

## 第2学年「確率」1/9 時間 (サイコロ問題)

ねらい: サイコロを3回振ったときに少なくとも1回は1の目が出る確率を求めるためには、あることがら起こる場合の数と起こり得る場合のすべての数を求めたらよいことを理解し、もれがないように樹形図によって解決ができるようにする。

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点																																			
数学的 確率の 定義	<p>6面のサイコロがあります。「1の目」が出る確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>「1の目」が出る確率は<math>\frac{1}{6}</math>。</li> </ul> <p>「1の目」が出る確率を<math>\frac{1}{6}</math>と考えた理由は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>サイコロは全部で6面あり、1はそのうちの1つだから。</li> <li>サイコロの目は全部で6つで、「1の目」は1つしかないから。</li> </ul> <p>数学的確率を定義する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">\text{あることがら起こる確率} = \frac{\text{あることがら起こる場合の数}}{\text{起こり得る場合のすべての数}}</math> </div>	<ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の確率に対する既知の知識を探る。生徒は「1の目」が出る確率を<math>\frac{1}{6}</math>と判断することができると思う。</li> </ul> <p>【数学的確率の定義】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>生徒が考えたサイコロの確率の求め方をもとに、数学的確率を定義する。</li> </ul>																																			
サイコロ ゲーム (実験 による 検証)	<p><b>確率に関するゲームの提示</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>生徒は個々にサイコロを3回投げて、1回でも1の目が出たら生徒が勝ちとし、1の目が出なかったら教師の勝ちとする。 サイコロは生徒に1個ずつ配布する。</p> </div> <p>どちらが有利だろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>どちらも<math>\frac{1}{2}</math>の確率だと思う。</li> <li>1の目が出る確率は<math>\frac{1}{6}</math>だから6回に1回は1の目が出るのではないか、3回チャンスがあるから五分五分ではないか。</li> </ul> <p>確率実験をおこなう。(実際に勝負してみよう。)</p> <div style="display: flex; align-items: flex-start; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <p>記録用紙</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>回</th> <th>1回目</th> <th>2回目</th> <th>3回目</th> <th>勝敗</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>6</td> <td>勝</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>負</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>勝</td> </tr> <tr> <td colspan="5" style="border-top: 1px dashed black; height: 10px;"></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>負</td> </tr> <tr> <td>合計</td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;"></td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> </div> <div style="margin-top: 10px;"> <p>1回目の試行に対する結果を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2回目以降については、生徒は個々に10回の実験をおこない記録用紙にまとめる。</li> </ul> </div> </div>	回	1回目	2回目	3回目	勝敗	1	2	1	6	勝	2	5	4	3	負	3	1	2	1	勝						10	2	3	3	負	合計				4	<ul style="list-style-type: none"> <li>このゲームでは生徒が0.42の場合で勝つことになる。(数学的確率において)</li> <li>この発問においての有利不利の対象は、教師一人対生徒一人とする。</li> <li>できるだけどちらも公平ということを生徒に意識させてから、教師は1の目が出ない立場を選ぶ。</li> <li>生徒に予想を持たせ、それを確かめるための実験をおこなう。</li> <li>記録用紙を配布する。(ワークシート)</li> <li>生徒が実験結果を正しく記録できているかを確認する。</li> </ul>
回	1回目	2回目	3回目	勝敗																																	
1	2	1	6	勝																																	
2	5	4	3	負																																	
3	1	2	1	勝																																	
10	2	3	3	負																																	
合計				4																																	
	<p>実験結果について考察する。(自分が有利な結果(儲かった結果)となった人はどのくらいいるか？)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>勝った(円儲かった)</li> <li>負けた(円損をした)</li> </ul> <p>どちらが有利なのか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>予想と同じで自分は五分五分だった。</li> <li>全体(みんな)で考えると負けている人が多い。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>教師がどれだけ勝ったかをまとめてもよい。</li> <li>どちらも勝つ確率が<math>\frac{1}{2}</math>、または五分五分だとしていた予想を覆すような意見や考えが、この後のすべての場合を考えることの</li> </ul>																																			

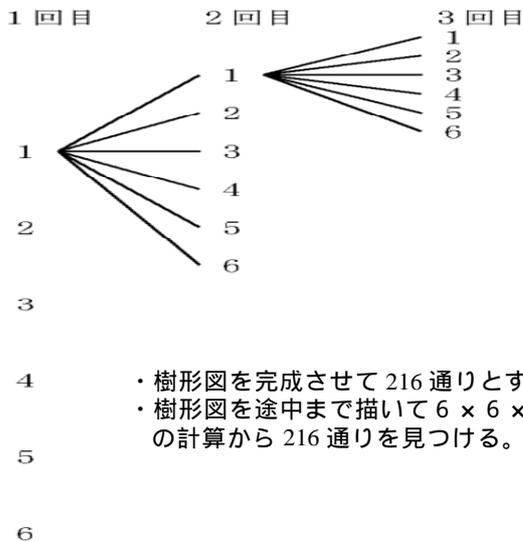
・先生の方が得なのではないか。

確率の求め方によって実験結果が正しいことを明らかにする。

起こり得ることとしてどのような場合があったか？

- ・ 1回目が2、2回目が1、3回目が6という場合があった。
- ・ 1回目が5、2回目が3、3回目が5という場合があった。

起こり得るすべての場合の総数を確かにする。



- ・ 樹形図を完成させて216通りとする。
- ・ 樹形図を途中まで描いて  $6 \times 6 \times 6$  の計算から216通りを見つける。

起こる場合の数を確かにする。

- ・ 樹形図から1の目が出ている場合を数え上げて91通りである。
- ・ 樹形図から簡単に数えようとする生徒もいるかもしれない。

例えば、  
 1回目で1の目が出るのは... 36通り  
 1回目で2の目が出て、2回目に1の目が出るのは... 6通り  
 1回目で2の目が出て、2回目に2の目が出て3回目に1の目が出るのは... 1通り  
 このようなような考え方で  $36 + (6 + 5) \times 5 = 91$

3回投げて1の目が出る確率を求める。

$$\text{3回投げて1の目が出る確率} = \frac{91}{216}$$

(生徒が勝つ確率)

サイコロを6回投げたとき、1の目が出る確率は？  
 サイコロを6回投げたとき、どちらが有利か？

必然を生む。

- ・ 定式化された確率の求め方の定義によって解決すること促す。

【標本空間の表記】

- ・ 起こり得る場合の標本を確かにする。例えば(2,1,6)というようにする。

- ・ ワークシートに記入されたものから、起こり得る場合のすべての数を表す方法へとつなげる。

【樹形図の導入】

- ・ 起こり得るすべての場合の総数を書き尽くすために、樹形図を教師が導入する。

- ・ A3版の用紙を生徒に配布しておく。

- ・ 樹形図については、最初は教師と生徒で作り上げ、頃合いをみて生徒個人の活動にする。

- ・ 樹形図が正しく描けているか確認する。

- ・ 樹形図については、黒田先生が提案された樹形図を導入されてもよいと考えます。

- ・ 生徒同士で、間違っていないかどうかを吟味させる。

- ・ 樹形図をもとに簡単に数え上げる方法で考えている生徒がいなければ見つける。また、援助を必要としている場合は、援助する。

- ・ 確率を求めるにはすべての場合の総数とあることがら起こる場合の数を正しく求める必要があることを理解させる。

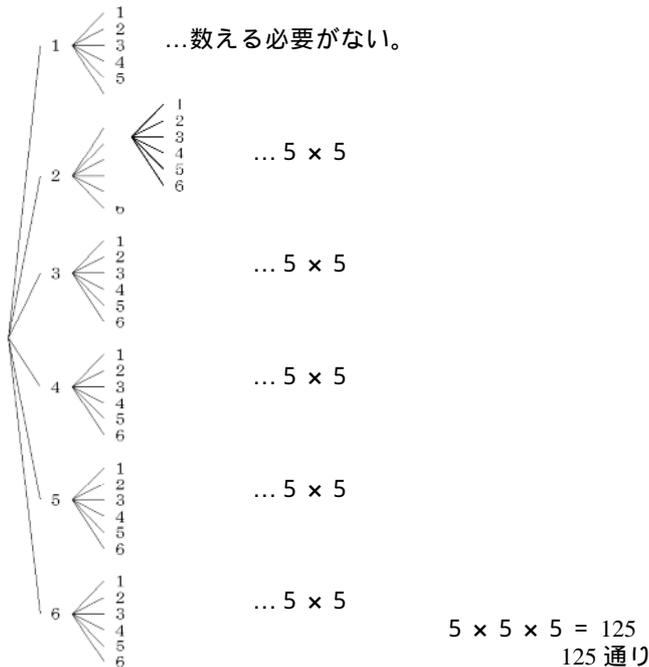
- ・ 確率を学ぶことにより、身の回りの問題を正しく判断することができることを理解させる。

- ・ 次の時間につなげるために、問題を提示しておく。宿題としてどこまでやれるかを投げ掛けてもよい。

第2学年「確率」2/9 時間 (サイコロ問題)

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点
サイコロを6回投げたときはどうか？	<p>サイコロを6回投げたとき、1の目が出る確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・やっぱり6回投げれば1回は1の目が出るのではないか。</li> <li>・3回投げたときの結果から、6回投げても1の目が出ることは少ないかもしれない。</li> <li>・1の目が出ない場合があるから、6回投げて絶対1の目が出るとはいえない。</li> </ul> <p>サイコロを6回投げたときのすべての出方と1の目が出る場合の数を正しく求める。</p> <p>あることがらが起こるすべての場合の数は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 46656</math></li> </ul> <p>1の目が出る場合の数について考える。</p> <p>・さいころを6回投げるとき、少なくとも1回「1の目」が出るのは、<math>7776+6480+5400+4500+3750+3125 = 31031</math> 通り よって <math>\frac{31031}{46656} (=0.665)</math></p> <p>1の目が出ない場合を考える。</p> <p>(1の目が出る場合の数) + (1の目が出ない場合の数) = (起こり得るすべての場合の数)</p>	<p>・ 解決に向かう前に、予想をさせる。</p> <p>・ 何を明らかにしたら解決につながるかを確認する。(すべての場合の総数とあることがらが起こる場合の数を正しく求める必要である)</p> <p>・ 3回投げたときの結果をもとに考えさせる。</p> <p>・ 樹形図を用いてすべての場合を書き出すことが困難であることを実感させたい。</p> <p>・ 左の樹形図は「1の目」が出る場合の数を、樹形図とその構造に着目して求めたものであるが、かなり難しいと考えられる。よって、生徒には「1の目」が出ない場合を数えるように投げ掛ける。</p>

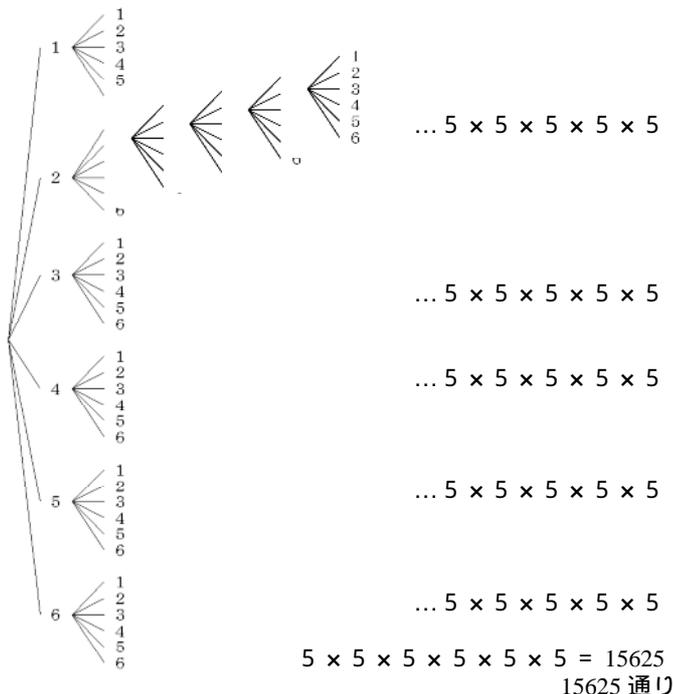
< 3 回投げたとき >



・前の時間では、「1の目が出ないこと」に着目する生徒がいなくても考えられる。よって、『3回投げたとき』の問題で考えてみるのもひとつの方法である。

・1の目が出ない場合の数 125  
と、前の時間で求めた1の目が出る場合の数 91 を足せば、起こり得るすべての場合の数 216 になることを確認する。

< 6 回投げたとき >



よって、(起こり得るすべての場合の数) - (1のでない場合の数)  
46656 - 15625 = 31031  
1の目が出るのは、31031 通り

まとめ

1の目が出るの確率は  $\frac{31031}{46656}$  (0.665)なので、6サイコロを振ったからといって必ず1の目が出るわけではない。

練習問題

・6回投げたときを求めることに困難を示す生徒には、4回投げたとき、5回投げたとき、6回投げたときというように、順に考えるよう援助する。

・時間が余った場合は、練習問題をする。

第2学年「確率」3/9 ~ 4/9 時間 (練習問題)

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点
	<p>練習問題</p> <p>1. 1個のサイコロを振ったとき、偶数の目が出る確率を求めてみよう。</p> <p>2. 大小2つのサイコロを同時にふるとき、次の問について考えてみよう。</p> <p>    出る目の和が8になる確率を求めてみよう。</p> <p>    出る目の和が10以上になる確率を求めてみよう。</p> <p>    確率が最も高くなるのは、出る目の和がいくつのときですか。</p> <p>3. ジョーカーを除く52枚のトランプを1枚ひくとき、次の問について考えてみよう。</p> <p>    カードの数が7になる確率を求めてみよう。</p> <p>    カードが絵札である確率を求めてみよう。</p> <p>4. 当たりくじが2本、はずれくじが3本入っているくじがあるとき、次の問について考えてみよう。</p> <p>    A君がこのくじを引いたとき、当たりくじを引く確率を求めてみよう。</p> <p>    A君が先にくじを引き、B君がその後にくじを引きます。引いたくじは元に戻さないものとして、B君が当たりくじを引く確率を求めてみよう。</p> <p>5. 出席番号が1番から4番までの4人の班で、2人の係をくじで選ぶとき、2番と3番の生徒が選ばれる確率を求めてみよう。</p> <p>6. A, B, C, D, Eの5つのサッカーチームから、2つの代表チームをくじで選ぶとき、A, Bの2チームが選ばれる確率を求めてみよう。</p> <p>7. A, B, C, Dの4人でリレーのチームを組むとき、走る順番は何通りありますか。</p> <p>8. 1から6までの数字を1つずつ書いた6枚のカードがあります。このカードを裏返して2枚取り出すとき、取り出したカードの2数の和が奇数になる確率を求めてみよう。</p>	<p>・ 樹形図または表による解決をはかる。</p> <p>・ 絵札の意味について説明が必要なときはおこなう。</p> <p>・ 樹形図による解説をする。</p> <p>・ 先に引こうが後に引こうが確率に変化がないことをおさえる。</p> <p>・ 樹形図ですべての場合を表し、どのような組合せがあるかわかるようにさせる。</p>

1. サイコロを1回振ったときに、1の目が出る確率はどれだけですか？  
また、1の目が出る確率をどのように求めたか、その理由を書いてみよう。

1の目が出る確率

理由

2. 確率のゲーム

ひとつのサイコロを3回振るゲームをします。  
1回でも1の目が出たら太郎君の勝ちで、1回も1の目が出なかったら花子さんの勝ちとします。

太郎君と花子さんではどちらが有利だと思いますか？

また、そう判断した理由を書いてみよう。

勝負の記録

回	1投目	2投目	3投目	勝 敗
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
勝った合計				