割合のスピーディーな復習

ここでは割合について、ものすごくわりきって、要点だけ復習します。

なお、もう少していねいに復習したい人は、次の資料も参照してください。

- ・割合の考え方についてはこちら
- ・割合のイメージについてはこちら
- ・割合についての問題についてはこちら

１．割合の意味

ある量を、もとにする量との関係で表現する数値が**割合**です。

例えば、「この畑は東京ドーム 5 個分の広さ」といったときの「5 個分」も、割合と考えることができます。もう少し割合らしく書くと次のようになります。

この畑の面積は東京ドームの面積の 5 倍です。

東京ドームの面積をもとにしたときのこの畑の面積の割合は 5 です。

あるいは「子犬の体重は親犬の体重の半分」といったときの「半分」も、割合と考えられます。もう少し割合らし書くと、

子犬の体重は親犬の体重の 0.5 倍 ($\frac{1}{2}$倍)。

親犬の体重をもとにしたときの子犬の体重の割合は 0.5 ($\frac{1}{2}$)。

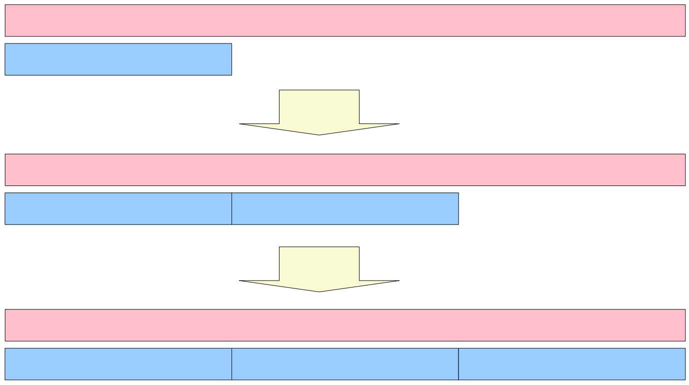
基準となるもとにする量に対して「**どの程度か**」を数値にすることで、ある量がどの位なのかを表現しようとしています。逆に、「5 倍」とか「割合が 5」と聞くと、その畑が東京ドームにくらべてかなり広いことがわかります。「0.5 倍」とか「割合が 0.5」と聞くと、子犬が親犬に比べてかなり軽いことがわかります。

２．割合の測り方

ではこのときの「5」や「0.5」は、どのようにして決めているのでしょうか。そこでは、表現したいある量を、基準となるもとにする量を用いて**測っている**のです。簡単のため、次のような長さで考えてみます。

下の青いテープの長さをもとにしたとき、ピンクのテープの長さの割合を考えてみます。

そのために、ピンクのテープの長さを、青いテープの長さを用いて測ってみます。ピンクのテープに沿って青いテープを 1 つずつ並べていくと、次のようになります。



青いテープを 3 つ並べると、ちょうどピンクのテープの長さと同じになりました。この「3」が測った結果となります。そして、この「3」を用いて、割合を次のように表現することができます。

ピンクのテープの長さは青いテープの長さの 3 倍

青いテープの長さをもとにしたときのピンクのテープの長さの割合は 3

では、次のような場合はどうでしょう。赤いテープに沿って青いテープを並べたら、2 つではまだ短すぎるようです。かといって 3 つ並べると、明らかに長すぎてしまいます。

このような場合、青いテープが基準として少し大きすぎるので、これを等分して、小さい基準を作ります。小さい基準を用いることで、きめ細かい測定が可能になります。

まずは 10 等分した小さい単位を作り、これで 2 つ分からはみ出た部分を測ってみます。

すると、次のように、小さい基準を 4 つ並べると、ちょうどはみ出ていた長さと等しくなることがわかります。

このように、測ってみたら、もともとの基準が 2 つと、10 等分した小さい基準が 4 つで、赤いテープの長さと等しくなった場合、測った結果を「2.4」と小数を用いて表します。小数点以下の 4 が、10 等分した基準の 4 個分であることを表しています。

そして測った結果が「2.4」であった場合、割合は次のように表現されます。

赤いテープの長さは青いテープの長さの 2.4 倍

青いテープの長さをもとにしたときの赤いテープの長さの割合は 2.4

測るということは、基準とする“もとにする量”をどの位使えば、表現したい量になるかを調べることです。測った結果は、表現したい量を作るのにもとの量を「どの位使ったか」を表しているので、これがもとにする量の「**どの程度か**」を表すことになるのです。

上の子犬の場合も、親犬の体重と同じ重さを粘土で作るなどすれば、同じように割合を測ることができます。その粘土を 10 等分して小さい基準を作ったときに、小さい基準の 5 つ分と子犬の体重が等しくなったとすると、測定の結果は「0.5」ということになります。ここから、子犬の体重が親犬の体重の 0.5 倍であることがわかります。

３．割合の求め方

割合は上で見たように、表現したい量をもとにする量で測ってみれば、求めることができます。ただ、実際に測ることが難しい場合も多くあります。例えば、最初に見た畑の場合、畑の上に東京ドームを並べて、いくつで畑と同じ広さになるかを調べることはできそうもありません。

そうした場合でも、表現したい量ともとにする量が、それぞれ数値で表されていれば、計算により割合を求めることができます。

例えば、上のピンクのテープが 90 cm、青いテープが 30 cm であったとしま

す。ピンクのテープの長さ 90 cm は青いテープの長さ 30 cm の 3 つ分でしたから、次のような関係があることがわかります。

$$90 = 30 \times 3$$

これはまた、次のように表すこともできました。

$$90 \div 30 = 3$$

ここから、表現したい量の値を、もとにする量の値で割ると、割合の数値が求められることがわかります。

同じように 2.4 倍のときも考えてみます。赤いテープの長さが 72 cm であったとすると、赤いテープの長さ 72 cm は青いテープの長さ 30 cm の 2 つ分と、青いテープを 10 等分して作った小さい基準 4 つ分とをあわせた長さでした。ここから、次のような関係があることがわかります。

$$72 = 30 \times 2.4$$

これはまた、次のように表すこともできました。

$$72 \div 30 = 2.4$$

やはり、表現したい量の値を、もとにする量の値で割ると、割合の数値が求められることがわかります。

このように、基本的には次のような関係をまずイメージしてみます。

(表現したい量)＝(もとにする量)×(割合・倍)

つまり、もとにする量を何倍くらいすると表現したい量と同じになるかを、だいたいでいいのでイメージし、それを上のようなかけ算で表現します。あるいは前の節でやったような、測定のようすをイメージしてもよいでしょう。

次に、値がわかっている部分にはその数を入れてみます。また値がわからない部分、つまり求めようとする部分は、とりあえず□で表しておきます。そうしてできた式を見て、□はどのようにすれば求まるかを考えます。

例 1． 30 cm をもとにしたとき、72 cm の割合はいくつですか。

これは、72 cm は 30 cm の何倍か、を求めるのと同じことです。まず

(表現したい量)＝(もとにする量)×(割合・倍)

の形で関係を表してみると、次のようになります。

$$72 = 30 \times \square$$

割合・倍の部分は値がまだわからないので、□で表しています。

30 に何をかけたら 72 になるかを求めるので、□を求めるには次のようなわり算をすることになります。

$$\square = 72 \div 30$$

これを計算すれば、□は 2.4 と求まります。つまり、30 cm をもとにしたときの 72 cm の割合は 2.4 です。72 cm は 30 cm の 2.4 倍ということもできます。

例２．30 cm をもとにしたとき、割合が 2.4 になる長さは何 cm ですか。

これは、30 cm の 2.4 倍は何 cm か、を求めるのと同じことです。まず

(表現したい量)＝(もとにする量)×(割合・倍)

の形で関係を表してみると、次のようになります。

$$\square = 30 \times 2.4$$

表現したい長さは値がまだわからないので、□で表しています。

30 に 2.4 をかけたらいくつになるかを求めるので、□を求めるには上のかけ算 30 × 2.4 を計算すればよいでしょう。

これを計算すれば、□は 72 と求まります。つまり、30 cm をもとにしたとき割合が 2.4 となる長さは 72 cm です。30 cm の 2.4 倍は 72 cm ということもできます。

例３．72 cm の割合が 2.4 になるようなもとの長さは何 cm ですか。

これは、何 cm の 2.4 倍が 72cm か、を求めるのと同じことです。まず

(表現したい量)＝(もとにする量)×(割合・倍)

の形で関係を表してみると、次のようになります。

$$72 = \square \times 2.4$$

もとの長さは値がまだわからないので、□で表しています。

何に 2.4 をかけたら 72 になるかを求めるので、□を求めるには次のようなわり算をすることになります。

$$\square = 72 \div 2.4$$

これを計算すれば、□は 30 と求まります。つまり、72 cm の割合が 2.4 となるようなもとの長さは 30 cm です。2.4 倍すると 72 cm になるようなもとの長さは 30 cm だということもできます。

割合の問題で、いきなりわり算の式を立てようとすると、何を何で割ったらよいのか迷うこともあります。まずは、最初に見た、表現したい量をもとの量で測るという操作をイメージし、そのイメージをかけ算の式で表してみてはどうでしょうか。あるいは、同じことですが、「もとの量を何倍したら表現したい量になるか」をイメージし、それをかけ算の式で表してもよいでしょう。そのときに使った□の値をどうやったら求められるのかは、その後で考えればよいのです。

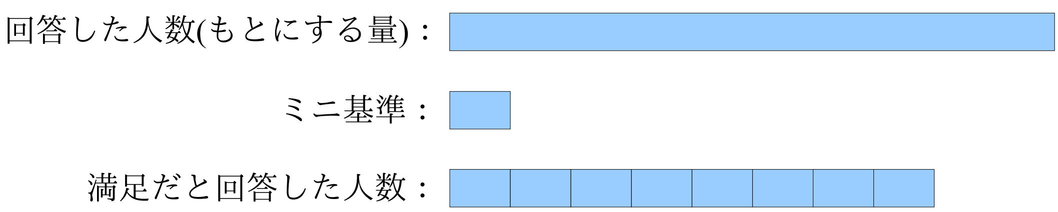
４．割合の使い道(１)

割合は、表現したい量をもとにする量で測った値でした。つまり、表現したい量を作るのにもとの量を「どの位使ったか」を調べることで、表現したい量がもとの量の「**どの程度か**」を表すのでした。

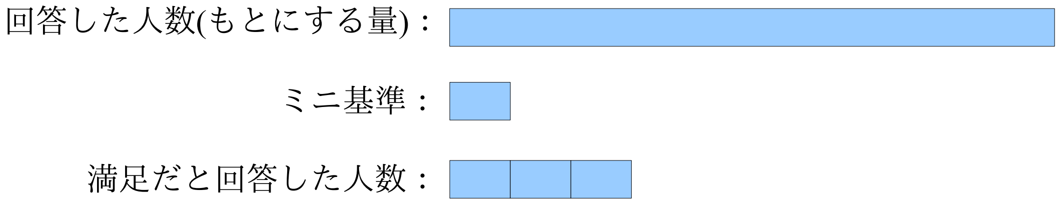
こうした特徴から、割合はまずは、注目している量が「**どの程度か**」を表現するために使われます。

例えば、アンケートで満足度が 80 %だったなどと、いわれることがあります。この 80 %は割合が 0.8 であるという意味です。つまり、アンケートに回答した人数をもとにしたときに、満足だと回答した人数の割合が 0.8 ということです。

測定で言えば、回答した人数を 10 等分したミニ基準で満足だと回答した人数を測ったら、ミニ基準 8 個で満足だと回答した人数になった、ということです。ミニ基準 10 個で回答した全員の人数と等しくなりますから、8 個というのは、ほとんどの人が満足だと回答したことを表しています。ここから、満足だと回答した**程度が高い**ということがわかります。



満足度が 30 %だった場合は、アンケートに回答した人数をもとにしたときに、満足だと回答した人数の割合が 0.3 ということになります。つまり、回答した人数を基準にして満足だと回答した人数を測ったら、ミニ基準 3 個でちょうど等しくなったということです。ミニ基準たった 3 個分の人数しか満足だと回答しなかったのですから、満足だと回答した**程度は低い**と考えられます。



このように、満足だと回答した人数そのものよりも、**どの程度**の人が満足だと回答したのかを強調したい場合は、割合を使うことが多いようです。

商品の値引きも 10 %引きであれば、値引きの**程度**はそれほど高くないし、90 %引きであれば値引きの態度がかなり高いとわかります。

何かに応募した時の倍率が 1.2 倍であれば、応募者が定員をオーバーした**程度**がそれほど高くないと安心できますが、倍率が 3.7 倍であれば、応募者が定員よりかなり高い**程度**で多くなってしまったので、自分が選んでもらえるか少し心配になります。もしも倍率が 0.9 倍であれば、応募者の方が定員よりちょっとだけ少ないのですから、かなり期待が持てることになります。

なお中学校で関数を学習すると、「変化の割合」というものも学びます。これも、関数の変化のはげしさがどの**程度**かを表現するために用いられています。

５．割合の使い道(２)

２つの状態や変化を比べるとき、もしも２つの大きさ自体や変化の前の状態にかなりの違いがあると、同じ条件で比べると公平ではない場合があります。そのような場合には、割合を用いて比べることができます。２つの状態において、それぞれの大きさを“もとにする量”として用いることで、大きさの違いによらずに比較ができます。２つの変化において、それぞれの変化の前の状態を“もとにする量”として用いることで、最初の状態によらずに比較ができます。

例えば、あるホール(ホール A)の演奏会には 270 人が集まり、別のホール(ホール B)の演奏会には 400 人が集まったとします。より多くの人数が集まったという意味では、ホール B の方が多くのお客さんが集まったと言えます。

しかしよく調べてみると、ホール B は座席が 500 人分ありますが、ホール A には座席が 300 人分しかないことがわかりました。つまり、ホール A には 300 人以上は座る場所がないので、どちらの演奏会の方が集まりがよかったのかを、人数で比べたのでは、ちょっと不公平ではないかとも考えられます。

このような場合に、割合を用いて、「**どの程度**」座席が埋まっていたのかで、集まりのよさを比べることも考えられます。そこで、それぞれのホールについて、座席の数をもとにしたときの集まった人数(座席に座った人の人数)の割合を求めてみます。

ホール A は座席数は 300 人分、演奏会に集まった人は 270 人でした。割合はまだわからないので、とりあえず□で表しておきます。もとにする 300 人を□倍したら 270 人になると考えて、それらの関係を式で表すと、次のようになります。

$$270 = 300 \times \square$$

□＝270÷300 で求まりますから、□＝0.9 となります。つまり、座席の数を 0.9 倍すると集まった人の人数になります。座席数をもとにしたときの集まった人数の割合が 0.9 であったとも言えますし、座席の数の 90 %にお客さんが座っていたと言うこともできます。

同じようにホール B についても考えてみると、

$$400 = 500 \times \square$$

から□＝400÷500＝0.8 となります。つまり、座席の数を 0.8 倍すると集まった人の人数になります。座席数をもとにしたときの集まった人数の割合が 0.8 であったとも言えますし、座席の数の 80 %にお客さんが座っていたと言うこともできます。

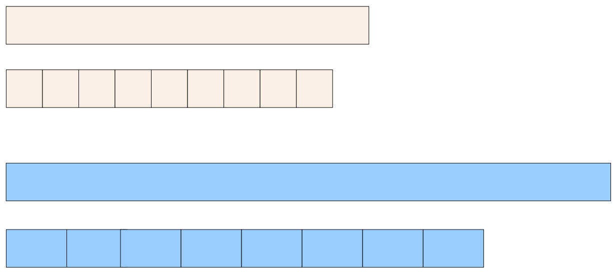
２つの割合を比べてみると、ホール A は 0.9、ホール B は 0.8 ですから、座席数をもとにしたときの集まった人数の割合では、ホール A の方が大きいことにな

ります。つまり、ホールAの方が座先の埋まり方の**程度**は高かったということです。割合で比べた場合は、ホールAの演奏会の方が集まりがよかった、ということになります。

このように、もともとの座先の数が異なるので、集まった人数で比べると不公平だ、という場合は、割合を用いて、座先の埋まっていた**程度**で比べることもできます。今のことを、図で表してみると、次のようになります。

ホールA　座席数(もとにする量)：
集まった人数：

ホールB　座席数(もとにする量)：
集まった人数：



集まった人数を表すテープの長さで見ると、ホールBの方が長いのですが、座席の数と比べて「**どの程度か**」という点では、ホールBよりもホールAの方が、集まった人数が座席数にせまっている感じがします。

人数で比べる方がよいのか、それとも割合で比べる方がよいのかは、比べる目的などにより、異なってきます。自分が考えている文脈では、どちらで比べる方が適切かを検討することがたいせつです。

少し前は136円で売られていたニンジンが、今日は119円で売られています。また前は297円で売られていたサツマイモは、今日は259円になっていました。どちらの方が安くなり方が大きいと言えるでしょうか。

安くなった金額を求めてみると、ニンジンは136－119＝17で17円安くなりました。サツマイモは297－259＝38で38円安くなりました。金額で見ると、17円と38円ですから、サツマイモの方が安くなったようにも思います。

ただ、もともとサツマイモの値段は2倍以上高いので、38円安くなったからと言って、サツマイモの方が安くなったと言ってよいのか、はっきりしないところもあります。

そこで、ここでも、それぞれのもとの値段をもとにしたときの安くなった金額の割合を求め、その割合で「**どの程度**」安くなったのかを比べてみます。

まずニンジンの安くなった金額17円が、もとの値段の**どの程度**に当たるのかを求めます。もとの値段136円を□倍したら安くなった金額の17円になったと考えると、それらの関係を次のように表すことができます。

17 ＝ 136 × □

□＝17÷136＝0.125となりますから、もとの値段を0.125倍したら、安くなった金額になることがわかります。これは、もとの値段をもとにしたとき、安くなった金額の割合は0.125だと言うこともできますし、もとの値段の12.5 %分が安くなったと言うこともできます。

サツマイモについても同じように、**どの程度**安くなったのかを求めてみます。もとの値段297円を□倍したら安くなった金額38円になったということですから、それらの関係は次のように表すことができます。

38 ＝ 297 × □

□＝38÷297＝0.1279…となります。□は約0.128ということですから、もとの値段を約0.128倍したら、安くなった金額になることがわかります。これは、もとの値段をもとにしたとき、安くなった金額の割合は約0.128だと言うこともできますし、もとの値段の約12.8 %分が安くなったと言うこともできます。

ニンジンの安くなった**程度**は0.125であり、サツマイモの安くなった**程度**は0.128ですから、二つの野菜の安くなり方はほぼ同じですが、ちょっとだけサツマイモの方が安くなり方が大きいということになります。

なお、割合が0.2であれば、もとにする量を10等分して作ったミニ基準の2つ分ということでしたが、割合が0.125というのは、どのようなことでしょう。

0.125の0.1の部分はこれまでと同じように、もとにする量を10等分して作ったミニ基準の1つ分であることを表しています。0.125の0.02の部分は、このミニ基準をさらに10等分して作った、つまりもとにする量を100等分して作ったミニミニ基準の2つ分であることを表しています。さらに0.005の部分は、もとにする量を1000等分して作ったミニミニミニ基準の5つ分であることを表しています。

もとの値段をもとにしたとき安くなった金額の割合が0.125だということは、安くなった金額は、もとの値段から作ったミニ基準1個とミニミニ基準2個と

ミニミニミニ基準５個を併せたものに等しいことを意味しています。

まとめ

割合は、表現したい量が、もとにする量と比べて「**どの程度か**」を表す数値です。そして、その数値は、表現したい量を、もとにする量で測ることで得られるのでした。そこから、状態や変化などの**程度**を表現したり、**程度**どうしを比較したりするために、割合を用いることができました。

教科書でみかける“公式”も、上の測定により得られた数量の関係を、式で表したものにすぎません。ですから、測る様子やその結果をイメージすれば、式を作ることもできます。何を何でわるのか、そもそもわり算なのかかけ算なのか、となやんだら、まずは、もとにする量を何倍くらいしたら表現したい量になりそうかをイメージし、そのイメージをかけ算の式で表してみましょう。