の5倍なので、縦の長さについての関係を（*）の形で整理すると、次のようになります。

$$45 = (\text{基準量}) \times 5$$

ここから基準量は9 cm であることがわかります。

横の長さは基準量の8倍です。したがって

$$(\text{横の長さ}) = 9 \times 8$$

これを計算すると、横の長さは72 cm とわかります。

縦の長さについての情報から基準量を求める部分でタイプ3の考え方を、求めた基準量を用いて横の長さを求める部分でタイプ1の考え方を使っています。

(別解)

横の長さを x cm とすると、縦と横の長さの比が5：8であることから

$$45 : x = 5 : 8$$

これを解いて、 $x=72$ となり、上と同じ結果が得られます。

まとめ

ここまで見てきた問題は、見た目はさまざまですが、よく考えてみると、そこに出てくる量や数値の関係は、結局（*）の形に整理することができました。その際、求めるものなど数値がはっきりと示されていない量については、それを□などを用いて表すことで、（*）の形に整理できるのです。

したがって、割合や倍が関係していそうと思ったら、まずは□なども利用しながら、問題に出てくる量や数値を（*）の式に整理することがたいせつになってきます。つまり「～を～倍したら～になった」という目で問題の場면을イメージしてみます。いきなりかけ算やわり算を計算しようと思うと、よくわからなくなってしまうことも多いかもしれません。少し回り道のように思えても、まずは問題場면을「何を何倍したら何になった」のかと考えながら、イメージしてみることから始めてみてはどうでしょうか。