

かなりわりきった
式の学習のコツ
算数の式から文字式への準備運動

上越教育大学
布川 和彦

中学校の数学では、文字の入った式が多く使われます。また、 $\sqrt{2}$ など根号のついた数も出てくるので、いっそうむずかしそうに見えます。

しかし実際には、 $\sqrt{2}$ は整数や小数、分数と同じふつうの数ですし、文字も数の代わりなので、そうした式も、算数のときの式とまったく同じだと思ってかまいません。ですから、中学校で出てくる式も、算数で出てきた式と同じように“計算”をすればよいことになります。

算数で出てきた式とのちがいとして気をつけるべきことは、基本的には次の2点です。

- ・＋や－が入った式も、必要に応じて“数”として考える。
- ・等号（＝）は、左辺と右辺が等しいことを表すととらえる。

以下では、この2点について考えてみたあと、中学校で出てくる式が、この2点のことだけ注意すれば、算数で出てきた式と同じように扱えることを見ていきます。

＋や－の入った式の扱い方

算数では $3+2$ とあったら、これを計算して 5 と答えを求めました。あるいは、 $2-1.34$ とあったら、これを計算して 0.66 と答えを求めました。

しかし、中学校で文字の入った式が出てくると、計算をして 5 や 0.66 のような一つの数として表すことができないことが多くなります。

例えば、 $(x+1)+4$ とあったら、これを計算して $x+5$ まではできますが、これをさらに計算することはできないように見えます。あるいは $(2x+2)-(x+3.2)$ とあったら、これを計算して $x-1.2$ まではできますが、これをさらに計算するのはむりのように見えます。

このような場合は、 $x+5$ や $x-1.2$ が 1 つの数で、この式そのものが計算の結果だと考えればよいのです。そして、 $+5$ や -1.2 はこの式の特徴や構造を表していると考えます。例えば、 $x+5$ であれば「ある数 x より 5 だけ大きい数」とか「ある数 x に 5 をたしたような数」であると考えます。 $x-1.2$ であれば「ある数 x より 1.2 だけ小さい数」とか「ある数 x から 1.2 ひいたような数」であると考えます。

$3 \times x$ を $3x$ と計算したり、 $x \div 5$ を $\frac{x}{5}$ と計算した時も同じです。 $3x$ や $\frac{x}{5}$ は 1 つの数であると考え、式の形はその数の特徴や構造を表していると考えます。 $3x$ は「ある数 x に 3 をかけたような数」とか「 3 にある数 x をかけたような数」と考え、 $\frac{x}{5}$ は「ある数 x を 5 でわったような数」と考えます。

要するに、 $x+5$ の答えである和は $x+5$ ですし、 $x-1.2$ の差は $x-1.2$ 、 $3 \times x$ の積は $3x$ 、そして $x \div 5$ の商は $\frac{x}{5}$ だと考えればよいのです。 x が入っていたり、 $+$ や $-$ が入っていても、これはやっぱりな「1 つの数」です。

$3x$ も $\frac{x}{5}$ も 1 つの数ですから、これにさらに $+5$ や -1.2 をした $3x+5$ や $\frac{x}{5}-1.2$ も「1 つの数」です。こうした操作を繰り返すと、式がどんどん複雑になりますが、それらも基本的には「1 つの数」だと考えます。ただし、式の形があるので、その「数」がどのような特徴や構造を持っているのかが、見えるようになっています。

同じことは、 $\sqrt{2}$ など根号のついた数でもおこります。

$3+\sqrt{2}$ や $\sqrt{5}-1$ はこれ以上は計算ができないことになっています。ですから、これらも、このままで「1つの数」だと考えればよいのです。 $3+\sqrt{2}$ は「3 より $\sqrt{2}$ だけ大きい数」あるいは「3 と $\sqrt{2}$ をたしたような数」であり、 $\sqrt{5}-1$ は「 $\sqrt{5}$ より 1 だけ小さい数」あるいは「 $\sqrt{5}$ から 1 ひいたような数」です。ですから、 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ や

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{7}}{5}$ のような複雑な形をしていても、これらも「1つの数」になります。

こう考えてくると、 $2+3$ も「1つの数」でいいのでは、と思えてきます。これも「1つの数」でいいのです。ただ、「いくつ？」を考える時には、 $2+3$ のままにしておくよりも 5 と表した方がわかりやすくなります。 $10.85 \div 6.2$ がいくつになるかを考えている時には、 $\frac{10.85}{6.2}$ と表すよりも 1.75 と表した方がわかりやすいです。

しかし「どんな数？」を考えている時には、 $10 \times 2 + 3$ を 23 とせずにそのままの形にしておく、と、「10 の 2 倍と 3 をたしあわせた数」という 23 の構造がよくわかります(参考：[2けたの数を表す式](#))。また、 7×2 は計算して 14 ですが、 7×2 のままの方が、この数が偶数であるという特徴は見えやすくなります。 $25 \div 100$ を $\frac{25}{100}$ と求めた時、算数では約分をして $\frac{1}{4}$ とするのがふつうでしたが、場合によっては

$\frac{25}{100}$ のままの方が、25 %であることがわかりやすいかもしれません。

式を「1つの数」と考えることで、数の表し方の幅が広がります。今考えている数や求めた数をどのように表すのかは、その数のどのような特徴を見えやすくないのかにより異なります。数を表す目的に応じて、表し方を工夫することが大切です。

等号の捉え方

等号(=)は「計算すると答えは？」という意味ではありません。電卓の「=」キーのようなものでもありません。

等号は、「左側(左辺)のものと右側(右辺)のものが等しい」ということを表しています。ここから、次のようなこともわかります。

◎ 等号の左右を入れかえてもよい

$2+3$ のような式も「1つの数」であることを上で見ましたが、 $2+3=5$ という式は、「 $2+3$ と 5 は等しい」ということを表しています。この時、当然、「 5 と $2+3$ も等しい」ので、 $5=2+3$ と書いてもだいじょうぶです。

しいて言えば、 $2+3=5$ だと「 $2+3$ は 5 と等しい」という感じなので、「 $2+3$ がどんな数と等しいのか」が少し強調されるかもしれません。逆に $5=2+3$ だと「 5 は $2+3$ と等しい」という感じなので、 5 が $2+3$ という構造を持つことを明確にした時に使いやすくなります。

◎ 等号の右側(右辺)にも式が入ってよい

上で $5=2+3$ が出てきましたが、右辺に $2+3$ という式が入っています。等号を「計算すると答えは？」ととらえると、式が左辺で答えが右辺のように思ってしまうので、右辺に $2+3$ という式があるのは変な気がします。

しかし等号は「左辺と右辺が等しい」ことを表すので、右辺に式が入っても何もおかしくありません。 $1+4=2+3$ のように左辺と右辺の両方に式があってもだいじょうぶです。「左辺と右辺が等しい」ことが表されていればよいのです。

中学校で方程式を学習すると、 $2x+3=-3x+8$ のような式も出てきます。これも、今の場面に出てくる x については「 $2x+3$ の値と $-3x+8$ の値が等しくなる」ということを表しています。ここから、 $2x+3$ の値と $-3x+8$ の値が等しくなる、そんな x はどんな x だろうと考えることになるわけです。

また方程式の学習では $x=y+1$ のような式も出てきます。これは、今の場面に出てくる x と y については「 x の値と $y+1$ の値が等しくなる」、つまり「 x の値は y の値より 1 大きい」ということを表しています。

関数の学習では $y=2x-1$ といった式が出てきます。これも x の値に対応してき

まる y の値について「 y の値と $2x-1$ の値が等しい」こと、つまり x の値に対応して「 y の値は $2x-1$ の値と等しくなるように決める」ことを表しています。 y の値が $2x-1$ の値と等しいと表すことで、 y の値を x の値から決める方法を表しているのです。

等号は「左辺と右辺が等しい」ことを表しているにとらえると、左辺と右辺を入れかえてもよいし、また右辺に式がはいっても気にならなくなります。こうした等号の捉え方をして、等号の入った式を扱っていくことが、文字式の学習への準備運動になります。

算数の式と中学校の式とで注意すべきちがいは、ここまで述べた 2 点です。式も「1 つの数」ととらえることと、等号は「等しい」ことを表していると考えすることに注意をすれば、あとは、算数の式と同じようにして中学校の式を扱っていくことができるようになります。

【補 足】等しさの理由

上で見たように、等号は「左辺と右辺が等しい」ことを表しています。ただ、等しい理由については、いくつかの場合があります。

(1) 式のきまりによる理由

小学校 4 年生で学習した式のきまりを思い出すと、次の式の左辺と右辺は等しいことがわかります。

$$18 \times 4 + 7 \times 4 = (18 + 7) \times 4$$

つまり、この等号の左辺と右辺が等しいのは、式のきまりからそれらが等しいと言えるからです。中学校でも 4 年生で学習したのと同じ式のきまりが使えます。ですから、式のきまりを理由として、例えば次の等号の左辺と右辺も等しいと言えることになります。

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)a$$

(2) 場面の情報による理由

アメの値段を△円、チョコレートの値段を□円とします。アメ 4 個とチョコレート 1 個を買った時の値段と、アメ 1 個とチョコレート 2 個を買った時の値段が等しいことは、次のような式で表すことができます。

$$\triangle \times 4 + \square = \triangle + \square \times 2$$

この左辺と右辺は式のきまりにより等しいわけではありません。場面の情報から「 $\triangle \times 4 + \square$ 」と「 $\triangle + \square \times 2$ 」が等しいとされているので、等しくなっているのです。ですから、いつでも等号の左辺と右辺が等しいわけではなく、今の場面限定での「等しい」です。

6 年生の比例の学習では、例えば水そうに水を入れている場面で、1 分間に 4 cm ずつ水の深さが増えるようなペースで水を入れている時、水を入れた時間 x 分と、水の深さ y cm の関係を、 $y = 4 \times x$ と表しました。この式でも、左辺と右辺が等しい理由は、水の深さが 4 に時間をかけたものと等しくなっているという場面の情報です。

(3) 「等しい」と決めたことによる理由

中学校の関数の学習では、同じ比例でも、水を入れるとか針金の重さといった場面が特に示されずに、いきなり「関数 $y = 2x$ 」といった式が出てくることがあります。この時、等号の左辺の y と右辺の $2x$ が等しいのは、「 y が $2x$ と等しくなるように決める」と決めたからです。ですから、この場合は、「なぜ等しいと言えるんだろう」と思うのではなく、「 y はそうやって決めているんだな」と考えればよいのです。

(1) の場合は、左辺と右辺が計算のきまりにより等しいのですから、例えば右辺をさらに計算のきまりにしたがって形を変えてもだいじょうぶです。例えば、上の「 $(18 + 7) \times 4$ 」で () の中を先に計算して「 $= 25 \times 4$ 」としてもよいですし、さらに計算をして「 $= 100$ 」としてもだいじょうぶです。

(2) と (3) の場合は等号を含んだ式でひとまとまりなので、「左辺 = 右辺」のセットのまま書くようにして、式の形を変えるときも、左辺と右辺が等しいかを確認しながら変えることがたいせつです。

式を変える方法（１）

等号を含まない式や、等号の左辺だけ、あるいは右辺だけ形を変える時には、小学校４年で学習した計算のきまりを使います。数学でもまったく同じきまりを使いますが、名前だけ「計算法則」に変わります。

・ 交換法則： $\square + \bigcirc = \bigcirc + \square$
 $\square \times \bigcirc = \bigcirc \times \square$

ひき算の場合は、負の数のたし算に直すと交換法則が使えます。

また、わり算の場合は逆数のかけ算に直すと交換法則が使えます。

$$5 - 2 \quad \rightarrow \quad 5 + (-2) = -2 + 5$$

$$4 \div 8 \quad \rightarrow \quad 4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times 4$$

文字式では、 $2 \times x$ も $x \times 2$ も $2x$ で表します。交換法則があるので $2 \times x$ と $x \times 2$ はいつでも等しくなりますから、 $2x$ がどちらを表しているのかを気にする必要はありません。

・ 結合法則： $(\square + \bigcirc) + \triangle = \square + (\bigcirc + \triangle)$
 $(\square \times \bigcirc) \times \triangle = \square \times (\bigcirc \times \triangle)$

この法則は、 $(\square + \bigcirc) + \triangle$ と $\square + (\bigcirc + \triangle)$ とが等しいことを表しています。つまり、 $\square + \bigcirc$ を計算して、その和に $\triangle$ をたしても、 $\bigcirc + \triangle$ を先に計算して、 $\square$ にその和をたしても同じになります。

ここから、 $\square$ 、 $\bigcirc$ 、 $\triangle$ の３つをたす時は、どの２つから先にたしてもよいことになります。なので、 $\square$ 、 $\bigcirc$ 、 $\triangle$ の３つをたす時に、どこから先にたすかを指定する必要がなくなり、次のように書いても特に問題が起こらないことになるのです。

$$\square + \bigcirc + \triangle$$

かけ算の結合法則でも同じことが言えます。

$3+1+7$ や $13 \times 6 \times 8$ といったかき方をしている時、実は、私たちは結合法則を利用しています。

・分配法則： $(\square + \bigcirc) \times \triangle = \square \times \triangle + \bigcirc \times \triangle$

小学校では「+」の部分が「-」になったきまりも学習しましたが、その場合は○を負の数に置き換えればよいので、「+」の場合だけ確認しておけば十分です。

ここで等号の左右を入れかえてもよかったことを思い出すと、上の式は次のように書いても同じことです。

$$\square \times \triangle + \bigcirc \times \triangle = (\square + \bigcirc) \times \triangle$$

つまり、()をはずすだけでなく、同じ $\times \triangle$ があるときは()でくくってまとめることもできるということです。5年生で $3.7 \times 6 + 1.3 \times 6$ を計算するときに、 $3.7 \times 6 + 1.3 \times 6 = (3.7 + 1.3) \times 6 = 5 \times 6$ と工夫して計算することができたのは、分配法則の右辺を左辺に変える方法を使っていたからなのです。

【補足】()の前に-がある場合の計算

()の前に「-」があるときは、負の数がかかっていると考えて、分配法則を使うと、符号をどうするのかの判断がしやすくなります。

$$\begin{aligned} \text{例：} 7 - 3(a + 2) &= 7 + (-3) \times (a + 2) \\ &= 7 + (-3) \times a + (-3) \times 2 \\ &= 7 - 3a - 6 \\ 4 - (x - 5) &= 4 + (-1) \times (x + (-5)) \\ &= 4 + (-1) \times x + (-1) \times (-5) \\ &= 4 - x + 5 \end{aligned}$$

これを計算すると、結果として()の中の符号が変わったように見えます。

(参考：[正負の数学び直し](#))

式を変える方法（２）：等号（＝）を含む文字式

等号を含む式をセットとして扱う時は、左辺と右辺が等しいかを確認しながら変えることがたいせつだと述べました。しかしその時に気をつけるべきことは、次の１つのことだけです。

等号の両辺に同じ操作をしても等号は成り立ったままである。

これは数で考えると、“あたりまえ”のことです。

$$\text{同じ数をたす： } 5 = 2 + 3 \quad \rightarrow \quad 5 + 4 = (2 + 3) + 4$$

$$\text{同じ数をひく： } 5 = 2 + 3 \quad \rightarrow \quad 5 - 1 = (2 + 3) - 1$$

$$\text{同じ数をかける： } 5 = 2 + 3 \quad \rightarrow \quad 5 \times 2 = (2 + 3) \times 2$$

$$\text{同じ数でわる： } 5 = 2 + 3 \quad \rightarrow \quad 5 \div 2 = (2 + 3) \div 2$$

さらに言えば、ふだんの生活でも“あたりまえ”のこととして使っています。

例えば、てりやきバーガーとフィッシュバーガーが同じ値段の時、

それぞれの値段が同じ金額値上げになったら、値上げ後の値段は同じ。

それぞれの値段が同じ金額値下げになったら、値下げ後の値段は同じ。

それぞれを同じ個数買ったら、それぞれの合計金額は同じ。

それぞれが半額になったら、半額になった後の値段は同じ。

こうしたことが、どのような等式でもなり立ちます。

$$\text{同じ数をたす： } \bigcirc = \square \quad \rightarrow \quad \bigcirc + \triangle = \square + \triangle$$

$$\text{同じ数をひく： } \bigcirc = \square \quad \rightarrow \quad \bigcirc - \triangle = \square - \triangle$$

$$\text{同じ数をかける： } \bigcirc = \square \quad \rightarrow \quad \bigcirc \times \triangle = \square \times \triangle$$

$$\text{同じ数でわる： } \bigcirc = \square \quad \rightarrow \quad \bigcirc \div \triangle = \square \div \triangle$$

$\bigcirc = 5$ 、 $\square = 2 + 3$ とすると、上でみた数の場合になっています。

ここで $\square = 2 + 3$ としたように、 $\bigcirc$ や $\square$ 、 $\triangle$ の部分は＋や－の入った式でもかまいません。そうした式も「１つの数」として考えるのでしたから、ふつうの数と

同じように考えて変形をしていってほしいょうぶなのです。

例えば、 $\bigcirc=2x+3$ 、 $\square=-3x+8$ とすると、次のような等式になります。

$$2x+3=-3x+8$$

ここで両辺から 3 をひく（あるいは -3 をたす）と、

$$2x+3-3=-3x+8-3$$

$$2x=-3x+5$$

となります。今度は両辺に $3x$ をたしてみると、次のようになります。

$$2x+3x=-3x+5+3x$$

$$5x=5$$

最後に両辺を 5 でわってみます。

$$5x \div 5 = 5 \div 5$$

$$x=1$$

今の式の操作では、両辺にいつも同じ操作をしていましたから、等号は成り立ったままです。したがって、「 $2x+3=-3x+8$ 」、つまり $2x+3$ の値と $-3x+8$ の値が等しくなるような x に関しては、 $2x$ の値と $-3x+5$ の値も等しくなりますし、 $5x$ の値と 5 の値も等しくなります。そして、そうした x に関しては、 $x=1$ となるはずだとわかります。

なお、 $2x+3x$ を計算する時は、(1) で見た分配法則を使って計算しています。

$$2x+3x=2 \times x+3 \times x=(2+3) \times x$$

また、 $-3x+5+3x$ を計算する時は、たし算の交換法則を使って $5+3x$ を $3x+5$ に変えてから、 $-3x+3x$ の計算を、分配法則を使ってしています。

$$-3x+5+3x=-3x+3x+5=(-3+3) \times x+5$$

このように、(1) と (2) の変える方法を組み合わせてはいますが、やっていることは、算数で学習した「計算のきまり」と、等号の両辺に同じ操作をした時の「あたりまえのこと」にすぎません。

【補 足】移項は瞬間移動

$2x+3=4$ の式で「 $+3$ 」を移項して「 $2x=4-3$ 」と変形することができます。この移項は、上の変える方法（2）を一瞬のうちにいった変形にすぎません。

「 $2x+3=4$ 」の両辺に -3 をたすと、「 $2x+3+(-3)=4+(-3)$ 」となります。ここで左辺の「 $+3$ 」と「 -3 」が打ち消し合って0になります。そのため左辺は「 $2x$ 」だけが残し、右辺は「 $4+(-3)$ 」、つまり「 $4-3$ 」になります。この3つのステップを一瞬のうちにいうのが移項です。

もしも一瞬で行う自信がない時は、3つのステップを実際に行ってみたり、あるいは頭の中で行うようすをイメージしてみたりすると、符号の間違いをさけることができます。（参考：[移項のイメージ](#)）

まとめ

文字式や根号のついた数が出てくると、算数よりハードルがぐっと上がったような感じを受けます。しかし、式も「1つの数」であること、等号は「両辺が等しい」を表していることだけに気をつければ、あとは算数の計算と同じです。算数のつづきと思って、おそれずに計算をすることがたいせつです。